

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"
DIPARTIMENTO DI ECONOMIA PUBBLICA

Materiale di discussione n.30

MICHELE TUCCI

L'EQUILIBRIO ECONOMICO GENERALE:
QUALCHE CONSIDERAZIONE
SULL'EVOLUZIONE DEL PARADIGMA
A PARTIRE DA *THEORY OF VALUE*
DI G. DEBREU

*L'autore desidera ringraziare il dott. B. Bruner, il
prof. P. Garegnani ed il prof. D. Tosato per gli utili
suggerimenti alla prima versione delle presenti note.
Del contenuto di quanto segue, tuttavia, chi scrive
assume la piena responsabilità.*

Roma 1997

1. Considerazioni introduttive

Il contenuto delle presenti note verte intorno ai mutamenti in cui è incorso l'approccio degli equilibri economici generali negli anni successivi all'apparizione in letteratura dell'opera di G. Debreu¹. Come è evidente dalla mole dello scritto, non ci si propone fini esaustivi. Il punto focale della trattazione consiste nel mettere in risalto la tendenza del paradigma a riconfigurarsi intorno ad una struttura multipolare, in grado di contenere al proprio interno modelli la cui derivazione dall'originaria visione walrasiana appare remota. E' molto probabile che, nel perseguire lo scopo appena citato, aspetti diversi della questione, anche non privi di rilevanza, siano stati trascurati. Di conseguenza, sono graditi commenti e suggerimenti del lettore; a tal fine, si è optato per una pubblicazione in forma ancora provvisoria, e dunque suscettibile di miglioramenti ed estensioni.

In alcuni punti del saggio, è stato necessario far riferimento a passaggi matematici contenuti nelle opere originarie. Per ragione di spazio, e per evitare eccessivi appesantimenti della trattazione, si è evitato di riportare per intero l'apparato formale chiamato in causa. In conseguenza di tale scelta, se non si consultano i lavori citati, qualche enunciato potrebbe risultare di difficile leggibilità. Tuttavia, è opinione di chi scrive che, se anche il lettore scegliesse di rinunciare all'approfondimento dei punti di natura matematica, il senso dell'argomentazione risulterebbe in ogni caso sufficientemente ben esplicitato.

2. La struttura del modello di Debreu

L'esposizione della teoria dell'equilibrio economico generale, condotta da Debreu in *Theory of Value*, segue le linee tradizionalmente adottate nell'ambito della materia in questione. Se si prescinde dai primi due capitoli, di natura tecnica e definitoria, e dagli ultimi due, ove vengono analizzate proprietà ed estensioni del concetto di equilibrio, il nucleo centrale dell'opera consiste nei capitoli terzo, quarto e quinto, dedicati rispettivamente all'analisi del comportamento del produttore, all'analisi del comportamento del consumatore e alla dimostrazione dell'esistenza di almeno un equilibrio economicamente significativo. Le procedure di massimizzazione, specifiche di ciascuna delle due classi di soggetti, sono rappresentate con le modalità usuali, seppure mediante l'utilizzo di un apparato matematico più avanzato rispetto al calcolo infinitesimale.

Dal punto di vista sostanziale, l'innovazione più rilevante consiste nella possibilità di operare con curve di indifferenza ed isoquanti che siano convessi, ma non strettamente convessi, ovvero presentino tratti rettilinei e punti angolosi. Il prezzo da pagare, per una tale ridefinizione delle entità tradizionali, consiste nell'abbandono del rapporto biunivoco fra insieme dei prezzi ed insieme degli equilibri microeconomici. Tuttavia tale rinuncia non appare particolarmente gravosa, poiché, come è chiaramente specificato nel quinto capitolo, non ci si propone di accreditare, fra le proprietà generalmente attribuibili all'equilibrio, anche quella di unicità. In tal modo, la sottodeterminazione nell'individuazione del comportamento ottimale, proprio di ogni soggetto, trova una precisa corrispondenza nell'impossibilità di definire univocamente la configurazione di equilibrio assunta dall'intera economia.

Tale tema, in congiunzione con la relativa problematica concernente la proprietà di stabilità, verrà analizzato nel paragrafo successivo, quando si esamineranno gli sviluppi successivi a *Theory of Value*. Qui, è sufficiente notare che la trattazione di Debreu non altera radicalmente la struttura concettuale delle funzioni di utilità e di produzione. Viceversa, si limita ad indebolire alcuni dei requisiti tradizionalmente considerati irrinunciabili. Fra questi, oltre alla già citata stretta

convessità delle curve di indifferenza e degli isoquanti, va annoverata la differenziabilità delle funzioni di utilità e di produzione, con la conseguente impossibilità di usare le procedure di derivazione nella definizione delle grandezze marginali. In sintesi, possiamo affermare che nei capitoli terzo e quarto l'autore specifica un insieme di condizioni sufficienti, affinché il singolo soggetto possa determinare almeno una configurazione ottimale per i propri atti economici. La materia viene analizzata in dettaglio e con un'ampia analisi della casistica, nell'ambito della quale trova posto anche l'eventualità di curve di indifferenza ed isoquanti *smooth and well behaved* tipiche delle costruzioni tradizionali. In questo contesto, tuttavia, si tratta solamente di uno dei tanti casi possibili.

La tematica dell'esistenza di almeno un equilibrio economicamente significativo viene affrontata nel quinto capitolo. Sostanzialmente, la linea argomentativa non si discosta da quella ben nota fino al paragrafo 5.7, ove si sviluppa la dimostrazione. Infatti, nella prima parte del capitolo si aggregano le funzioni di domanda e di offerta, espresse da ciascun soggetto circa i singoli beni presenti nell'economia in questione. In tal modo, è possibile pervenire alla definizione di una funzione di eccesso di domanda per ognuno dei mercati esistenti nel contesto in esame. La ricerca di una soluzione economicamente significativa, per il modello ivi specificato, consiste essenzialmente nell'individuazione un insieme di prezzi, positivi o nulli, tale che ogni eccesso di domanda risulti essere nullo oppure negativo. Evenienza quest'ultima a cui corrisponderà un bene libero, il cui prezzo risulterà essere pari a zero. La dimostrazione che l'insieme delle soluzioni non è vuoto, ovvero che esiste almeno un equilibrio, è condotta mediante l'utilizzo del lemma (1), specificato nel paragrafo 5.6 e basato sul ben noto teorema di Kakutani². La condizione sufficiente ad assicurare il sussistere della tesi è contenuta nel teorema (1) del paragrafo 5.7 e consiste in nove assunzioni, da (a) fino a (d.4). L'analisi delle stesse costituisce la prima vera difficoltà di natura concettuale per il lettore, poiché quest'ultimo potrebbe essere indotto a convincimenti che, come si vedrà in seguito, risultano viceversa essere scarsamente fondati.

Procedendo con ordine, è possibile notare che le prime cinque fra le ipotesi appena citate, da (a) fino a (c), riguardano proprietà del

singolo consumatore immediatamente riconducibili al contenuto del quarto capitolo. In altri termini, si tratta di specificazioni che entrano direttamente in gioco nel corso del processo di massimizzazione dell'utilità, posto in essere da ogni soggetto che consumi. L'interpretabilità di tali requisiti trova dunque la sua origine nell'approccio atomistico, il quale, come è ben noto, costituisce una caratteristica saliente della visione marginalistica. Non altrettanto può dirsi dei punti da (d.2) fino a (d.4), i quali, piuttosto che far riferimento agli insiemi di produzione degli specifici agenti impegnati nei processi produttivi, impongono il soddisfacimento di condizioni riguardanti l'insieme di produzione totale per l'economia in questione. Tuttavia, non senza qualche difficoltà, facendo uso del materiale contenuto nel terzo capitolo, è possibile procedere ad una traduzione delle tre condizioni sopra citate, in termini implicanti esclusivamente le modalità di comportamento di ciascun produttore. Ovvero è possibile disaggregare proposizioni espresse in origine con modalità non immediatamente riconducibili all'operare dei singoli.

Qui giunti, si potrebbe cadere nella tentazione di ritenersi appagati. Infatti, si è in possesso di una condizione sufficiente, composta esclusivamente da assunzioni di natura atomistica, tale da garantire l'esistenza di almeno un equilibrio economico generale. L'opera di Debreu si presterebbe ad essere interpretata quale convincente illustrazione di uno degli assunti fondamentali nell'ambito della tradizione marginalista: l'esistenza di una successione di atti causalmente concatenati, in grado di determinare il corso degli eventi economici, a partire dalle azioni di ciascun agente, fino alla configurazione di equilibrio assunta dall'aggregato.

In realtà, la problematica è assai più vasta di quanto sembri. Un esame della dimostrazione dell'esistenza di almeno un equilibrio economicamente significativo, contenuta nel paragrafo 5.7, ed in particolare una dettagliata analisi del lemma (1), specificato nel paragrafo 5.6, consentono di trarre la seguente conclusione: le condizioni sufficienti impiegate nella dimostrazione sono riconducibili alle seguenti due proposizioni³:

(I). Le funzioni di eccesso di domanda siano continue. Nel caso si operi con corrispondenze, quest'ultime risultino essere semicontinue superiormente.

(II). Sia soddisfatta la legge di Walras.

Il soddisfacimento delle assunzioni (I) e (II) costituisce condizione sufficiente all'esistenza di almeno una soluzione economicamente significativa per il modello di equilibrio economico generale in esame. Tuttavia, la condizione di continuità, o di semicontinuità superiore, assume nell'ambito della modellistica economica, una caratterizzazione eminentemente tecnica e, conseguentemente, può essere considerata soddisfatta senza che ciò implichi riferimento alcuno a proprietà caratterizzanti specifiche scuole di pensiero economico. Inoltre, la legge di Walras è una relazione essenzialmente contabile, vera in ogni contesto modellistico. In sintesi, appare evidente che l'esistenza di almeno una soluzione economicamente significativa dipenda da proprietà di natura tecnico-contabile le quali, come è ovvio, non sono di pertinenza esclusiva di uno specifico contesto teorico, ma, piuttosto, caratterizzano in maniera del tutto generale la costruzione in esame. Da un lato, il modello di equilibrio economico generale appare, almeno per quanto attiene alla problematica dell'esistenza di soluzioni, del tutto slegato dalla tematica del comportamento ottimizzante dei singoli soggetti. Dall'altro, la costruzione tende a configurarsi come un struttura logicamente autocontenuta, la cui coerenza interna è fondata su assunzioni così poco limitative da poter essere compatibili con una molteplicità di approcci paradigmatici.

E' bene puntualizzare che le osservazioni appena esposte non implicano l'esistenza di errori nella linea dimostrativa utilizzata da Debreu. Potremmo sintetizzare la posizione dell'autore affermando che le condizioni relative al comportamento dei soggetti costituiscono un insieme di condizioni sufficienti per la continuità, o la semicontinuità superiore, delle funzioni, o corrispondenze, di eccesso di domanda. Un percorso legittimo, dunque, ma non necessario. La percezione che le assunzioni (I) e (II) sono in grado, senza altre aggiunte, di fondare la struttura degli equilibri generali, in quanto modello del tutto

indipendente dalla fondazione atomistica di scuola marginalista, ha aperto la via ad una ridefinizione del paradigma che, dodici anni più tardi, trova la sua esplicitazione nel noto contributo di Arrow e Hahn⁴.

3. L'approccio di Arrow e Hahn

La rilettura del paradigma dell'equilibrio economico generale operata da Arrow e Hahn consente il superamento delle problematiche delineate nel paragrafo precedente, attraverso la riorganizzazione della materia in un'ottica del tutto distinta da quella precedentemente prevalente. La chiave di volta del mutamento viene enunciata con chiarezza nel teorema (2), contenuto nel secondo capitolo. Ivi, la condizione sufficiente per l'esistenza di almeno un equilibrio viene ridotta al soddisfacimento di quattro requisiti:

F. Definizione delle funzioni di eccesso di domanda.

H. Omogeneità di grado zero delle medesime. Si noti che tale requisito non è indispensabile per la dimostrazione matematica del teorema (2). Piuttosto, semplifica l'interpretazione del modello in esame, escludendo la presenza di fenomeni quali l'illusione monetaria.

W. Soddisfacimento della legge di Walras.

C. Continuità delle funzioni di eccesso di domanda.

Ciò che nella ricostruzione di Debreu era reperibile, in forma implicita, nell'apparato matematico della dimostrazione, viene qui enunciato con chiarezza all'inizio della trattazione. La garanzia dell'esistenza di almeno un equilibrio non implica il soddisfacimento di condizioni particolarmente significative dal punto di vista della decifrabilità economica, meno che mai dei postulati fondamentali dell'approccio marginalistico. E' sufficiente che siano verificate alcune proprietà di natura tecnica, quali le (F), (H) e (C), ed una proprietà di natura contabile, quale la (W). Il modello preso in considerazione dal teorema (2) viene in tal modo ad assumere una valenza interpretativa assai più vasta di quella espressa della costruzione di Debreu. Infatti, nella visione di Arrow e Hahn il modulo primario dell'approccio agli equilibri generali è in grado di estendere la propria sfera di applicabilità

in ambiti assai più diversificati di quelli impliciti nell'analisi tradizionale. Allo scopo di evidenziare la struttura dell'opera, è conveniente procedere ad un esame per sommi capi del contenuto di ciascun capitolo.

I capitoli terzo, quarto e quinto ripropongono una versione della costruzione di Debreu, aggiornata con la sintesi dei contributi successivi. Lo schema ricalca abbastanza fedelmente i contenuti dei capitoli terzo, quarto e quinto di *Theory of Value*, ovvero il comportamento del produttore, del consumatore e l'equilibrio dell'intera economia. Rimane poco da aggiungere rispetto a quanto esposto nel paragrafo precedente.

Le novità cominciano con i capitoli sesto e settimo. Qui vengono analizzate cinque modalità dell'equilibrio economico generale, solitamente collocate alla frontiera della teorizzazione: il caso che i prezzi influenzino la struttura di utilità dei consumatori, le esternalità, l'equilibrio temporaneo, la competizione monopolistica e l'equilibrio con insiemi di produzione e di preferenze non convessi. Comincia a delinearsi lo schema che sarà sviluppato più avanti. Non teoria dell'equilibrio, bensì degli equilibri. L'unitarietà dell'approccio, o quantomeno la predominanza della visione tradizionale, ancora al centro della costruzione di Debreu, viene qui sostituita da una molteplicità di contesti possibili, ciascuno definibile come un equilibrio generale, e tuttavia ben distinto da tutti gli altri per la caratterizzazione della specifica economia presa in considerazione. L'organizzazione unipolare del paradigma tende a modificarsi in una struttura policentrica, orbitante intorno ad un modello minimale, specificato dal già citato teorema (2). Tale apparato, in quanto virtualmente privo di connotazioni economicamente significative, si presta ad essere via via arricchito di ipotesi facenti riferimento a contesti, quali quelli sopra specificati, in grado di individuare elementi peculiari della specificità in esame. E' questa, dunque, la nuova modalità organizzativa della tematica in esame: una collezione di ambiti specifici, tenuta insieme da una scrittura formale sufficientemente generale da poter svolgere il ruolo di elemento unificante.

Continuando nell'esame della trattazione di Arrow e Hahn, perveniamo al capitolo ottavo, il quale contiene una versione aggiornata

del ben noto confronto fra il punto di vista di Walras e quello di Edgeworth; la materia è scarsamente rilevante per la presente analisi. Viceversa, i successivi quattro capitoli, dal nono al dodicesimo, ricoprono un'importanza cruciale. Si tratta della definizione di condizioni sufficienti affinché l'equilibrio risulti essere unico e stabile. L'importanza di tale tema giace nell'eventualità che fosse risultato possibile individuare assunzioni, di carattere sufficientemente generale, atte ad assicurare il verificarsi delle due condizioni appena citate. E' evidente che in questo caso saremmo stati in grado di definire una linea guida per la costruzione di equilibri soddisfacenti i tre requisiti tradizionalmente richiesti: esistenza, unicità, stabilità.

Tuttavia, a differenza della proprietà di esistenza, che, come si è visto, è garantita da assunzioni di natura assolutamente generale, l'unicità e la stabilità possono sussistere o meno, in corrispondenza al soddisfacimento di condizioni sufficienti assai complesse e di non agevole interpretabilità economica. Ciò è evidente dall'analisi del risultato più avanzato nella direzione in questione, contenuto nel teorema (9) del capitolo dodicesimo. La condizione sufficiente ivi esposta è fondata sul concetto di dominanza diagonale. In termini elementari, tale proprietà postula che ciascuna funzione di eccesso di domanda mostri una sensibilità, rispetto al prezzo proprio, maggiore di quella riscontrabile rispetto ai rimanenti prezzi, considerati nel loro effetto complessivo. Come è intuitivo, si tratta di una condizione niente affatto generale, potendosi costruire esempi elementari che non soddisfano il requisito in questione. Siamo qui in presenza di una modellistica che mostra una molteplicità di possibilità: l'equilibrio può o meno essere unico e stabile, con le varie accezioni che l'ultima qualificazione è in grado di assumere. In ogni caso, sembra mancare un contesto che possa prevalere nettamente sugli altri. Le condizioni sufficienti, fondate sulla dominanza diagonale o su qualche altra proprietà, non sono così restrittive da potersi definire casi *ad hoc*, tuttavia non possono essere considerate di rilevanza generale. Ancora una volta la teorizzazione si indirizza verso formulazioni di natura multipolare: ciascun caso sembra rilevante e degno di essere analizzato nel proprio ambito specifico.

Infine, i capitoli tredicesimo e quattordicesimo costituiscono il tramite verso una classe di modelli assai estesa: quella degli equilibri non walrasiani⁵. Il tema viene qui solamente introdotto; in particolare, vengono delineati i processi di scambio fuori dall'equilibrio e si procede ad una formalizzazione del concetto di disoccupazione keynesiana, a partire da un mercato del lavoro soggetto a razionamenti relativi alle quantità domandate ed offerte. Negli anni successivi alla data di pubblicazione dell'opera di Arrow e Hahn, il filone degli equilibri non walrasiani è stato soggetto ad un grande sviluppo. Sono stati elaborati modelli estremamente diversificati, atti a cogliere aspetti specifici della realtà economica, intesa essenzialmente come fenomenologia di breve periodo, anche se non mancano i contributi volti a raccordare tale approccio con il concetto tradizionale di equilibrio⁶.

La nuova organizzazione del paradigma appare ora nella sua piena estensione: intorno alla struttura primaria, consistente nell'affermazione dell'esistenza di almeno un equilibrio in base ad una condizione sufficiente virtualmente priva di contenuti economici, ruota una estesa galassia di modelli, configuranti fenomenologie e contesti assai distinti l'uno dall'altro.

4. Qualche considerazione sull'ipotesi di continuità

Concentriamo ora la nostra attenzione sulla quarta delle condizioni specificate nel precedente paragrafo, la quale impone che le funzioni di eccesso di domanda risultino essere continue. Poiché, come è già stato fatto rilevare, la validità generale della legge di Walras è innegabile, la continuità, o la semicontinuità superiore nel caso di corrispondenze, assume, nell'ambito della condizione sufficiente all'esistenza di almeno un equilibrio, la valenza di assunzione critica, da dover analizzare in dettaglio. Occorre far luce sulla qualifica di ipotesi tecnica, che viene generalmente attribuita a tale requisito. Si noti che Arrow e Hahn definiscono l'assunzione in esame «rather technical»⁷. Sostanzialmente, esistono due modalità con cui si può pervenire al soddisfacimento di tale vincolo. Il modo concettualmente più semplice consiste nel dimostrare la continuità di tutte le funzioni di domanda e di offerta, relative ad ogni singolo agente che operi nell'economia in questione. Poiché le funzioni di eccesso di domanda dei mercati sono ottenute mediante aggregazione delle funzioni espresse dai soggetti, ove quest'ultime risultassero essere continue, sarebbe assicurata la continuità delle prime. Tale metodologia può essere applicata ad un numero rilevante di casi e tende a risolvere il problema con il tradizionale ricorso alla fondazione atomistica, ovvero costruendo un modello di comportamento dei singoli agenti in grado di garantire il soddisfacimento di determinate proprietà, in questo caso la continuità, da parte delle grandezze aggregate.

C'è da notare che nel marginalismo tradizionale esiste un caso in grado di creare qualche problema alla costruzione sopra accennata: l'asintoticità della funzione di domanda per il valore zero del prezzo proprio. E' evidente che se anche una sola delle funzioni di domanda dei singoli consumatori presentasse detta proprietà, la corrispondente funzione di eccesso di domanda per il mercato in questione risulterebbe essere non continua per il prezzo proprio uguale a zero.

Tale problema può essere tuttavia superato senza eccessive difficoltà, ove si rifletta sulla limitatezza delle risorse presenti nell'ambito di un modello di equilibrio economico generale. Se la funzione di eccesso di domanda, relativa ad un dato mercato,

presentasse una discontinuità del tipo sopra accennato, sarà sufficiente calcolare la quantità massima producibile del bene in questione, qualora tutte le risorse dell'economia fossero impiegate a tale scopo, sommarla alla quantità inizialmente disponibile del medesimo bene e moltiplicare il risultato per due. Così operando, saremo sicuri che, per la quantità del bene in esame appena ottenuta, non sarà possibile ottenere alcun equilibrio generale. Di conseguenza, potremo modificare la corrispondente funzione di eccesso di domanda, in prossimità del valore zero del prezzo, in modo tale che non venga ecceduto, per la quantità domandata, il valore sopra calcolato. Con tale artificio, è possibile ricondurre il problema della ricerca di almeno una soluzione economicamente significativa nell'ambito dell'ipotesi di continuità.

Altre due eventualità, che nell'analisi tradizionale implicano la non continuità delle funzioni di domanda o di offerta dei singoli agenti, sono costituite dalla presenza sulle curve di indifferenza, o sugli isoquanti, di tratti rettilinei o crescenti. Nel primo caso si avrebbe la convessità, ma non la stretta convessità. Tale è il contesto analizzato in *Theory of Value* mediante l'introduzione di corrispondenze nelle funzioni di domanda o di offerta dei singoli agenti. Nel secondo caso si avrebbe la perdita della convessità e sarebbe necessario ricorrere alle metodiche introdotte nel capitolo settimo della trattazione di Arrow e Hahn. In ambedue i contesti appena trattati, si è tuttavia in grado di operare lungo le linee già descritte.

Ovviamente, potrebbero verificarsi casi di discontinuità, nelle curve di domanda e di offerta dei soggetti, distinti dalle evenienze appena analizzate. Non è d'altronde possibile costruire una casistica completa, poiché non è da escludere che sia sempre possibile reperire qualche ulteriore esemplificazione. Di conseguenza, da un punto di vista strettamente formale, non sussiste alcuna garanzia di poter sempre, con qualche artificio o qualche ragionevole approssimazione, ricondurre le funzioni di eccesso di domanda nell'ambito della continuità, o della semicontinuità superiore nel caso si operi con corrispondenze. Tuttavia, è assai probabile che la maggioranza degli economisti dia per scontata tale operazione. E ciò non a causa di scarso rigore, ma poiché la continuità di una funzione non costituisce, in generale, un concetto di particolare significatività economica, essendo usato strumentalmente, al

fine di poter utilizzare i mezzi messi a disposizione dalla matematica. In tal modo, l'assunzione di continuità, che in ambito matematico riveste un'importanza cruciale, in economia viene relegata ad ipotesi tecnica, che può essere concessa senza modificare sostanzialmente la natura delle teorie in esame. Certamente, è possibile che qualche studioso voglia sostenere un punto di vista di tipo formalista. In tal caso, riterrà necessario che venga rigorosamente dimostrata la continuità, o la semicontinuità superiore nel caso di corrispondenze, di tutte le funzioni di domanda e di offerta relative ad ognuno degli agenti presenti nell'economia in esame. Tale opinione, certamente legittima, acquisterebbe pregnanza dall'individuazione di casi esemplari, comprendenti tipologie di discontinuità tali da essere ineliminabili ed, al tempo stesso, significative dal punto di vista dell'interpretabilità economica. Anche se, in base a considerazioni di natura strettamente logica, non è possibile escludere l'esistenza di strutture del genere, purtuttavia esempi di tale natura non sembrano essere reperibili in letteratura.

5. L'aspetto interpretativo della problematica

Una delle conseguenze, nell'aver individuato condizioni sufficienti per l'esistenza di almeno un equilibrio quali quelle analizzate nei precedenti paragrafi, consiste nella irrilevanza dei processi di massimizzazione dei singoli soggetti al fine di stabilire il risultato generale. L'unico aspetto da cui non è possibile prescindere è che gli agenti, utilizzando una procedura sulla cui natura non è necessario imporre ipotesi specifiche, formulino le loro domande e le loro offerte per ciascun bene presente nell'economia in esame. Ciò affinché, procedendo alle opportune aggregazioni, sia possibile ottenere la funzione di eccesso di domanda, relativa a ciascun mercato. Le tradizionali massimizzazioni walrasiane costituiscono solamente una delle modalità con cui tale operazione può essere portata a termine. Come è noto, nell'ambito delle teorie economiche, sono reperibili modelli di comportamento distinti da quello appena citato. Di conseguenza, a partire da ciascuna di tali procedure, è possibile definire un equilibrio generale di natura non walrasiana, rispetto al quale, tuttavia, il teorema citato nel paragrafo precedente, od eventualmente una sua variante, è in grado di garantire l'esistenza di soluzioni economicamente significative.

C'è da notare che la continuità delle funzioni di eccesso di domanda in molti casi può essere dedotta dai comportamenti degli agenti, come avviene nel modello di Debreu. In ogni caso, ove tale via risultasse difficilmente praticabile, la condizione in questione viene generalmente ritenuta soddisfatta a priori, poiché, come è già stato fatto notare, risulta in generale assai difficile attribuire pregnanza economica alla mancanza di continuità delle funzioni di eccesso di domanda. In tal modo, poiché la proprietà di continuità non può essere, nel contesto in questione, falsificata con modalità rilevanti dal punto di vista interpretativo, il suo soddisfacimento assume una connotazione eminentemente tecnica, e può di conseguenza essere supposto senza una significativa perdita di generalità. Per quanto riguarda la legge di Walras, è del tutto evidente la necessità logica del suo soddisfacimento, ove si proceda ad una definizione consona al contesto in cui si opera. Ad esempio, nei modelli di natura monetaria sarà necessario prendere in

considerazione i flussi monetari, ed inserire tale voce nell'identità di Walras. La materia è troppo nota per meritare ulteriori commenti.

Infine, per approfondire l'aspetto interpretativo della tematica in esame, può essere interessante una rilettura del teorema (2), contenuto nel secondo capitolo della trattazione di Arrow e Hahn, utilizzando l'artificio delle scatole nere, ovvero di strutture di cui non si conosce la natura, ma che è possibile testare attraverso la reazione a stimoli esterni. Supponiamo, infatti, di non conoscere alcunché circa i criteri di comportamento degli agenti operanti nell'economia in questione. Ciascuno di essi potrà essere considerato come una scatola nera nella quale entra dall'esterno una specificazione, riguardante i prezzi di tutti i beni presenti nel contesto in questione, ed in risposta si ottiene la determinazione delle corrispondenti quantità domandate, oppure offerte. E' del tutto evidente, nella ricostruzione appena esposta, l'assenza di ogni riferimento alla razionalità di comportamento propria degli approcci tradizionali. La costruzione appare di tale generalità da poter essere compatibile con pressoché qualsivoglia contesto teorico.

Procediamo ora ad adottare una metodologia assai simile a quella delle preferenze rivelate di Samuelson. Nel caso in questione, ovviamente, ad essere rivelate saranno le funzioni di domanda e di offerta relative a ciascun bene, corrispondenti ad ogni agente economico. Come è già stato specificato, si supporrà che ciascun soggetto costituisca una scatola nera, ovvero una entità di cui si ignora del tutto la natura ed il funzionamento. L'unico modo di estrarre informazioni da tale apparato consiste nel sondarlo, ovvero nell'inviare un segnale e monitorare la risposta emessa dalla scatola. Nel caso in esame, potremo supporre che se si definisce una insieme di valori numerici, uno per ogni prezzo presente nell'economia in questione, la scatola emetta in risposta una specificazione numerica per ciascun bene, indicante la quantità domandata oppure offerta. In tal modo, aggregando le risposte ottenute dalla totalità delle scatole, per ogni valore attribuito ai prezzi, è possibile ricavare i corrispondenti valori della domanda e dell'offerta relativi a ciascun bene presente nell'economia. I grafici di tali funzioni saranno costituiti da un numero finito di punti, pari a quello dei sondaggi effettuati sulle scatole nere. E' evidente che, per quanto si incrementi la numerosità di tali operazioni,

non sarà mai possibile pervenire, attraverso la procedura appena delineata, alla definizione di curve continue. Viceversa, tutto ciò che potremo ottenere sarà l'infittimento dei punti sui grafici. Il che, tuttavia, non è un risultato disprezzabile, poiché ci permette di aumentare la mole di informazioni disponibili circa le funzioni che si vogliono rivelare.

In conclusione, il passaggio da un funzione discreta ad una continua richiede che quest'ultima assunzione sia imposta dall'esterno. Di conseguenza, appare evidente come l'ipotesi di continuità non costituisca una proprietà economica, al pari delle risposte ottenibili dal sondaggio delle scatole nere, bensì rappresenti semplicemente una modalità di presentazione dei risultati di tale sondaggio, assumendo in tal senso la natura di ipotesi puramente tecnica, ovvero attinente la forma ma non la sostanza di quanto si sta esaminando.

E' possibile, inoltre, notare che la legge di Walras, in quanto relazione puramente contabile, risulterà necessariamente sempre verificata, indipendentemente dalla metodologia impiegata da ogni scatola nera per fornire le risposte, in termini di quantità, a stimolazioni relative ai prezzi. In conclusione, lo schema interpretativo fondato sulle scatole nere, se da una parte consente una leggibilità economica del teorema (2), dall'altra mette in luce una proprietà insospettabile degli equilibri economici generali: nella forma più universale, suscettibile di essere assunta da tale teoria, essa risulta essere perfettamente compatibile con un largo spettro di teorizzazioni economiche, se non con ogni scuola di pensiero. Poiché tradizionalmente si tende a ritenere l'approccio degli equilibri economici generali come il punto più elevato raggiunto dalla formulazione marginalistica, tale risultato può suscitare reazioni di rigetto. Tuttavia, esso appare sufficientemente fondato da meritare una riflessione da parte degli studiosi del settore.

6. Alcuni sviluppi più recenti

La mole della letteratura sul tema in questione, a partire dal contributo già citato di Arrow e Hahn fino ai giorni nostri, è assai vasta, al punto da rendere impossibile un livello di sintesi adeguato alle necessità delle presenti note. A causa di ciò, si farà riferimento solamente agli sviluppi il cui contenuto risulti essere particolarmente in consonanza con quanto qui esaminato. Uno dei punti su cui si è concentrata l'attenzione degli studiosi verte intorno alla definizione di economie regolari, la cui specificità consiste nell'ammettere un numero finito di equilibri. Tale tema è stato condotto pressoché al suo compimento dai contributi di Mas-Colell e di Balasko⁸. In particolare, è importante rilevare come la proprietà di regolarità sia associabile ad un ambito assai esteso di contesti modellistici; in virtù di tale stato di fatto, l'assunzione in questione può essere annoverata fra le specificazioni caratterizzanti gran parte delle tematiche concernenti l'approccio teorico in esame. Tuttavia, c'è da notare che lo iato presente fra la proprietà di regolarità e l'individuazione di condizioni sufficienti, economicamente praticabili, affinché il modello ammetta una soluzione unica e globalmente stabile, rimane incolmabile. Su tale tema, il contributo di Kirman⁹ sembrerebbe chiudere definitivamente la questione. Infatti tale autore perviene alla conclusione che sia impossibile microfondare l'unicità e la stabilità dell'equilibrio. Le procedure dimostrative impiegate per supportare tale proposizione sono complesse e non suscettibili di essere efficacemente riassunte. Tuttavia il senso dell'argomentazione è assai chiaro: se anche supponessimo che tutti gli agenti inclusi nell'economia in questione si comportassero secondo i più stringenti dettami della microeconomia marginalistica, ciò non sarebbe sufficiente a poter garantire che il corrispondente modello di equilibrio economico generale includa fra le sue proprietà l'unicità e la stabilità globale della soluzione. L'unica modalità per pervenire al soddisfacimento di tali requisiti rimane quella già indicata nel terzo paragrafo: l'imposizione di condizioni specifiche sulle funzioni di eccesso di domanda. Tale operazione può essere condotta con procedure di natura indiretta, quali la scelta di specifiche distribuzioni della ricchezza inizialmente in possesso di ciascun agente, oppure

mediante la selezione di opportune funzioni di utilità da assegnare ai soggetti in questione. Una delle modalità più efficaci per pervenire ad un equilibrio unico e globalmente stabile consiste nel supporre che gli operatori presenti nell'economia in esame siano identici, ovvero si comportino come un unico individuo. La natura del tutto particolare di tali assunzioni risulta evidente. D'altra parte, Kirman pone l'attenzione su come i tentativi a cui si è appena accennato comportino inevitabilmente l'abbandono dell'approccio atomistico che ha caratterizzato la scuola di pensiero marginalista fin dall'origine.

Per finire, consideriamo uno scenario costruito a partire da una economia regolare, caratterizzata, nella fattispecie, da due equilibri localmente stabili. Applichiamo al contesto in questione l'assunzione, tipica della scuola delle aspettative razionali, consistente nel ritenere ogni soggetto in possesso del complesso delle informazioni disponibili circa l'economia in esame. Supponiamo, inoltre, che il medesimo sia in grado di formulare e computare le strutture modellistiche necessarie alla definizione dei comportamenti ottimali. Sotto tali ipotesi, ciascun agente risulterà essere perfettamente informato circa la presenza di due equilibri alternativi nell'ambito del mondo economico in cui si trova ad operare. Di conseguenza, sarà in grado di valutare il grado di preferibilità personale di ciascun equilibrio. Necessariamente, l'insieme dei soggetti economici si organizzerà in tre partizioni: quella di chi è favorevole al primo equilibrio, quella di chi è favorevole al secondo ed infine quella di chi è indifferente circa lo stato assunto dall'economia. E' evidente come tale evenienza rimandi a contesti di natura non concorrenziale, estranei ai presupposti su cui è fondato l'approccio degli equilibri generali. Anche da questo punto di vista, dunque, la proprietà di regolarità non appare in grado di operare con efficacia.

7. Note conclusive

L'estensione e la rilevanza dell'argomento in esame rende improponibile ogni tentativo di trarre conclusioni, che vadano oltre qualche osservazione sul materiale esposto. Il principale elemento da porre in luce è costituito da quanto si oppone alla ricostruzione esposta nei precedenti paragrafi. In letteratura, infatti, accanto alla tendenza verso la moltiplicazioni dei modelli, è possibile individuare l'orientamento opposto, ovvero l'esigenza di costruire linguaggi unificanti, in grado di cogliere gli elementi comuni all'interno di una così estesa diversificazione modellistica. Tale operazione viene condotta attraverso una modifica sostanziale dell'apparato ottimizzante, messo in atto dai singoli operatori, per includere aspettative, vincoli quantitativi e monetari, esternalità, influenze dirette delle azioni di altri soggetti sulle scelte dell'agente in questione e qualsivoglia elemento sia suscettibile di influenzare le decisioni degli individui.

Un quindicennio or sono l'autore delle presenti note proponeva come possibile strumento di unificazione un modello generale di disequilibrio¹⁰. Nella letteratura più recente il ruolo in questione viene svolto dall'equilibrio di Nash¹¹. Come è noto, tale modello, nato per analizzare strutture oligopolistiche, è in grado, con opportune estensioni, di rappresentare equilibri della più svariata natura, compreso quello fondato sull'originaria concezione walrasiana. Tuttavia, c'è da osservare che il pervenire a strutture linguisticamente unificanti, se da un lato semplifica notevolmente la costruzione e la comprensione dei modelli, dall'altro nulla toglie, nella sostanza, alla visione delineata nei precedenti paragrafi. Infatti, in termini di interpretabilità economica, un equilibrio di Nash differisce radicalmente da uno di Walras, poiché, se il primo è in grado di includere il secondo, il viceversa è del tutto impossibile. In altri termini, le qualificazioni "di Nash" e "di Walras" non sono assolutamente equivalenti quando sono accostate al termine "equilibrio". La diaspora di contesti economici rimane sostanzialmente invariata, anche se si è ora in possesso di un elemento linguistico suscettibile di circoscrivere la mole delle specificità.

Il tema qui analizzato necessita di approfondimenti ed ulteriori specificazioni. Del resto, la natura di materiale volto alla discussione,

propria della presente trattazione, suggerisce che l'esposizione sia prioritariamente dedicata a delineare il quadro generale, piuttosto che ad approfondire i dettagli. Verosimilmente, la problematica appena esposta è suscettibile di avere qualche influenza sull'approccio teoretico, proprio di ciascuna scuola di pensiero economico. Sul complesso della questione, sarebbe assai interessante ottenere l'opinione di chi si dedica a tale filone di ricerca.

Roma, primavera del 1997

¹ Vedi Debreu (1959).

² Vedi Debreu (1959), 1.10.

³ Per i dettagli matematici, vedi Tucci (1994).

⁴ Vedi Arrow-Hahn (1971).

⁵ La letteratura su tale tema è alquanto vasta. Fra gli altri, vedi Hicks (1959), (1971), Hahn (1973),(1978), Grandmont (1982).

⁶ Vedi Fisher (1983).

⁷ Vedi Arrow-Hahn (1971), cap.2, par.4, p.21.

⁸ Vedi Mas-Colell (1985), Balasko (1988).

⁹ Vedi Kirman (1989).

¹⁰ Vedi Pearce-Tucci (1981).

¹¹ A tale riguardo, vedi *The New Palgrave* (1987), alla voce: *Nash Equilibrium*.

Riferimenti bibliografici

ARROW K.J., HAHN F.H., *General Competitive Analysis*, Holden-Day, San Francisco, 1971.

BALASKO Y., *Foundations of the Theory of General Equilibrium*, Academic P., Orlando, 1988.

DEBREU G., *Theory of Value*, Wiley, New York, 1959.

FISHER F.M., *Disequilibrium Foundations of Equilibrium Economics*, Cambridge U.P., Cambridge, 1983.

GRANDMONT J.M., *Temporary General Equilibrium Theory*, in: ARROW K.J., INTILLIGATOR M.D. (ed), *Handbook of Mathematical Economics*, North-Holland, Amsterdam, 1982.

HAHN F.H., *On the Notion of Equilibrium in Economics*, Cambridge U.P., Cambridge, 1973.

HAHN F.H., *On Non-Walrasian Equilibria*, "Review of Economic Studies", n.45, 1978.

HICKS J.R., *Valore e Capitale*, Utet, Torino, 1959.

HICKS J.R., *Capitale e Sviluppo*, il Saggiatore, Milano, 1971.

KIRMAN A., *The Intrinsic Limits of Modern Economic Theory: the Emperor has No Clothes*, "The Economic Journal", 99 (Conference 1989), 126-139.

MAS-COLELL A., *The Theory of General Equilibrium: a Differentiable Approach*, Cambridge U.P., Cambridge, 1985.

PEARCE D., TUCCI M., *A General Net Structure for Theoretical Economics*, in: Stegmüller W., Balzer W., Spohn W. (ed), *Philosophy of Economics*, Springer-Verlag, Berlin, 1982.

The New Palgrave, Macmillan, London, 1987.

TUCCI M., *Una dimostrazione semplificata dell'esistenza di soluzioni per un modello di equilibrio economico generale*, Materiale di discussione n.25, Dipartimento di Economia Pubblica, Università degli Studi di Roma "La Sapienza", 1994.