MICHELE TUCCI

Tempo e tasso di interesse nei modelli di Walras e di Wicksell: una nota introduttiva

Dipartimento di Economia Pubblica – Università di Roma “La Sapienza”

Gennaio 1988

Pubblicato su Laise-Tucci, *Equilibri walrasiani, non walrasiani ed equilibri con aspettative,* Cedam, Padova 1988.

Capitolo 4°

TEMPO E TASSO DI INTERESSE NEI MODELLI DI WALRAS E DI WICKSELL UNA NOTA INTRODUTTIVA

1 – Introduzione

Come è universalmente noto, l'economia neoclassica, sia che ci si riferisca alle formulazioni tradizionali, quali quelle di Walras e di Wicksell, sia nei più recenti sviluppi teorici, trova la sua categoria fondante nel concetto di utilità, il quale, dispiegandosi nell'ambito di specifici contesti interpretativi e concretizzandosi in adeguate strutture formali, sostanzia le singole teorie che concorrono a formare quella grande costruzione di pensiero che è appunto la visione neoclassica dell'economico. Di modo che, ricorrendo alla metafora dell'albero, si può immaginare che l'idea di utilità rappresenti le radici, sulle quali poggia il tronco, che simboleggia la tradizione di ricerca; le diramazioni più antiche e nodose indicheranno le teorie tradizionali, mentre i rami più verdi corrisponderanno alle riformulazioni moderne[1].

La ragion d'essere della presente nota, di carattere introduttivo, è il porre le basi, nell'ambito delle teorie di Walras e di Wicksell, ad una analisi delle forme che la categoria utilità assume in un contesto ove, accanto ad una produzione per il consumo, faccia la sua comparsa anche la produzione di beni capitali, ovvero di beni che per propria natura, non sono oggetto di consumo diretto, ma i cui servizi vengono impiegati a produrre altri beni.

---

[1]Per una "traduzione" di tale allegoria nel linguaggio della teoria dei modelli v. D. Pearce, M. Tucci, *A General Net Structure for Theoretical Economics*, in W. Stegmüller, W. Balzer, W. Spohn (ed.), *Philosophy of Economics*, Springer-Verlag, Berlin 1982.

Come è noto, nell'ambito della visione neoclassica, il processo di capitalizzazione, ovvero la produzione di beni capitali, è l'espressione della preferenza, da parte degli agenti, per un differimento del consumo: si sceglie di astenersi dall'impiegare in forma diretta, per l'ottenimento di beni di consumo, la totalità delle risorse disponibili e con la porzione così risparmiata si procede alla costruzione di beni capitali, i cui servizi saranno a loro volta impiegati nella produzione di beni di consumo che, in tal modo, potrà avvenire in forma accresciuta rispetto ai livelli che si sarebbero potuti ottenere per via diretta, ovvero senza l'impiego dei servizi di beni capitali preventivamente approntati.

Affinchè il processo appena descritto possa assumere la sua piena valenza interpretativa, è necessario che l'ambito teorico in cui si opera sia in grado di consentire specificazioni di carattere temporale, cosicchè la fase della produzione diretta di beni di consumo e quella della produzione dei medesimi mediante l'impiego dei servizi di beni capitali, frutto della quota risparmiata delle risorse inizialmente disponibili, possano essere situate in ambiti temporalmente non omogenei. In altri termini, occorre che lo scenario che fa da supporto al modello economico includa un "tempo presente" e un "tempo futuro" quali luoghi cronologicamente distinti; conseguentemente la modalità con cui il concetto di utilità viene a fondare la capitalizzazione sarà coerentemente quella dell'essere utilità nel tempo, ovvero capacità di scegliere tra consumi presenti e consumi futuri.

Da un punto di vista formale, l'inclusione del processo di capitalizzazione nella scrittura matematica dei modelli è caratterizzata dall'apparire del tasso di reddito netto, o tasso di interesse, a fianco delle retribuzioni dei servizi dei capitali personali e fondiari, ovvero dei tassi di salario e di rendita. Un'interpretazione del tasso di interesse, che sia in grado di radicare adeguatamente tale grandezza matematica all'intertemporalità insita, come si è visto, nella natura stessa del processo di capitalizzazione, si impone dunque quale necessario requisito alla collocazione dei modelli in esame nell'alveo delle teorie governate dalla categoria utilità.

Nell'ambito del modello di Wicksell, l'accezione di capitale quale lavoro e terra risparmiati, in stretta concordanza con i dettami della "Scuola Austriaca", rende immediatamente evidente la natura interperiodale del tasso di interesse che, per definizione, assume la connotazione di indice della dilazione del consumo nel tempo. Nella teoria di Walras, l'assunzione dell'ipotesi di staticità, se da un lato consente di assicurare al modello una struttura logico-matematica priva di contraddizioni interne, d'altra parte presenta l'inconveniente di restringere l'orizzonte interpretativo della visione walrasiana, rendendo problematica una lettura in senso intertemporale del tasso di interesse[2]. Ed è appunto la necessità di pervenire a contesti interpretativi di maggiore estensione che ha condotto in tempi più recenti a formulazioni teoriche, quali i modelli di equilibrio temporaneo o di equilibrio con mercati a termine, in grado di integrare l'elemento tempo all'interno di schemi che mantengono una impostazione teorica di tipo walrasiano. Un'analisi dettagliata di tali più attuali teorizzazioni esula ovviamente dall'ambito della presente nota, che riguarderà esclusivamente i modelli di Walras e di Wicksell così come sono stati formulati originariamente dagli autori.

Nel paragrafo che segue, utilizzando il medesimo artificio teorico impiegato da Walras nel "Théorème de l'utilité maxima des capitaux neufs"[3], si procederà ad una ipostatizzazione, con caratteristiche esclusivamente virtuali-contabili, dell'equilibrio walrasiano, così che sia consentita una lettura in termini temporali delle espressioni matematiche che saranno derivate, con semplici passaggi, dalle equazioni del modello di Walras. Si mostrerà come ciò sia in grado di condurre ad una sostanziale omogeneità interpretativa tra il tasso di reddito netto, che appare nel modello walrasiano, e la definizione del tasso di interesse che appare negli schemi teorici di Debreu[4].

Nel secondo paragrafo mostreremo come sia possibile, al di là dell'apparente estraneità delle formulazioni matematiche, derivare una funzione di produzione wickselliana a partire dalla definizione, basata su una notazione di tipo matriciale, delle condizioni tecniche di produzione, quali

[2] Un'analisi del ruolo svolto dall'ipotesi di staticità nella teoria di Walras e delle conseguenze che tale assunzione comporta esula ovviamente dall'ambito delle presenti note. Sull'argomento cfr., fra l'altro, D. Laise, M. Tucci, *Capitale Moneta e Tempo*, Cedam, Padova 1984, pp. 16-17, 20, 51-55, 61-63.

[3] La procedura dimostrativa di tale teorema richiede necessariamente l'uso di ipostatizzazioni di natura virtuale delle condizioni di equilibrio. Su tale argomento cfr. D. Laise, M. Tucci, *Capitale Moneta e Tempo*, op. cit., pp. 17, 52-53, 68-69.

[4] V. G. Debreu, *Theory of Value*, Wiley, New York 1959, p. 34.

Walras le descrive nel suo modello. Tale procedura, sgombrando il campo da incommensurabilità di carattere squisitamente notazionale, consentirà di far risaltare le affinità interpretative tra il tasso di reddito netto di Walras e il tasso di interesse così come è concepito nell'ambito della"Scuola Austriaca".

2 – Una interpretazione in senso temporale del tasso di reddito netto nel modello di Walras

Consideriamo il modello di Walras comprendente le equazioni della capitalizzazione, così come l'autore lo descrive in termini formali negli *Elementi*[5]. Allo scopo di semplificare l'esposizione delle argomentazioni che seguiranno, ci limiteremo ad esaminare una economia comprendente solamente un tipo di capitale personale, un tipo di capitale fondiario, due tipi di beni capitali riproducibili e un tipo di bene di consumo[6]. Al fine di meglio evidenziare la struttura della formulazione matematica del modello, risulterà conveniente impiegare una notazione del genere compatto. Il sistema di equazioni che rappresenta la teoria di Walras risulterà essere il seguente:[7]

$$[1] \quad F = dM^*$$

$$[2] \quad Mp(1+i) + lw + tr = p$$

ove:

$$w, r, i$$

[5] V. L. Walras, *Elementi di Economia Politica Pura*, Utet, Torino 1974, p. 569 e segg.

[6] Tale scelta non risulta in alcun modo limitativa, potendo quanto segue essere immediatamente esteso ad economie di qualsivoglia dimensione.

[7] Il sistema [1], [2] è una fedele trascrizione dell'apparato formale impiegato da Walras, essendo stato derivato mediante passaggi banali dalle equazioni contenute negli *Elementi*. Per semplicità abbiamo supposto che, per ambedue i beni capitali riproducibili, i saggi di ammortamento siano pari a uno e quelli di assicurazione uguali a zero. Infine, si noti che l'operazione di prodotto matriciale impiegata nelle [1], [2], è del tipo riga per colonna. Per una esplicitazione delle [1], [2] v. l'Appendice.

sono scalari che indicano rispettivamente il tasso di salario, di rendita e di interesse.

$$p = \begin{pmatrix} p_k \\ p_{k'} \\ p_c \end{pmatrix}$$

è un vettore colonna a tre componenti indicanti rispettivamente il prezzo di vendita dei due beni capitali nuovi e il prezzo del bene di consumo.

$$F(p_k(1+i), p_{k'}(1+i), p_c, w, r, i) = \begin{pmatrix} F_k(.) \\ F_{k'}(.) \\ F_l(.) \\ F_t(.) \end{pmatrix}$$

è una funzione vettoriale a quattro componenti nelle incognite specificate[8]. Le componenti indicano rispettivamente le quantità offerte dei servizi dei due beni capitali riproducibili, del capitale personale e di quello fondiario.

$$d = (D_k, D_{k'}, F_c(.))$$

è un vettore riga a tre componenti le prime due delle quali indicano le quantità domandate dei beni capitali nuovi, l'ultima è costituita dalla funzione di domanda del bene di consumo.

$$l = \begin{pmatrix} k_l \\ k'_l \\ c_l \end{pmatrix}$$

è un vettore colonna a tre componenti indicanti rispettivamente le quantità del servizio del capitale personale impiegate rispettivamente nella produzione di una unità dei due beni capitali nuovi e del bene di consumo[9].

$$t = \begin{pmatrix} k_t \\ k'_t \\ c_t \end{pmatrix}$$

[8]Con la notazione (.) indicheremo la dipendenza funzionale dalle variabili $p_k(1+i)$, $p_{k'}(1+i)$, p_c, w, r, i. Si noti che le espressioni $p_k(1+i)$, $p_{k'}(1+i)$ definiscono i prezzi dei servizi dei due beni capitali riproducibili.

[9]Si noti che si suppongono rendimenti costanti di scala.

è un vettore colonna a tre componenti indicanti rispettivamente le quantità del servizio del capitale fondiario impiegate rispettivamente nella produzione di una unità dei due beni capitali nuovi e del bene di consumo.

$$M^*, M$$

sono matrici dei coefficienti di produzione, la prima (3×2) e la seconda (3×3), definite come segue. Sia:

$$C = \begin{pmatrix} k_k & k_{k'} \\ k'_k & k'_{k'} \\ c_k & c_{k'} \end{pmatrix}$$

una matrice semipositiva (3×2). Le tre righe di tale matrice indicheranno le quantità dei servizi dei due beni capitali riproducibili impiegati rispettivamente nella produzione di una unità dei due beni capitali nuovi e del bene di consumo. Possiamo così definire[10]:

$$M^* = ((C)(l)(t)) \qquad M = \begin{pmatrix} & 0 \\ (C) & 0 \\ & 0 \end{pmatrix}$$

Si noti che l'equazione riguardante l'equilibrio tra domanda e offerta di "marchandise idéale" è stata omessa dal modello, in virtù della legge di Walras; potremo inoltre fissare come numerario il prezzo del bene di consumo ponendo $p_c = 1$. Il modello sarà costituito da 4 + 3 equazioni nelle seguenti 7 incognite: p_k, $p_{k'}$, w, r, i, D_k, $D_{k'}$.

Il problema dell'esistenza di soluzioni economicamente significative per un modello di Walras comprendente le equazioni della capitalizzazione è stato ampiamente trattato in letteratura e sono state individuate condizioni formali dotate di senso economico sufficienti a garantire l'esistenza di soluzioni economicamente significative sia in presenza di beni liberi e/o non profittevoli, sia quando ci si limiti al caso in cui siano presenti solo beni economici e profittevoli[11]. Dunque, in quanto segue si supporrà che

[10] Si supporrà che la matrice M sia "vitale", ovvero tale che il suo autovalore di Perron e Frobenius sia minore di uno. Ciò implica anche che $\lim_{s\to\infty} M^s = 0$. V. M. Lippi, *I prezzi di produzione*, il Mulino, Bologna 1979, pp. 12-28.

[11] V. M. Morishima, *Existence of Solutions to the Walrasian System of Capital Formation*

esista una soluzione per il modello [1], [2] e che tutti i beni ivi presenti siano economici e profittevoli[12].

Definita un'adeguata formulazione matematica delle proposizioni teoriche di Walras, siamo ora in grado di procedere all'esame delle specificazioni che il fenomeno della capitalizzazione induce sulla categoria utilità; e ciò mediante una analisi interpretativa delle strutture del modello, volta in particolare ad evidenziare le connotazioni assunte dalla variabile tasso di interesse che, come già specificato nell'introduzione, è la grandezza matematica che rappresenta all'interno dell'apparato formale il processo di capitalizzazione.

Esaminiamo da prima le quattro equazioni [1]. E' immediato verificare che le [1] costituiscono un sistema di equilibrio tra domanda e offerta concernente i servizi delle risorse inizialmente date, ovvero dei due beni capitali riproducibili, del capitale personale e di quello fondiario. Se, a livello puramente interpretativo, si immagina di assegnare nell'ambito delle quattro equazioni in esame valori arbitrari alle variabili i, D_k, $D_{k'}$, ci si trova in presenza di un modello di equilibrio comprendente quattro mercati, le cui variabili, $p_k(1+i)$, $p_{k'}(1+i)$, w, r, indicano i prezzi dei servizi contrattati su ciascun mercato. Se ne può dunque concludere che a livello strutturale le [1] non si discostano in alcunché dal ben noto filone dell'equilibrio economico generale senza la produzione di beni capitali nuovi[13].

Poniamo ora la nostra attenzione sulle tre equazioni [2]. Con passaggi immediati le [2] possono essere poste nella forma:

$$[3] \quad p = [I - M(1+i)]^{-1}(lw + tr)$$

and Credit, "Zeitschrift für Nationalökonomie", 1960, pp. 238-243, e dello stesso autore: *Equilibrium Stability and Growth*, Clarendon, Oxford 1964, Note to chapter III, pp. 83 e segg.; v. inoltre D. Laise, M. Tucci, *Capitale Moneta e Tempo*, op. cit., cap. I, pp. 31-69.

[12] Quest'ultima assunzione non è in alcun modo limitativa. Difatti, nel caso che siano presenti beni liberi e/o non profittevoli, sarà sufficiente riferire le argomentazioni che seguiranno alla porzione della formulazione matematica che comprende solamente i beni economici e profittevoli.

[13] Si noti che le funzioni date di domanda e offerta $F_c(.)$, $F_k(.)$, $F_{k'}(.)$, $F_l(.)$, $F_t(.)$ presenti nelle [1] possono immaginarsi derivate dagli usuali processi di massimizzazione microeconomica. V., ad esempio, D. Laise, M. Tucci, *Su alcune recenti interpretazioni del rapporto tra Walras e Keynes*, "Note Economiche", n. 3, 1981.

ove I indica la matrice identità di ordine 3. Utilizzando un noto teorema del calcolo matriciale[14], la [3] può essere espressa come segue:

$$[4]\ p = \left[\sum_{s=0}^{\infty} M^s(1+i)^s\right](lw + tr)$$

ovvero:

$$[5]\ p = lw + Mlw(1+i) + M^2lw(1+i)^2 + ... + tr + Mtr(1+i) + M^2tr(1+i)^2 + ...$$

Definendo:

$$a_s = M^s l, \qquad b_s = M^s t, \qquad s = 0,1,2,...$$

la [5] assumerà la forma[15]:

$$[6]\ p = a_0w + a_1w(1+i) + a_2w(1+i)^2 + ... + b_0r + b_1r(1+i) + b_2r(1+i)^2 + ...$$

Le [6], in quanto derivate dalle [2] con semplici passaggi formali, sono, al pari delle [2], interpretabili come equazioni di determinazione dei prezzi dei beni prodotti, ovvero dei due beni capitali nuovi e del bene di consumo. Procedendo ad un dettagliato esame delle [6], notiamo che a sinistra del segno di uguale appare esclusivamente il vettore dei prezzi p. A destra del segno di uguale, oltre ai tassi w, r, i, appaiono i vettori riga a tre componenti a_0, a_1, a_2,...,b_0, b_1, b_2,..., il cui significato è quello ben noto in letteratura: si tratta delle quantità del capitale personale e fondiario allocate nel tempo, ovvero datate. Conseguentemente, il tasso di interesse che appare nella [6] assume l'ovvia connotazione di "rate per elementary time-interval", ovvero tasso di interesse per periodo di tempo, propria della teorizzazione di Debreu[16]. Difatti, proprio come in *Theory of Value*, nella

[14] V. ad esempio, E. Seneta, *Non negative Matrices*, Allen & Unwin, London 1978, Appendix B, pp. 189 e segg. Si rammenti che, per convenzione matematica: $M^0 = I$.

[15] Nella [6] il numero di termini non nulli a destra del segno di uguale sarà finito o non finito a seconda delle caratteristiche strutturali della matrice M. Purtuttavia nel paragrafo seguente mostreremo come il numero dei termini economicamente significativi può ritenersi finito.

[16] V. l'Introduzione (nota 4).

[6] il fattore di interesse $(1 + i)$ definisce il rapporto tra il prezzo di una unità del servizio del capitale personale, o fondiario, erogato in un dato periodo di tempo e il prezzo di una unità del medesimo servizio erogato nel periodo di tempo immediatamente antecedente a quello appena considerato. E' da notare, tuttavia, che l'ipotesi di staticità, propria della teoria di Walras, relega il concetto di tasso di interesse interperiodale, che pure come abbiamo visto è latente nella struttura formale del modello, ad un ruolo puramente virtuale-interpretativo. Nondimeno, è proprio attraverso l'esplicitazione dei germi di temporalità insiti nella visione di Walras, ovvero con l'esigenza di periodizzare il processo produttivo propria di Wicksell, e mediante la sequenzializzazione dei mercati in intervalli discreti di tempo tipica delle "settimane hicksiane", che si è giunti alle teorizzazioni dell'attuale economia neoclassica.

3 – Una genesi della funzione di produzione wickselliana

Al lettore non sarà senz'altro sfuggita l'evidente affinità tra l'espressione [6] e la formulazione matematica del modello di Wicksell: le quantità datate di lavoro e di terra sono nella teoria di quest'ultimo autore lo strumento formale per un'analisi del processo di capitalizzazione. Difatti, in analogia con quanto avviene nelle [6], nella teoria wickselliana il prezzo di un bene prodotto è ottenuto sommando i costi attribuiti alle quantità di lavoro e terra erogate in ciascuno dei periodi di cui si compone il ciclo economico in esame; conseguentemente, come nelle [6], nell'ambito della struttura formale del modello di Wicksell, il fattore di interesse è esprimibile come rapporto tra il prezzo di una unità di lavoro o di terra impiegata in un dato periodo e il prezzo di una unità del medesimo fattore produttivo impiegata nel periodo immediatamente precedente quello dato.

In quanto segue si procederà a radicare in un apparato formale le affinità, a cui si è appena accennato, tra le teorie di Walras e di Wicksell. Mostreremo infatti come sia possibile, a partire da una molteplicità di strutture tecniche walrasiane del tipo descritto nel paragrafo precedente, pervenire alla costruzione di una funzione di produzione di tipo wickselliano. A tale scopo, ricordando che valgono rendimenti costanti di scala e impiegando il già citato teorema di calcolo matriciale[17], possiamo esprimere, nell'ambito del modello di Walras descritto nel paragrafo precedente, le quantità di lavoro datato, necessarie alla produzione di una unità del bene di consumo, come segue:

$$[7] \quad u(I-M)^{-1}l = ul + uMl + uM^2l + \ldots = ua_0 + ua_1 + ua_2 + \ldots$$

ove: $u = (0,0,1)$. Inoltre, le quantità di terra datata, necessarie alla produzione di una unità del bene di consumo, sono pari a:

$$[8] \quad u(I-M)^{-1}t = ut + uMt + uM^2t + \ldots = ub_0 + ub_1 + ub_2 + \ldots$$

Se la matrice M contiene un nucleo indecomponibile[18], il numero di addendi contenuti a destra dell'ultimo segno di uguale nelle [7] e [8] è non finito. Tuttavia la vitalità della M impone che sia: $\lim_{s\to\infty} a_s = \lim_{s\to\infty} b_s = 0$[19], ovvero gli addendi che si riferiscono a quantità di lavoro e di terra, impiegate in un determinato periodo, diventeranno piccoli quanto si vuole mano a mano che ci si riferisce a periodi remoti nel tempo, ossia molto precedenti l'ultimo periodo del ciclo in esame, quando si perviene all'ottenimento del bene di consumo. Se dunque si troncano le [7] e [8] fino a prendere in considerazione periodi abbastanza remoti, ossia si includono nelle sommatorie termini ua_s, ub_s corrispondenti a valori sufficientemente alti dell'indice s, sarà possibile rendere trascurabili i residui di lavoro e di terra di cui consiste la parte delle [7] e [8] che viene accantonata[20].

---

[17] V. il paragrafo precedente, (nota 10).

[18] Cfr. E. Seneta, *Non negative Matrices*, op. cit., pp. 1-26.

[19] V. il paragrafo precedente (nota 6).

[20] Si noti che nei modelli di Walras e di Wicksell la struttura tecnica M, l, t e la funzione di produzione $P = f(A_0, A_1, \ldots, A_k, B_0, B_1, \ldots, B_k)$, che definiremo più avanti nel presente paragrafo, sono dati del problema, mentre i tassi w, r, i sono variabili. Per definizione dunque i valori assunti in soluzione dai tassi di salario, rendita, interesse non possono modificare la struttura tecnica walrasiana o la funzione di produzione wickselliana, né di conseguenza influenzare il processo di troncamento appena delineato. Si noti poi che in un ambito teorico sraffiano è possibile operare un processo di troncamento, analogo a quello sopra definito, a partire da espressioni quali la [6], senza che l'ordine di grandezza del primo termine trascurato dipenda dal valore assunto in soluzione dal tasso di interesse. Per far ciò, è sufficiente notare che non è realisticamente possibile concepire una erogazione di lavoro a salario nullo, dovendosi necessariamente corrispondere almeno un salario minimo di sussistenza. A tale proposito, cfr. D. Laise, M. Tucci, *Una nota alla*

Possiamo quindi limitarci, senza senza alcuna perdita di significatività economica, a prendere in considerazione nelle [7] e [8] un numero finito di addendi, ad esempio $k+1$ termini in ciascuna espressione; in tal modo siamo in grado di ottenere, per un livello unitario di produzione del bene di consumo, la seguente tecnica di tipo wicksselliano[21]:

$$[9] \quad (a_0^*, a_1^*, ..., a_k^*, b_0^*, b_1^*, ..., b_k^*) \rightarrow 1$$

ove:

$$a_s^* = ua_s, \; b_s^* = ub_s, \; s = 0, k.$$

Supponiamo ora di avere a disposizione un insieme continuo di tecniche $\{M, l, t\}$, tale che ciascuna tecnica appartenente a detto insieme presenti le medesime caratteristiche strutturali della tecnica M, l, t descritta nel paragrafo precedente. Applicando la procedura appena delineata, sarà possibile ottenere un isoquanto continuo di livello unitario:

$$[10] \quad 1 = f(a_0^*, a_1^*, ..., a_k^*, b_0^*, b_1^*, ..., b_k^*)$$

Valendo rendimenti costanti di scala, possiamo dalla [10] definire, tramite un procedimento di omotetia, una funzione di produzione di tipo wicksselliano:

$$[11] \quad P = f(A_0, A_1, ..., A_k, B_0, B_1, ..., B_k)$$

ove P indica la quantità del bene di consumo prodotta e

$$A_s = Pa_s^*, \; B_s = Pb_s^*, \; s = 0, k.$$

A partire dalla [11] sarà ora possibile definire un modello di Wicksell esteso a un ciclo comprendente $k+1$ periodi:

$$P = f(A_0, A_1, ..., A_k, B_0, B_1, ..., B_k)$$

recensione di "Capitale Moneta e Tempo", "Studi economici", n. 29, 1986.

[21] Si noti che ciò che distingue una tecnica produttiva circolare, quale è quella rappresentata dalle grandezze M, l, t qualora M includa un nucleo indecomponibile, e una tecnica non circolare del tipo individuato dalla [9], è formalmente identificabile con quantità infinitesime di lavoro e di terra, ovvero entità economicamente non rilevanti.

$$
[12] \quad
\begin{array}{ll}
\dfrac{\partial P}{\partial A_0} = w & \dfrac{\partial P}{\partial B_0} = r \\
\dfrac{\partial P}{\partial A_1} = w(1+i) & \dfrac{\partial P}{\partial B_1} = r(1+i) \\
\dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots \\
\dfrac{\partial P}{\partial A_k} = w(1+i)^k & \dfrac{\partial P}{\partial B_k} = r(1+i)^k
\end{array}
$$

$$
[13] \quad
\begin{array}{l}
A_0 + A_1 + \dots + A_k = A \\
B_0 + B_1 + \dots + B_k = B \\
K = A_1 w(1+i) + \dots + A_k w(1+i)^k + B_1 r(1+i) + \dots + B_k r(1+i)^k
\end{array}
$$

ove A e B sono le quantità complessive, rispettivamente di lavoro e di terra, impiegate nell'intero ciclo produttivo in esame; K è l'ammontare del capitale creditizio espresso in unità del bene di consumo, il cui prezzo è scelto come numerario e posto uguale a uno. Si noti che, impiegando il teorema di Eulero, è possibile ricavare dalle [12] la seguente relazione:

$$
[14] \quad P = A_0 w + A_1 w(1+i) + \dots + A_k w(1+i)^k + B_0 r + B_1 r(1+i) + \dots + B_k r(1+i)^k
$$

La [14] pone il prezzo della quantità totale del bene di consumo prodotto pari al costo dei fattori produttivi impiegati.

Uno studio dettagliato del modello di Wicksell appena descritto esula dall'ambito delle presenti note[22]. Nel paragrafo che segue, viceversa, verrà posta l'attenzione su alcune osservazioni di carattere comparativo.

[22] A tale proposito cfr., tra l'altro: D. Laise, M. Tucci, *Note sulla teoria wickselliana del capitale*, "Rivista di Politica Economica", nov. 1980 e, degli stessi autori: *La teoria di Wicksell. Una replica*, "Rivista di Politica Economica", ago.-sett. 1981; *La teoria di Wicksell: una ulteriore replica*, "Rivista di Politica Economica", ott. 1982; *Capitale Moneta e Tempo*, op. cit., pp. 105-137. Cfr. inoltre: D. Pearce, M. Tucci, *Intertheory relations in growth economics: Sraffa and Wicksell*, in W. Balzer, D. Pearce, H. J. Schmidt (ed.), *Reduction in Science*, Reidel, Dordrecht, 1984.

4 – Considerazioni conclusive

Al pari del modello di Walras, anche quello di Wicksell può essere diviso in due sezioni. Le equazioni [12], così come le [2], contengono le condizioni tecniche di produzione e impongono l'uguaglianza tra i prezzi dei beni prodotti e i costi dei fattori impiegati nel processo produttivo. Ed è proprio a partire dalle [2] che, nell'ambito del modello di Walras, è possibile ottenere, mediante semplici passaggi formali, le relazioni [6]; mentre, nell'ambito del modello di Wicksell, è possibile derivare, con le procedure usuali, la relazione [14] dalle equazioni [12]. Abbiamo mostrato come, nell'ambito delle espressioni [6] e [14], il tasso di interesse venga ad assumere la medesima connotazione interpretativa. In tal modo viene resa evidente la concordanza che, almeno sullo specifico problema del significato del tasso di interesse, lega la teoria walrasiana alla "Scuola Austriaca", all'interno della quale, come è noto, assume un ruolo centrale la concezione del tasso di interesse come indice di preferenza circa il differimento del consumo nel tempo.

Le equazioni [1] nel modello di Walras e le [13] in quello di Wicksell esprimono in ambedue le teorie l'equilibrio tra le domande e le rispettive offerte dei servizi delle risorse inizialmente date, con la nota distinzione riguardante il trattamento dei beni capitali riproducibili che in Walras vengono specificati nella loro forma fisica, in Wicksell nel loro valore globale espresso in forma monetaria. Tale diversità, che ad un primo livello di analisi potrebbe sembrare di natura eminentemente formale, ci consente viceversa di accedere ad una più approfondita comprensione dello scenario temporale configurato da ciascuna teoria. Nel modello di Walras, l'ipotesi di staticità consente di "congelare" il processo di capitalizzazione in un singolo istante di tempo. Di conseguenza, si dovrà necessariamente supporre che tra le risorse inizialmente disponibili siano già presenti beni capitali riproducibili e che quelli prodotti all'interno dell'economia in questione diventino operativi solo successivamente. Nel modello di Wicksell, viceversa, si esamina un intero ciclo di capitalizzazione, che ha inizio a partire da risorse non producibili, si sviluppa nel tempo con la produzione di beni capitali intermedi e si chiude con l'ottenimento del bene di consumo. Tale diversità, radicata in una differente caratterizzazione della categoria tempo, individua la specificità teorica del contributo di ciascuno dei due autori e sottolinea i limiti e le potenzialità dei due distinti approcci.

Dipartimento di Economia Pubblica
Università di Roma "La Sapienza",
gennaio 1986