Tasso annuo convertibile k volte l'anno

Abbiamo detto che nel regime a interesse composto il passaggio da tasso annuo a tasso periodale prevede calcoli un po' lunghi ripsetto al regime a interesse semplice.
In capitalizzazione composta non si può moltiplicare il tasso periodale per il numero di periodi, come è invece lecito nella capitalizzazione semplice.
Il prodotto del tasso periodale per il numero di periodi NON è il tasso annuo effettivo equivalente, ma è detto TAN (Tasso annuo nominale) convertibile K volte l'anno.
Il tasso annuo nominale è quel tasso non effettivo (cioè non quello che effettivamente viene pagato dopo un anno di operazione), che permette di convertire agevolmente i tassi da annuale a periodale (e viceversa).
Infatti, se in un esercizio mi viene fornito un tan=6% in RIC e mi viene chiesto il tasso semestrale, questo sarà semplicemente 6%/2= 3%.
Questo non va contro quanto detto finora riguardo alla conversione dei tassi perché, come precedentemente sottolineato, il tan non è un tasso reale, ma è solo quello semestrale moltiplicato per 2.
Ecco perché si kiama tasso annuo convertibile k volte l'anno, perché ha un valore puramente di calcolo e non esprime il veor tasso annuale, che invece si ottiene convertendo il tasso periodale ottenuto dal tan col solito sistema in ric (e cioè eguagliando i due montanti).

J_k= TAN e $i_k = \frac{J_k}{k}$

Esempio: J4=6% significa un tasso annuo nominale del 6% convertibile 4 volte l'anno,cioè che mi permette di trovare solo con la divisione quello trimestrale che è perciò pari a $\frac{0.06}{4} = 1.5\%$
A questo punto, per trovare l'effettivo tasso annuale, applico il principio solito, per cui $i = (1.015)^4 - 1$ =6.136% (che è più alto del tan).

Le rendite finanziarie

Si intende un insieme di importi da pagare oppure da riscuotere a epoche diverse.
Gli importi (Rate) si indicano con R_k, (dove k indica il periodo di competenza e varia da 1 a n) e le scadenze con t_k.
Le rendite possono essere classificate in base alla

- Rata: può essere costante (R_k=R) oppure variabile
- Numerosità delle rate: si parla di rendita temporanea se il numero n delle rate è finito, mentre quella perpetua corrisponde ad un numero infinito di rate.
- Periodicità: si definisce periodica la rendita in cui gli intervalli di tempo tra una rata e l'altra sono equidistanti. In caso contrario si parla di rendita non periodica.
- Scadenza della rata: Quella posticipata è quella che prevede la riscossione della rata a fine periodo (es, come lo stipendio alla fine del mese). Quella anticipata, invece, prevede la riscossione all'inizio (es. il pagamento di un affitto il primo giorno del mese).
- Decorrenza della rendita: Immediata è la rendita che viene pagata (o riscossa) entro il primo periodo di competenza. Differita se la rata è pagata (o incassata) in un periodo futuro t_h, con h>1

La valutazione di una rendita può essere riferita sia all'inizio del periodo, nel cui caso calcolo il valore attuale; alla fine del periodo (calcolo il montante della rendita) o ad una data intermedia.

Il valore attuale di una rendita

Calcolare il valore attuale di una rendita significa stimarne il valore dell'intero ammontare delle rate come se queste fossero corrisposte ad un'unica data e, in particolare, all'epoca zero.
Perciò, come nel caso del singolo importo noi facevamo il valore attuale applicando il fattore di sconto, così dovremo fare per le rendite ad ogni importo.
Il valore attuale è perciò la somma dei valori attuali delle singole rate.
Se le rate sono poche (e magari di diverso importo), è possibile calcolare proprio il valore attuale di ogni rata e farne la somma
Esempio.

Tuttavia, se il numero delle rate è elevato non è possibile pensare di calcolarne uno per uno: per questo si utilizzano delle formule che permettono di esprimere con pochi calcoli il valore attuale di tutte le rate.
NB: Queste formule vengono utilizzate nel caso di <u>rendite periodiche, temporanee e a rate costanti;</u> si differenziano, perciò, solo per quanto riguarda la decorrenza della rendita (immediata o differita) e per la scadenza della rata (anticipata o posticipata).

<u>Rendita immediata e posticipata</u>

$V.A. = R\frac{1-U^n}{i}$ dove $U = (1+i)^{-1}$ R: Importo della rata N: numero di rate

Da cui

$$V.A. = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

La stessa formula può anche essere espressa come a figurato n al tasso i

<u>Rendita immediata e anticipata</u>

L'unica differenza rispetto al caso posticipato è l'aggiunta del termine $(1+i)$

$V.A. = R(1+i)\frac{1-U^n}{i}$ da cui

$$V.A. = R(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

E anche in questo caso a figurato n al tasso i anticipato

<u>Rendita differita e posticipata</u>

La differenza della rendita differita rispetto alle precedenti riguarda semplicemente l'aggiunta del termine $(1+i)^{-p}$. Nel caso, perciò , di una differita posticipata, questa sarà uguale al caso immediato ma con l'aggiunta di $(1+i)^{-p}$

$$V.A. = R(1+i)^{-p}\frac{1-U^n}{i}$$

$$V.A. = R(1+i)^{-p}\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Rendita differita e anticipata
Stessa cosa per quel che riguarda l'anticipata:

$$V.A. = R(1+i)\frac{1-U^n}{i}(1+i)^{-p}$$

$$V.A. = R(1+i)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)^{-p}$$

Il montante di una rendita
Il calcolo del montante è analogo, se non per il fatto che capitalizzo le rate.
Perciò la formula del montante di una rendita immediata e posticipata è

$$M = \frac{R(1+i)^n - 1}{i}$$

Anche in questo caso, se devo scrivere l'anticipata aggiungerò $(1+i)$.