LEZIONE 2

7 Marzo 2008

→ RACCOGLIMENTO E SEMPLIFICAZIONE

① raccogliere elementi comuni → x o coefficienti

- $\frac{x^2}{x^2+2x} = \frac{x^2}{x(x+2)} = \frac{x}{x+2}$
- $\frac{12x^5y^2z^4}{8x^2y^4m^2} = \frac{3x^3z^4}{2y^2m^2}$

② prodotti notevoli e falsi quadrati

$a^3+b^3+3ab^2+3a^2b=(a+b)^3$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

- $\frac{x^2-4}{x+2} = \frac{(x+2)(x-2)}{x+2} = x-2$
- $\frac{x^2+9+6x}{x+3} = x+3$

$\frac{x^2+4}{x+2} =$ NO

- $\frac{3x^2-6xy}{x^2-4y^2} = \frac{3x(x-2y)}{(x+2y)(x-2y)} = \frac{3x}{x+2y}$

③ altri metodi di raccoglimento e scomposizione come: Ruffini; $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

- già visti esempi e ne vedremo altri.

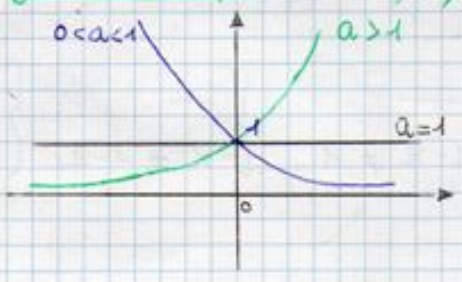
→ FUNZIONI E DOMINIO

regole delle potenze → $a, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$; $a>0$

① $a^{b_1}\cdot a^{b_2} = a^{b_1+b_2}$ ② $(a^{b_1})^{b_2} = a^{(b_1\cdot b_2)}$ ⑤ $\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^b = \frac{a_1^b}{a_2^b}$

③ $\frac{a^{b_1}}{a^{b_2}} = a^{(b_1-b_2)}$ ④ $(a_1\cdot a_2)^b = a_1^b\cdot a_2^b$

funzione esponenziale $f(x)=a^x$ $x\geq 0$



funzione logaritmica $f(x)=\log_a x$

Proprietà logaritmi

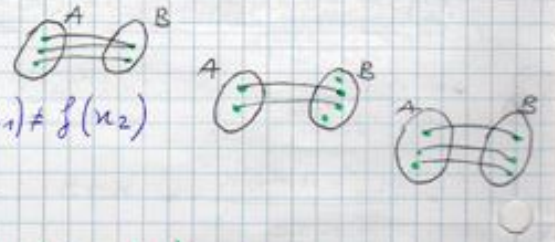
① $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ ② $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

③ $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$ ④ $\log_a x^r = r\log_a x$

x = variabile indipendente y = variabile dipendente

$\Rightarrow$ y è funzione di x $\Rightarrow$ $y = f(x)$

$f: A \longrightarrow B$ • l'insieme A è detto **DOMINIO** (insieme dei valori di x per cui ha senso svolgere le operazioni necessarie per trovare y). Per ogni elemento $a \in A$, l'elemento $b \in B$ che in modo unico gli viene associato mediante f è denotato con $f(a)$ e si chiama **IMMAGINE** di a secondo f. • L'insieme B è detto **CODOMINIO** della funzione; l'insieme $f(A)$ è detto **INSIEME DELLE IMMAGINI**.



→ Suriettiva $f(A) = B$

→ Iniettiva se $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

→ Biettiva o biunivoca entrambi

↳ è anche **INVERTIBILE**

DOMINIO (funzioni reali di una variabile reale)

1. Denominatori $\neq 0$
2. $\log \Delta \Rightarrow \Delta > 0$
3. $\sqrt[n]{\Delta}$ $\Rightarrow$ se n è pari $\Rightarrow \Delta \geq 0$
4. $f(x)^{g(x)} \Rightarrow f(x) > 0$

Alcuni esercizi svolti in classe: Determinare il dominio delle seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 3x - 4}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}$$

$$f(x) = \ln\left(-1 - x^2\right)$$