

Equazioni di secondo grado

Un'equazione di secondo grado è riconducibile alla forma :

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{con } a \neq 0$$

Soluzioni delle equazioni di secondo grado incomplete			
Tipo di equazione	Equazione	Soluzioni	Esempio
Monomia ($b = c = 0$)	$ax^2 = 0$	$x_1 = x_2 = 0$	$\frac{1}{4}x^2 = 0$ $x_1 = x_2 = 0$
Spuria ($b \neq 0, c = 0$)	$ax^2 + bx = 0$	$x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{b}{a}$	$3x^2 + 2x = 0$ $x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{2}{3}$
Pura ($b = 0, c \neq 0$)	$ax^2 + c = 0$	$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$; $x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$ le radici sono reali solo se a e c sono discordi	$4x^2 - 1 = 0$ $x_1 = -\frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{1}{2}$

Il discriminante dell'equazione completa $ax^2 + bx + c = 0$ è $\Delta = b^2 - 4ac$.

Soluzioni delle equazioni di secondo grado complete		
Segno del discriminante	Soluzioni	Esempio
$\Delta > 0$	Due radici reali e distinte $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	$4x^2 + x - 5 = 0$ $\Delta = 1 + 80 = 81$ $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{81}}{8} = -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4}$ $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{81}}{8} = \frac{8}{8} = 1$
$\Delta = 0$	Due radici reali e coincidenti $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	$4x^2 + 4x + 1 = 0$ $\Delta = 16 - 16 = 0$ $x_1 = x_2 = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$
$\Delta < 0$	Non ammette soluzioni reali	$x^2 + x + 4 = 0$ $\Delta = 1 - 16 = -15 < 0$

Formula ridotta

Se il coefficiente b è pari si può applicare la formula ridotta .

$$x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$$

Somma e prodotto delle radici

Se l'equazione di secondo grado $ax^2 + bx + c = 0$ ha come radici reali x_1 e x_2 , posto $s = x_1 + x_2$ e $p = x_1 x_2$ si ha :

$$s = -\frac{b}{a}$$

$$p = \frac{c}{a}$$

L'equazione è equivalente a :

$$x^2 - sx + p = 0$$

Scomposizione del trinomio di secondo grado

Il trinomio è scomponibile in fattori se l'equazione $ax^2 + bx + c = 0$ ha radici reali x_1 e x_2 .

$$\Delta > 0; ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\Delta = 0; ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$$

Il trinomio è irriducibile in \mathbb{R} se $\Delta < 0$.