

"They are beautiful laws, laws that are fulfilling in a wonderful manner. The beauty of finding unity in an infinite variety of things is what science is all about"

*Ignacio Rodriguez-Iturbe,
EQuadNews, Princeton University*

Prefazione.

Questa tesi riguarda lo studio dell'evoluzione delle Reti Fluviali Ottime, meglio note in ambito scientifico come *Optimal Channel Networks*, con eterogeneità non smorzata di precipitazione, per verificare l'universalità degli esponenti caratterizzanti la geomorfologia dei bacini fluviali reali.

Ricordiamo che le configurazioni delle OCNs, collegate al principio variazionale di minimizzazione dell'energia totale dissipata, sono soluzioni stazionarie dell'equazione generale di "*landscape evolution*", e sintetizzano nella loro forma distribuita nello spazio ed invariante, senza cicli chiusi e dendritica, la casualità, la necessità, e la selezione naturale [Rinaldo, 2006].

E' di tutta evidenza come i vincoli artificiali contribuiscano al raggiungimento dello stato di "ottimo imperfetto".

Studi precedenti avevano trattato il problema introducendo nel modello originale di Rinaldo e Rodriguez-Iturbe [Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997] dei disturbi attenuati ("*quenched randomness*"), come l'eterogeneità dei suoli e la variabilità della precipitazione [Colaiori et. al., 1997].

Precedentemente altre ricerche erano state mirate allo studio dell'evoluzione del territorio, legato alle reti ottime tramite la relazione "flusso cumulato-gradiente", con eterogeneità geologiche, imponendo una percentuale di aree non erodibili [Caldarelli et. al., 1997].

Inoltre ulteriori studi hanno chiarito l'influenza delle variazioni del clima e del suo cambiamento sul territorio [Rinaldo et. al., 1995; Dietrich et. al., 1994].

Queste forme di disturbo attenuate introdotte, non erano state capaci di produrre una variazione negli esponenti delle leggi a potenza; si era osservata unicamente una alterazione nella relazione "flusso-gradiente" dal valore "ot-

timo” $\gamma = 0.5$, anche per topografie con basse pendenze, la cui causa è stata ipotizzata essere la miopia del modello alla realtà con la semplificazione di iniezione costante ed unitaria.

Altre ricerche avevano trovato ulteriori esponenti, non comunque molto dissimili da quelli delle OCNs, presumibilmente appartenenti ad altre classi di universalità; una ricerca aveva approfondito i concetti della Self Organized Criticality nell’evoluzione del territorio [Caldarelli *et. al.*, 2004; Stepinski *et. al.*, 2005], altre avevano determinato le statistiche sulla superficie di Marte con le stesse tecniche adottate per lo studio dei bacini fluviali terrestri [Gregoire-Mazzocco *et. al.*, 2004], provando inoltre la presenza in passato di fluidi (non necessariamente acqua) sulla superficie marziana. Quindi sia le reti SOC sia quelle marziane presentano similarità alle OCNs ossia forme frattali.

Si è dimostrato come, anche le OCNs prodotte con campi di pioggia variamente correlata, quindi fortemente ”perturbativi”, mantengono valide le conclusioni ricavate dal modello uniforme; si è notata invece una forte variazione nella geomorfologia delle OCNs eterogenee rispetto le omogenee, e sono state anche condotte rilevanti analisi riguardo la termodinamica del processo che porta al loro ottenimento.

La tesi è stata organizzata in modo che ogni sua parte possa essere letta quasi indipendentemente dalle altre; si fornisce, tralasciando la presente Prefazione ed i Ringraziamenti, una breve descrizione del contenuto dei capitoli:

- **Capitolo 1:** introduzione e sintesi dei risultati ottenuti riguardo gli esponenti di scala, la geomorfologia, e la termodinamica delle OCNs eterogenee, con prime formulazioni analitiche. Si ha quindi un breve riassunto dei capitoli chiave, 4, 5, e 6, della ricerca svolta;
- **Capitolo 2:** riepilogo della teoria originaria delle OCNs, implicazioni dei principi di ottimo, cenni alla termodinamica dei processi di ottimo, all’allometria idrologica, e alle altre reti in natura;
- **Capitolo 3:** definizione e derivazione delle leggi di scala, proprietà del bacino di Peano, risultato analiti delle OCNs omogenee ed eterogenee, queste ultime dapprima considerate con variabilità attenuata nei suoli, poi con variabilità attenuata nella nell’iniezione nodale. Infine si sono riportati brevemente i risultati numerici di ricerche precedenti, riguardo il minimo locale e globale delle OCNs omogenee;

- **Capitolo 4:** riepilogo delle leggi di scala dei bacini fluviali, risultati numerici per i campi isotropi a covarianza esponenziale a $\langle r_i \rangle = 1$, con $\sigma^2 = 0.5$, e $\sigma^2 = 1.0$, al variare di della scala di correlazione I della pioggia, analisi delle *gsOCNs* e *hotOCNs* eterogenee, nonchè delle OCNs eterogenee su bacini reali e con campi di pioggia a diversa funzione di covarianza, deterministici, e completamente casuali. Grafici di sintesi per gli esponenti, τ delle aree cumulate e ψ delle lunghezze upstream, conclusioni e test "di collasso";
- **Capitolo 5:** riepilogo della termodinamica delle OCNs omogenee, risultati ottenuti riguardo la termodinamica delle reti eterogenee, in merito alla dissipazione di energia e all'entropia nel Simulated Annealing. E' stato verificato lo scaling dell'energia dissipata, chiarito il ruolo reciproco della velocità di "raffreddamento" con il numero di cambiamenti consentiti, al fine di scegliere opportunamente le temperature, e analizzata "l'attività" della rete nel processo di ottimizzazione monitorando i siti attivi ad ogni step;
- **Capitolo 6:** analisi in funzione della scala I/L per quanto riguarda la densità di drenaggio media, il suo scaling, e J_{min} , per diversi valori del flusso cumulato di soglia J_{th} . Sono state anche condotte analisi della densità di drenaggio media e di J_{min} , in funzione di J_{th} per vari valori di I ; tutte gli studi sono stati effettuati per le OCNs simulate sia con campi a $\sigma^2 = 0.5$ sia con $\sigma^2 = 1.0$. E' stata inoltre studiata la funzione di ampiezza, ed il relativo spettro, la distribuzione dei flussi nel bacino, proposte ulteriori possibili analisi, ad es. relative all'analisi frattale dei transects, e qualche visualizzazione 3D;
- **Capitolo 7:** conclusioni alla ricerca svolta e prospettive di ricerche future su temi correlati, in Idrologia, Geofisica e Fisica delle Reti Complesse;
- **Capitolo 8:** bibliografia; si ringraziano tutti gli autori che, seppur citati nella tesi con loro pubblicazioni, inavvertitamente non sono stati riportati;
- **Allegato 1:** introduzione ai concetti di universalità, leggi a potenza e distribuzioni a scala libera, effetti di scala finita, inerenti la Fisica delle

Reti Complesse. Accenni alle reti biologiche riguardanti il metabolismo, il fenomeno "small-world" e ad altre reti ricavate da differenti principi di selezione;

- **Allegato 2:** introduzione al programma HydroGen utilizzato per la generazione di campi di pioggia random a diversa struttura di correlazione, e loro rappresentazione 3D;
- **Allegato 3:** presentazione sommaria delle routines FluidTurtle utilizzate per lo studio delle OCNs omogenee ed eterogenee, basi teoriche per ricavare le reti casuali tipo Eden e Scheidegger, descrizione dell'algoritmo di Metropolis. Elenco dei software utilizzati per la tesi, dei codici sviluppati e modificati.

Nella tesi si parlerà spesso di "alberi", intendendo le reti ad albero, e di reti eterogenee, intendendo le reti ottenute con campi di pioggia variamente correlata, quindi non "quenched".

Nonostante la forte specificità del tema investigato, si vogliono, perlomeno in questa premessa, tracciare le implicazioni interdisciplinari ed i principi fisici comuni ad altri vasti ambiti scientifici, di questa ricerca.

Si sta sempre più diffondendo in ambito scientifico l'idea della collaborazione e con essa lo studio delle reti, sia naturali sia artificiali, che si manifestano a tutte le scale. Ormai è ben definita la Scienza della Complessità o Fisica dei Sistemi Complessi, la quale basandosi solidamente sulla Meccanica Statistica, tende a studiare le proprietà d'insieme degli "oggetti" e non le proprietà microscopiche e peculiari dei singoli.

La cosa interessante è che lo studio della fisica reti ha ormai invaso anche campi tradizionalmente distanti dalla scienza, quali la sociologia e l'economia.

Da una parte vi è lo studio delle forme che la natura "detta" alle reti, descrivibili attraverso delle regole dinamiche, delle condizioni al contorno ed eventualmente delle forzanti, dall'altro vi è lo studio della topologia di queste reti. Forma delle reti e loro funzionalità sono fortemente legati, pertanto se si conoscono le proprietà topologiche si può agire sul sistema (si veda per le prospettive in idrologia [Sivapalan, 2005]).

Da notare che non tutte le reti sono "visibili" come le reti fluviali, in quanto esse sono principalmente delle interazioni mutue degli elementi che le costituiscono.

Nelle reti esistono delle proprietà di scala invarianti, non sempre però queste implicano automaticamente "complessità" e/o "criticalità".

Non sempre le forme delle reti sono senza cicli chiusi, ad esempio nei delta fluviali è comune la presenza di "loops", o più in generale nelle reti a scala libera o in quelle random.

Tuttavia lo stesso principio base di ottimalità e più in generale la medesima termodinamica dei processi (es. il Principio di Produzione Massima di Entropia (MEP) [Kleidon *et. al.*, 2004]), utilizzato per le OCNs sia omogenee sia eterogenee, sembra valere in disparati contesti, alcuni dei quali di straordinario interesse per l'idrologia,

- nell'assemblamento delle proteine ("protein folding") guidate dalle informazioni date dal DNA, attraverso la minimizzazione di un funzionale [Flammini *et. al.*, 2004; Vensdrusco *et. al.*, 2000; Rosen *et. al.*, 2000];
- nelle reti di interazione proteina-proteina (PIN) [Colizza, 2004; Vazquez *et. al.*, 2003; Hoang *et. al.*, 2004];
- nel comportamento dei polimeri diretti in mezzi random [De Los Rios *et. al.*, 1996; Banavar *et. al.*, 2003], nella crescita delle interfacce e nella percolazione diretta [Kardar *et. al.*, 1986; Cieplak *et. al.* 1996; Maritan *et. al.*, 1992];
- nel sistema cardiocircolatorio umano e dei mammiferi alla cui forma corrisponde una legge di scala del metabolismo, ma anche altre leggi a potenza di numerose quantità biologiche (es. la frequenza del battito cardiaco e la durata della vita) [Banavar *et. al.*, 1999, 2000, 2002; West *et. al.*, 1997];
- nel sistema vascolare delle piante nella loro interezza, e nelle loro componenti, ad esempio nelle foglie [West *et. al.*, 1999b; Runions *et. al.*, 2005, Bohn *et. al.* 2005; Cho, 2004];
- nelle reti respiratorie, in quelle nervose [Bak, 1996], nonché nel sistema vascolare del cuore, dei tumori e nella loro stessa crescita [Craciunescu, 1998];
- nella distribuzione delle dimensioni del plankton e dei microorganismi in ecosistemi marini, ad esempio dell'Atlantico [Rinaldo *et. al.*, 2002] ma più in generale in tutti i sistemi acquatici, la quale porta ad una loro auto-organizzazione;

- nelle reti alimentari degli ecosistemi [Garlascelli *et. al.*, 2003; Montoya *et. al.*, 2002], le quali possono essere correlate alla distribuzione delle specie vegetali e animali nel territorio, e al loro tempo di vita nella dinamica preda-predatore [Zillio, 2005; Pigolotti *et. al.*, 2005; Volkov *et. al.*, 2005, 2003];
- nelle reti elettriche soggette a forzanti, condizioni al contorno e iniziali di diverso tipo [Bohn *et. al.*, 2006; Marani *et. al.*, 1998], nella rottura dei resistori [Takayasu, 1984], nei flussi intermittenti dei vortici magnetici all'interno di superconduttori [Bassler *et. al.*, 1999; Nori *et. al.*, 1998], alle forme ottenute nelle celle di Hele-Shaw a differenti rapporti di viscosità [Roy *et. al.*, 1996];
- nelle reti di frattura di materiali artificiali, geologici, e biologici [Carpinteri, 1993];
- nelle reti generate da altri principi di selezione [Colizza *et. al.*, 2004] le quali permettono di descrivere altre tipiche strutture, quelle legate al fenomeno "small-world" ad esempio in ambito sociale [Watts e Strogatz, 1998], Internet e il World Wide Web [Barabasi e Albert, 1999], o la trasmissione di infezioni per via aerea [Colizza *et. al.*, 2005].

Il motore alla base di tutte queste reti ottime, o meglio pseudo-ottime dato che l'efficienza totale non è mai o quasi mai raggiunta (corrispondente al minimo dell'energia dissipata), sembra essere una qualche forma di selezione (derivante dalla fisica dei fenomeni o puramente speculativa), la quale spesso produce in esse delle forme che si ripetono a tutte le scale [Rinaldo *et. al.*, 2006; Strogatz, 2005].

Il *caso* e la *necessità* nell'evoluzione delle reti sembrano pertanto essere delle costanti reciprocamente "in conflitto", e particolarmente evidenti nel caso delle reti fluviali ma anche in quelle biologiche.

Le forme di eterogeneità forzata nel territorio, non perturbano quindi l'auto-organizzazione globale delle reti fluviali, così come nelle reti ecologiche ad esempio, la morte di tutti i topi non farebbe estinguere i gatti perchè questi ultimi si ciberebbero delle lucertole, e la rete manterrebbe la propria forma [Garlaschelli, 2006].

Le eterogeneità sembrano invece influenzare la *competizione* dei singoli rami di drenaggio, ovvero lì dove le proprietà geologiche dei suoli sono più scarse un canale ha più probabilità di formarsi rispetto ad un'altro che "con casualità" prova ad incidere il territorio in una zona rocciosa; allo stesso modo un

canale si forma con più probabilità dove piove mediamente di più nel corso del tempo.

Nonostante questo gli esponenti universali tengono perchè riguardano le proprietà globali della rete, influenzate esclusivamente dalla forma geometrica del bacino nel piano. Le aree occupate da canali sono evidentemente quelle più efficienti con produzione e trasporto di sedimenti.

In definitiva le OCNs uniformi sono un ottimo modello per catturare le proprietà globali delle reti fluviali.