

Introduzione e sintesi dei risultati ottenuti.

La tesi ha portato alla creazione di un modello originale di sviluppo ed analisi delle Reti Fluviali Ottime, note alla letteratura internazionale come "Optimal Channel Networks", con eterogeneità di precipitazione e sulla base di modelli precedenti [e.g., *Rigon et al.*, 1998, 1996, 1994, 1993; *Rinaldo et al.*, 1998, 1996, 1995, 1993, 1992; *Rodriguez-Iturbe et al.*, 1994, 1992a-b; *Maritan et al.*, 2002; *Colaiori et al.*, 1997].

I modelli di base sono implementati in routine denominate "FluidTurtle" (vedi <http://www.ing.unitn.it/rigon/indexo.html>) originariamente realizzate in Mathematica, poi in linguaggio C.

Parte di tali routine sono state modificate per poter essere utilizzate nel caso di precipitazione pseudorandom, ossia con iniezione nodale r_i non pari ad un numero intero.

Le routine FluidTurtle costituiscono la base anche di modelli idrologici sviluppati nel tempo come HortonMachine e PeakFlow, entrambi incorporati in JGrass, il primo per analisi geomorfologiche, il secondo per analisi afflussi-deflussi basato sulla teoria GIUH con funzione di ampiezza; citiamo anche il modello GEOTop del ciclo idrologico e Trento-p per la progettazione delle fognature bianche basato sul modello geomorfologico.

Si è cercato anche a partire dal lavoro di tesi di dare una unitarietà a tutte le routine necessarie per lo studio delle OCNs, in modo da realizzare un pacchetto unitario e un manuale corredato come per i modelli "FluidTurtle-basati" di cui sopra si è accennato.

In particolare le integrazioni e/o modifiche più significative sono state effettuate nella routine per il calcolo del flusso cumulato a partire dalle condizioni iniziali delle direzioni di drenaggio (vedi in Allegato 3 *Rtca.c*), in quella implementante l'algoritmo di Metropolis fondamentale nell'ottenere le reti ottime tramite "Simulated Annealing" anche nel caso eterogeneo (vedi in Allegato 3

R – Metropolis.c) e per la determinazione dei siti attivi ad ogni temperatura (*Ras – Metropolis.c*), infine nella routine per l'estrazione delle reti fissato un valore di soglia sul flusso cumulato (vedi in Allegato 3 *RextractOCN.c*).

Sono stati creati anche dei programmi in Matlab per la determinazione della funzione di ampiezza $W(x)$, del suo spettro di potenza, e della relativa rappresentazione grafica; inoltre Matlab è stato utilizzato anche per la creazione dei campi di precipitazione deterministici (campi di pioggia suddivisi a metà, nei quali da una parte si impone $r_i = 1.001\forall i$, nell'altra $r_i = 0.001\forall i$; i valori di r_i delle due parti non sono stati appositamente assunti interi, poichè ogni sito i deve avere flusso cumulato differente da quello degli otto siti circostanti, per il funzionamento dell'algoritmo di Metropolis implementato) e per la manipolazione delle matrici esportate da JGrass [*Rigon et al., 2006*] e TauDEM-MapWindow [*Tarboton et al., 2005*] affinchè fossero importabili dalle routine FluidTurtle.

I campi di pioggia deterministici di cui prima si è parlato sono sostanzialmente campi quasi mai aderenti alla realtà, tranne in rari casi ad esempio nella parte alta del bacino del Colorado (Utah) la precipitazione sia estiva sia invernale è molto significativa, nella parte attraversante le Rocky Mountains è sostanzialmente nulla durante tutto l'anno, e questo porta alla creazione di ecosistemi completamente differenti uno dall'altro [*Bell, 1869*].

I campi di pioggia random a diversa lunghezza di correlazione e funzione di covarianza sono stati creati con il programma HydroGen [*Bellin e Rubin, 1996*] sviluppato in linguaggio Fortran.

Primario obiettivo della tesi è stato quello di verificare quando gli esponenti nelle leggi a potenza dei bacini fluviali presentano variazioni oltre i limiti stabiliti dagli studi precedenti sulle Optimal Channel Networks [*Maritan et al., 1996, Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997*].

Più specificamente si è voluto analizzare quando la relazione di scala delle aree cumulate A_i diverge dalla relazione di scala dei flussi cumulati J_i , quindi a quale valore di correlazione della precipitazione, la differenza tra i due esponenti è maggiore in modulo della massima fluttuazione, pari a 0.02, statisticamente accettata per i bacini fluviali.

Gli esponenti delle leggi a potenza indipendenti, così come dimostrato ad esempio in [*Colaioni et al., 1997*], sono tre, e precisamente l'esponente τ dello scaling delle aree cumulate A_i , ψ della legge a potenza delle lunghezze upstream L_{up} (o lunghezze di Hack) e l'esponente di Hurst H della legge a

potenza dei diametri $L_{||}$ [Rigon *et al.*, 1996].

In realtà l'esponente di Hurst può essere ricavato in maniera indiretta, una volta ricavati l'esponente h della legge di Hack "lunghezze upstream-aree cumulate", e l'esponente d_l relativo alla sinuosità frattale dei rivoli tributari ricavabile interpolando la distribuzione dei punti "lunghezze upstream-diametri"; la relazione analitica tra questi tre esponenti è la sottostante:

$$h = \frac{d_l}{1 + H} \quad (1.1)$$

Tra d_l e H vi è inoltre una relazione reciproca che vede il primo essere unitario quando il secondo è minore di uno (*bacini autoaffini* o *frattali*), e il secondo pari ad uno quando il secondo è maggiore di uno (*bacini autosimili*).

Nell'uno o nell'altro caso si hanno relazioni differenti per la determinazione di τ e ψ [Colaïori *et al.*, 1997].

Lo studio si è quindi concentrato attorno a τ e ψ dato che tutti gli altri esponenti si derivano in cascata, noti i primi due citati.

L'argomento trattato presenta ampi contenuti teorici nell'ambito della fisica e delle scienze computazionali, ma ha forti ricadute pratiche nell'ambito della geofisica e dell'ingegneria civile e ambientale; per fare alcuni esempi, nel campo dell'idrologia per la previsione delle piene e l'analisi degli altri fenomeni di trasporto a scala di bacino (ad esempio la dispersione di inquinanti o altri agenti patogeni, e dei sedimenti), della geomorfologia applicata per la sicurezza e la salvaguardia del territorio, della biologia per lo studio della diffusione di infezioni, dell'eco-zoologia per chiarire le complesse dinamiche degli ecosistemi e i loro rapporti con il ciclo dell'acqua, ed in generale nell'ingegneria agraria e forestale.

La ricerca effettuata va a completare una serie di lavori riguardo la formazione delle Optimal Channel Networks con introdotta la presenza di qualche eterogeneità attenuata (*quenched*), ad esempio eterogeneità attenuata nella precipitazione e nelle proprietà locali del suolo [Colaïori *et al.*, 1997], eterogeneità attenuata nella non erodibilità del paesaggio in determinate zone (*pinned landscape evolution*) [Caldarelli *et al.*, 1997].

I risultati ricavati dallo studio presentato rilevano una sostanziale bontà degli esponenti anche in presenza di forte eterogeneità di precipitazione, si sono notate le fluttuazioni maggiori nel range $L/5 \leq I \leq L/3$, dove I è la scala

di correlazione-integrale della pioggia generata e L la dimensione del bacino sintetico quadrato studiato.

Solo con i campi di pioggia deterministici si è notata una notevole variazione degli esponenti al di fuori dei range definiti per essi, e una sostanziale differenza nella rete di drenaggio portandola verso schemi non comuni a quelli dei bacini naturali montani, invece piuttosto simili alle strutture globali, con zona di produzione e zona di trasferimento alla Shumm [*Shumm, 1977*], tipiche di un corso d'acqua.

La variazione degli esponenti è stata considerata con campi di pioggia a covarianza esponenziale ed isotropi, ossia $C_Z(r_x, r_y) = e^{-r'}$ e $I_x = I_y = I$, anche se altri campi anisotropi o a diversa funzione di covarianza (es. con covarianza isotropica di Whittle, isotropica di Mizell, Gaussiana, o frattale con semivariogramma a legge di potenza) sono stati utilizzati per confermare le analisi fatte, oltre ai campi deterministici già citati precedentemente e dei campi con pioggia casuale completamente scorrelata.

Inoltre sono state analizzate molte proprietà geomorfologiche delle Optimal Channel Networks "eterogenee" (d'ora in poi si userà spesso questo aggettivo indicando con esso le reti ottime ottenute con pioggia random non attenuata), di particolare importanza la funzione di ampiezza $W(x)$ la quale subisce notevoli cambiamenti rispetto quella della corrispondente rete omogenea (con condizioni iniziali delle direzioni di drenaggio, e condizioni al contorno di barriere riflettenti identiche), e la densità di drenaggio.

Si è posta poi particolare attenzione all'analisi della termodinamica dei processi che portano alle reti ottime, in termini di dissipazione di energia, siti attivi (ossia i siti che cambiano configurazione, in termini di area cumulata e quindi direzione di drenaggio) quindi entropia, sempre confrontando i risultati delle reti omogenee e non.

Oltre ai bacini sintetici, più facili da "manipolare" per questioni computazionali (essenzialmente i tempi di calcolo si riducono notevolmente vista la dimensione prevalente dei sistemi studiati con $L = 128$ o suoi multipli secondo un fattore $n = 2, 1/2, 1/4$, valori sufficienti per assicurare la dominanza dell'energia sull'entropia delle OCNs derivate), si sono anche studiati i bacini del Tanaro e del Taloro.

Per dare un ordine di grandezza il DEM del Tanaro (e non il bacino il quale occupa un'area minore data la natura frattale dei suoi contorni¹) ha

¹I pixel esterni al bacino ma appartenenti al DEM in studio vengono contraddistinti

un'estensione in pixel di $L_{\parallel} \times L_{\perp} = 296 \times 178$, mentre quello del Taloro ha un'estensione di $L_{\parallel} \times L_{\perp} = 898 \times 1156$ molto elevata il che comporta per un normale *pc* tempi di calcolo molto elevati (per il solo Simulated Annealing circa 12 ore).

Più precisamente si è voluta studiare la formazione delle OCNs eterogenee, con condizioni al contorno pari a quelle del bacino reale, per verificare quanto le reti ottime così ottenute rispecchino le reti reali rispetto le reti ottime omogenee.

Tale analisi non ha in realtà prodotto delle conclusioni definitive, in primo luogo per il fatto che i campi di pioggia generati non rispecchiano quelli reali (nessuna analisi climatologica è stata compiuta), poi per il basso numero di simulazioni effettuate e per il ridotto numero di bacini considerati.

Da sottolineare però che dalle prime analisi sembra più difficile indurre una variazione negli esponenti delle leggi di scala nei bacini reali rispetto i bacini sintetici; questo potrebbe avere anche una spiegazione geomorfologica nella struttura elongata caratteristica della maggior parte dei bacini reali, a prescindere dalla isotropia o anisotropia della precipitazione.

Il carattere autoaffine dei bacini, specialmente per bassi valori dell'esponente di Hurst (quindi con $L_{\parallel} \gg L_{\perp}$), potrebbe infatti far considerare un campo di precipitazione come "smorzato" (*quenched*) anche uno che non lo è, come quelli realizzati nel presente studio.

Ricordando la relazione che intercorre tra i diametri misurati lungo i due principali assi di inerzia, longitudinale e trasversale, dei bacini fluviali,

$$L_{\perp} = L_{\parallel}^H \quad (1.2)$$

si ha che nei bacini sintetici quadrati generati l'esponente di Hurst è unitario (quindi $L_{\perp} \times L_{\parallel} = L \times L$ dall'uguaglianza $L_{\perp} = L_{\parallel} = L$), mentre per i bacini naturali l'esponente di Hurst lo si è verificato compreso tra 0.75 e 0.96 , anche se esistono casi es. come per il Tug Dry Fork (Virginia, USA) con $H = 1$.

Nei bacini naturali quindi l'estensione del DEM $L_{\perp} \times L_{\parallel}$, data dal prodotto dei diametri, è sempre maggiore della superficie totale del bacino (non esistono

in JGrass (formato FluidTurtle) con un *9* nel file delle direzioni di drenaggio secondo il metodo "delle otto direzioni" (il *9* implica barriere riflettenti, il *10* condizioni al contorno cilindriche quindi barriere assorbenti), con uno *0* nel file delle aree/flussi cumulati; in TauDEM si usa -32767 per le direzioni di drenaggio, -1 per le aree/flussi.

bacini rettangolari o quadrati in natura) che coincide con l'area cumulata dell'outlet A_{out} , e a sua volta con il flusso cumulato J_{out} nel modello ad iniezione nodale unitaria e uniforme ($r_i = cost = 1 \forall i$).

Utilizzare i contorni dei bacini reali serve quindi più che altro per verificare la similarità dei *patterns* di drenaggio ottimi con quelli reali, non per gli esponenti, dato che prima del Simulated Annealing per rivavare le OCNs si effettua il cosiddetto "bagno caldo" (*hot bath*²) per cancellare le condizioni iniziali.

Quindi solo nel caso di scala di correlazione molto grande nella direzione di sviluppo della rete (la direzione del diametro $L_{||}$) si nota una variazione degli esponenti oltre i range statisticamente accettati come naturali; in sostanza solamente tendendo verso i campi deterministici di pioggia sembra ci sia una consistente deviazione dalle leggi a potenza.

Per le reti generate su bacini reali, nell'analisi della variazione degli esponenti sembra ragionevole riferire la scala di correlazione I alla lunghezza del *main-stream* (indicata spesso con L , da non confondere con la *size* dei bacini artificiali), ossia il ramo della rete di drenaggio a lunghezza maggiore, così come fatto in precedenti analisi sulle OCNs [Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997]. Tali lavori avevano confermato la invariabilità degli esponenti di scala anche in presenza di eterogeneità random ed attenuata, e la forte comparsa di forme di aggregazione in accordo ai bacini reali.

Lo studio svolto, in sostanza, conferma l'ottima fedeltà delle forme fluviali naturali alle leggi a potenza che le caratterizzano, anche in presenza di forte variabilità nella pioggia che determina la loro struttura.

Si è ricavato un ipotetico andamento degli esponenti al variare di I/L intravedendo una sorta di funzione ad andamento tipo "onda di piena", con massimo, compreso nella regione $\frac{1}{5} \leq I/L \leq \frac{1}{3}$, che aumenta al crescere della varianza locale σ^2 imposta al campo di precipitazione.

Le funzioni di cui si parla sono ad esempio $\frac{\tau}{\tau^*}$ per le aree cumulate con $\tau^* =$

²Il "bagno caldo" consiste nel portare ad elevate temperature la rete reale iniziale, tipicamente $T = 10,000$ e/o $T = 1000$, con un elevato numero di cambiamenti per ognuna, in genere sono sufficienti 1×10^6 iterazioni, per poi applicare l'algoritmo di Metropolis e ottenere la OCN a basse T (quasi sempre a $T = 0.000$) che in tal modo risulta dipendente solo dalle condizioni al contorno di flusso nullo, ad eccezione dell'outlet con posizione fissa.

1.43 (il valore ottimo), o $\frac{\psi}{\psi^*}$ per le lunghezze upstream.

L'andamento di tali funzioni adimensionali in funzione del parametro adimensionale I/L , perchè la variabilità della pioggia è funzione della scala del bacino, è quindi solamente ipotizzata, principalmente per due motivi; il primo è la mancanza di un elevato numero di simulazioni sistematiche, il secondo per l'elevata varianza degli esponenti nelle 15 prove eseguite su differenti bacini (a condizioni iniziali diverse ma uguali condizioni al contorno) per ogni I , quindi l'elevata varianza della media $m(I)\forall I$.

Le reti di drenaggio formate da campi di pioggia random presentano zone a densità di drenaggio (definita Hortonianamente come $\mathcal{D} = L_T/A$, con L_T la lunghezza totale dei canali "upstream" il pixel considerato, e A l'area cumulata sottesa dallo stesso pixel) maggiore, anche di molto, rispetto quella dell'intero bacino generato con $r_i = cost = 1$, mentre vi sono altre zone in cui $\mathcal{D}(r_i \neq cost) \sim 0$ quindi con valore molto minore di $\mathcal{D}(r_i = cost)$.

La densità di drenaggio è stata anche studiata in merito alla sua variabilità in funzione di I , e in funzione della soglia sul flusso cumulato J_{th} ossia in base a quali pixel vengono considerati nello "stato canale".

Per fare questo è stata definita la densità di drenaggio come

$$D_d(I/L, J_{th}) = \frac{[N_{siti}(J_i > J_{th}(r_i \neq cost))]}{L \times L} \quad (1.3)$$

e a seconda dell'analisi è stato tenuto fermo il parametro I o il parametro J_{th} , dove $L \times L$ è l'area cumulata A_{out} dell'outlet, che coincide con il flusso cumulato J_{out} solo nel caso di $r_i = cost = 1$.

Nella realtà fisica i bacini sono caratterizzati anche da anisotropia, sempre presente, dovuta alla pendenza mediamente non nulla del territorio e alla variabilità della forza di gravità, tenute ferme le forme di *randomness* di cui prima si è parlato ossia stato dei suoli (es. modellabile con modelli frattali del contenuto di umidità del suolo), eterogeneità geologiche e eterogeneità nella precipitazione che funge da agente modellante il territorio [Dietrich et al.,].

Il modello presentato, così come quello di base delle Optimal Channel Networks [Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997], è un modello stazionario quindi non fornisce una evoluzione dinamica della rete con variabilità delle condizioni al contorno e/o di precipitazione.

La variabilità puramente spaziale e non temporale fornisce però il caso più "gravoso" per testare i valori degli esponenti ottimi di scaling, infatti in tal modo la randomness è forzata ad agire sempre allo stesso modo e con la stessa distribuzione, annullando quindi la funzione di smorzamento del tempo che la trasformerebbe in "quenched randomness", per la quale si è già verificata la buona tenuta degli esponenti.

Per "OCNs eterogenee", a cui spesso si fa riferimento all'interno della tesi, si intendono, quindi, le reti fluviali ottime sviluppate con campi random "non attenuati" di precipitazione.

Nella tesi verranno presentati i risultati di maggior rilievo fin qui ottenuti e le simulazioni più significative a loro supporto; si è creata una pagina web (<http://digilander.libero.it/matconv/ThesisMaterials.html>), la cui responsabilità è unicamente dello scrivente (per contatti scrivere a matconv.uni@gmail.com), nella quale verranno pubblicate tutte le altre simulazioni, i materiali aggiuntivi come figure e dati, e i collegamenti ai software utilizzati (con FSF-GNU public licence) debitamente commentati, che sostanzialmente per motivi di spazio non sono stati allegati alla presente.

Presumibilmente verranno anche pubblicati in seguito degli stralci relativi a sviluppi futuri di questo e/o altri argomenti correlati.