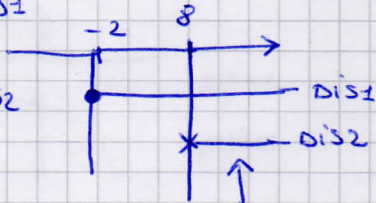


1) $\sqrt{5x+10} > 8-x$

la disequazione risulta soddisfatta in 2 casi.

Caso 1 $\begin{cases} 5x+10 \geq 0 \\ 8-x < 0 \end{cases}$ oppure Caso 2 $\begin{cases} 5x+10 > (8-x)^2 \\ 8-x \geq 0 \end{cases}$

Caso 1 $\begin{cases} 5x+10 \geq 0 \\ 8-x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x \geq -10 \\ -x < -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \text{ Dis1} \\ x > 8 \text{ Dis2} \end{cases}$



cioè, nel caso 1, la disequazione è soddisfatta per $x > 8$

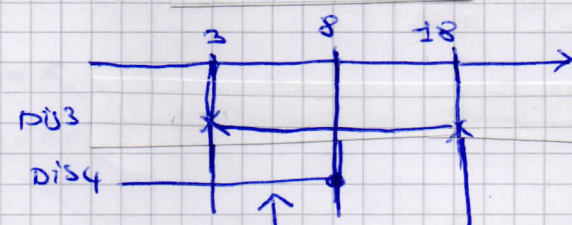
Caso 2 $\begin{cases} 5x+10 > 64+x^2-16x \\ -x \geq -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x^2+21x-54 > 0 \\ x \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-21x+54 < 0 \text{ Dis3} \\ x \leq 8 \end{cases}$

Risolvo separatamente la disequazione Dis3

$x^2-21x+54=0 \Rightarrow x = \frac{21 \pm \sqrt{441-216}}{2} = \frac{21 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{21 \pm 15}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{36}{2}=18 \\ \frac{6}{2}=3 \end{cases}$

Quindi la Dis3 è risolta per $3 < x < 18$. Da cui

$\begin{cases} 3 < x < 18 \text{ Dis3} \\ x \leq 8 \text{ Dis4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Dis3} \\ \text{Dis4} \end{cases}$



cioè per $3 < x \leq 8$

Unendo le 2 soluzioni $\begin{cases} x > 8 \\ 3 < x \leq 8 \end{cases}$ si ha che $x > 3$

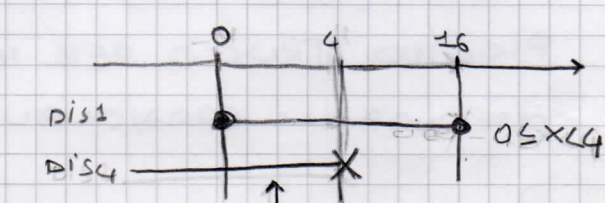
2) $2x-8 < \sqrt{16x-x^2}$

la disequazione è equivalente a $\sqrt{16x-x^2} > 2x-8$. Essa risulta soddisfatta in 2 casi:

Caso 1 $\begin{cases} 16x-x^2 \geq 0 \\ 2x-8 < 0 \end{cases}$ oppure Caso 2 $\begin{cases} 16x-x^2 > (2x-8)^2 \\ 2x-8 \geq 0 \end{cases}$

Caso 1 $\begin{cases} 16x-x^2 \geq 0 \text{ Dis1} \\ 2x-8 < 0 \text{ Dis2} \end{cases}$ Risolvo la Dis1 $x^2-16x \leq 0$
 $x^2-16x \leq 0 \Rightarrow x^2-16x=0 \Rightarrow x(x-16)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=16 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq x \leq 16$

Pertanto $\begin{cases} 0 \leq x \leq 16 \text{ Dis1} \\ 2x < 8 \text{ Dis2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 16 \text{ Dis1} \\ x < 4 \text{ Dis2} \end{cases}$

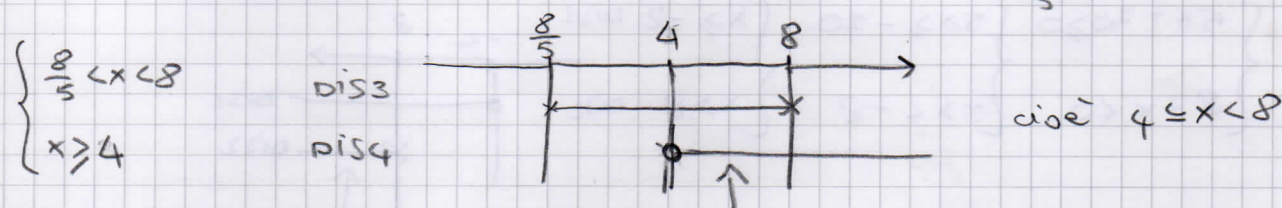


$0 \leq x < 4$

Caso 2 $\begin{cases} 16x - x^2 > 4x^2 + 64 - 32x \\ 2x \geq 8 \end{cases} \begin{cases} -5x^2 + 48x - 64 > 0 \\ x \geq 4 \end{cases} \begin{cases} 5x^2 - 48x + 64 < 0 \text{ DIS3} \\ x \geq 4 \text{ DIS4} \end{cases}$

Risoliamo la DIS $5x^2 - 48x + 64 < 0$ $5x^2 - 48x + 64 = 0$

$$x = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 320}}{5} = \frac{24 \pm \sqrt{256}}{5} = \frac{24 \pm 16}{5} = \begin{cases} \frac{40}{5} = 8 \\ \frac{8}{5} \end{cases} \text{ cioè } \frac{8}{5} < x < 8$$



Unendo le 2 soluzioni: $\begin{cases} 0 \leq x < 4 \\ 4 \leq x < 8 \end{cases}$ si ha che $0 \leq x < 8$

3 $\sqrt{6x - x^2} < 3 - 2x$

la disequazione risulta soddisfatta in un solo caso; quando

$\begin{cases} 6x - x^2 \geq 0 & \text{DIS1} \\ 3 - 2x \geq 0 & \text{DIS2} \\ 6x - x^2 < (3 - 2x)^2 & \text{DIS3} \end{cases}$

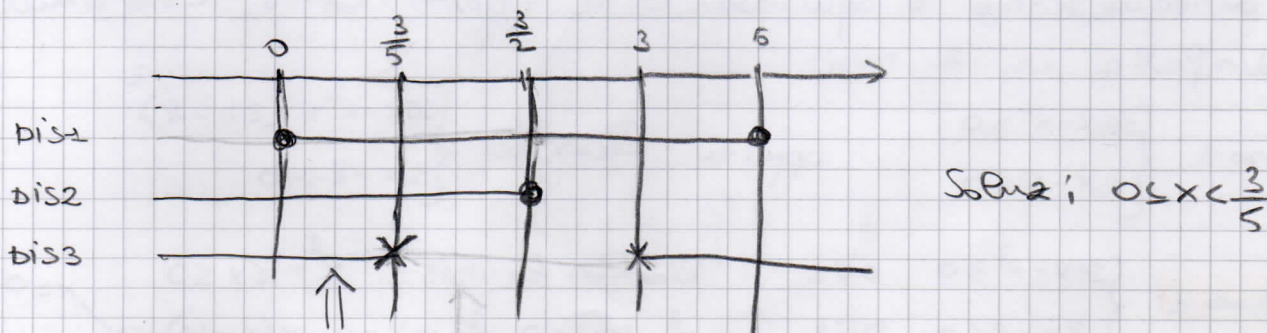
Per la scelta della radice (che ha indice PARI)
 Per la concordanza dei segni

DIS1 $x^2 - 6x \leq 0$ $x^2 - 6x = 0$ $x(x - 6) = 0$ $\begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$ $0 \leq x \leq 6$

DIS2 $-2x \geq -3$ $x \leq \frac{3}{2}$

DIS3 $6x - x^2 < 9 + 4x^2 - 12x$ $-5x^2 + 18x - 9 < 0$ $5x^2 - 18x + 9 > 0$

Da cui $5x^2 - 18x + 9 = 0$ $x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 45}}{5} = \frac{9 \pm 6}{5} = \begin{cases} \frac{15}{5} = 3 \\ \frac{3}{5} \end{cases}$ $x < \frac{3}{5} \vee x > 3$



PICCOLO TRUCCO PER IMPARARE LE
 DISEQUAZIONI IRRAZIONALI: STUDIARE!