

Esercizio n° 2 Risolvi il seguente sistema

$$\begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x^2+4x+3} \geq 0 & \text{DIS1} \\ x^4-5x^5 < 0 & \text{DIS2} \\ x^3-3x^2+3x-2 > 0 & \text{DIS3} \end{cases}$$

Detta D1, D2 e D3 le 3 disequaz. le risolvo separatamente

DIS1:  $\frac{x^2-x-2}{x^2+4x+3} \geq 0$  Detti N e D, rispettivamente, il Num e il Den si ha  
 $N > 0 \quad x^2-x-2 > 0$  (ovviamente evito di scomporre  $x^2-x-2$  perché è di 2° grado)  
 $x^2-x-2=0 \quad x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} -1 \\ 2 \end{cases}$

da cui  $N > 0$  per  $x < -1 \vee x > 2$

$D > 0 \quad x^2+4x+3 > 0 \quad x^2+4x+3=0 \quad x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4-3} = -2 \pm 1 = \begin{cases} -3 \\ -1 \end{cases}$   
 da cui  $D > 0$  per  $x < -3 \vee x > -1$

	-3	-1	2	
N	+	+	-	+
D	+	-	+	+
	⊕	-	-	⊕

per  $x < -3 \vee x > 2$

DIS2:  $x^4-5x^5 < 0 \quad x^4(1-5x) < 0$   
 $F_1 \quad F_2$

$F_1 > 0 \quad x^4 > 0$  per  $x \neq 0$  (essendo una potenza con esponente pari)

$F_2 > 0 \quad 1-5x > 0$  per  $x < \frac{1}{5}$

	0	$\frac{1}{5}$	
F1	+	+	+
F2	+	+	-
	+	+	⊖

per  $x > \frac{1}{5}$

DIS3:  $x^3-3x^2+3x-2 > 0$  Scompongo con Ruffini. Tra i numeri interi gli zeri potenziali sono  $\pm 1$  e  $\pm 2$ . Essendo  $P(2) = 8 - 12 + 6 - 2 = 0$ , poi

la DIS3 diviene  $(x-2)(x^2-x+1) > 0$   
 $F_3 \quad F_4$

1	-3	3	-2
2		2	-2
1	-1	1	0

$F_3 > 0$  per  $x > 2$

$F_4 > 0 \quad x^2-x+1 > 0$

Essendo  $\Delta = -3 < 0$  essa è vera  $\forall x \in \mathbb{R}$

	2	
F3	-	+
F4	+	+
	-	+

per  $x > 2$

$$\begin{cases} x < -3 \vee x \geq 2 \\ x > \frac{1}{5} \\ x > 2 \end{cases}$$

	-3	$\frac{1}{5}$	2
	x		
		x	
			x

Il sistema è soddisfatto per  $x > 2$  (Attenzione per  $x=2$  e non soddisfatto DIS3)