



Associazione per l'Insegnamento della Fisica

sezione di Parma – Reggio Emilia

*Fare fisica insieme*

29 novembre 2023

# Introduzione alla relatività, la fisica dello spazio-tempo

**Paola Pannuti**

[https://digilander.libero.it/la\\_prof\\_di\\_fisica/SodE.html](https://digilander.libero.it/la_prof_di_fisica/SodE.html)

progetto:

**Elio Fabri**

**Quaderno 16 A.I.F.**

***Insegnare relatività nel XXI secolo***

**lezioni alla Scuola Estiva A.I.F. 2000**

**<https://fabri.sagredo.eu/>**

ulteriori crediti:

**E.F. Taylor e J.A. Wheeler, *Fisica dello spazio-tempo - Introduzione alla relatività speciale*, Zanichelli, 1996**

**J.A. Wheeler, *Gravità e spazio-tempo*, Zanichelli NCS, 1993**

# Il tempo prima di Einstein

Newton postulava l'esistenza di un ente definito come “tempo assoluto” che scorreva uniformemente in sé e per sé.

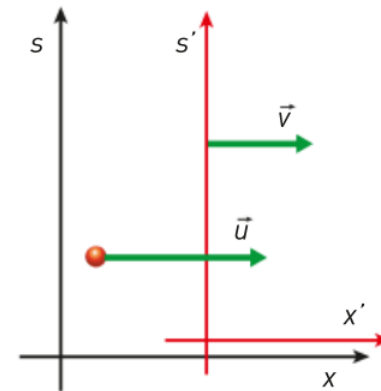
Il tempo è stato matematizzato utilizzando l'insieme dei numeri reali. Non limitarsi ai numeri razionali è stata un'esigenza teorica, non sperimentale perché, ad esempio nella caduta dei gravi, si devono utilizzare i numeri irrazionali (  $t = \sqrt{\frac{2\Delta s}{a}}$  ) e far ricorso ai teoremi sulle funzioni continue in  $\mathbb{R}$ . L'esigenza è già presente in Galileo, che usava la geometria.

I fisici utilizzano una definizione operativa, chiamando “tempo” la grandezza misurata mediante appositi strumenti, che sono caratterizzati dall'aver un comportamento almeno apparentemente “periodico”, nel senso che il buon funzionamento di un orologio può essere valutato solo confrontandolo con un altro orologio.

# La legge galileiana di composizione delle velocità

La velocità  $\vec{u}$  di un corpo nel sistema di riferimento inerziale  $S$ , dotato di velocità  $\vec{u}'$  in un sistema di riferimento inerziale  $S'$ , che si muova con velocità  $\vec{v}$  rispetto a  $S$ , è data dalla somma vettoriale

$$\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v}$$



# Il principio di inerzia (PI) e il principio di relatività (PR) di Galileo

Galileo: “il PI vale in un riferimento (detto per questo inerziale) in quiete assoluta, ma anche in un rif. in moto traslatorio rettilineo uniforme (TRU) rispetto a quello assoluto”.

PR: tutti i RI sono equivalenti dal punto di vista fisico, cioè tutte le leggi fisiche valgono allo stesso modo, ma non è detto che i risultati delle misure siano gli stessi.

Il primo enunciato esplicito del PR è di Galileo, nel “Dialogo sui Massimi Sistemi” (1632), più di 50 anni prima dei “Principia” di Newton. “Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, ... ” (non si riferisce solo alla meccanica!)

**Nessun esperimento permette di distinguere due RI in moto TRU.**

**Tutti i fenomeni fisici seguono le stesse leggi in due RI in moto TRU**

**Nel passaggio da un RI ad un altro in moto TRU, tutte le leggi fisiche sono invarianti.**

Se vale il PR, è impossibile decidere se la Terra è ferma! Nel “Dialogo”, il PR serve per la difesa del sistema copernicano.

# Il principio di relatività di Einstein

Dalle equazioni, nel 1870 Maxwell prevede il valore **numerico** della velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nel vuoto. Se questo vale  **$c$**  in ogni riferimento inerziale (RI), allora, dalla composizione delle velocità di Galileo, si ha:  **$v + c = c$** . Sorge così un DILEMMA:

- **“AUT” non vale il PR, cioè le equazioni di Maxwell (e quindi il valore previsto di  $c$ ) non valgono in ogni RI (esiste un RIF privilegiato: etere...)**
- **“AUT” non vale la legge galileiana di composizione delle velocità e vale invece il PR, cioè la velocità è  $c$  in ogni RI.**

Per motivi “estetici”, non sperimentali (simmetria delle leggi dell’elettromagnetismo, importanza solo del moto “relativo” tra una bobina ed un magnete), **EINSTEIN SCELSE LA SECONDA, CIOÈ LA VALIDITÀ GENERALE DEL PR DI GALILEO.**

“Esempi di questo genere [...] portano all’ipotesi che **al concetto di quiete assoluta non corrisponda alcuna proprietà dei fenomeni; e ciò non solo nella meccanica, ma anche nell’elettrodinamica.** Al contrario, per tutti i sistemi di coordinate [“riferimenti”] per i quali valgono le equazioni della meccanica, valgono pure le stesse equazioni elettrodinamiche e ottiche [...] Intendiamo perciò elevare quest’ipotesi (il cui contenuto verrà chiamato nel seguito “principio della relatività”) al rango di **postulato** [...]” (1905)

# Non esiste il RI in “quiete assoluta”

Abbiamo detto che Einstein scelse la seconda ipotesi, cioè la validità del PR non solo nella meccanica ma anche nell'elettromagnetismo, per motivi “estetici”, di simmetria. Dal classico articolo del 1905 si cita, tra l'altro, il noto esperimento d'induzione elettromagnetica tra un magnete e una spira: la legge di Faraday-Neumann-Lenz, cioè una delle equazioni di Maxwell, giustifica i risultati sperimentali che si ottengono in due situazioni fisiche completamente diverse. Se si muove il magnete, c'è un campo magnetico variabile e quindi un campo elettrico indotto. Se invece è la spira a muoversi, il campo elettrico non esiste: per spiegare la corrente che si produce basta la forza di Lorentz sugli elettroni in moto. **Quello che c'è in comune è la variazione del flusso di concatenato con la spira, cioè CONTA SOLO IL MOTO RELATIVO.** Se però si assume che esista un RI privilegiato, quello dell'etere, come mai deve contare solo il moto relativo?

La conclusione di Einstein è appunto questa: **non c'è un RI privilegiato, in quiete assoluta, mentre invece tutti i RI sono equivalenti, non solo nella meccanica.**

Questa equivalenza viene quindi assunta come principio base: principio della relatività, appunto (“Prinzip der Relativität”), diventa “postulato”, ossia idea-base, fondante.

# Basi sperimentali del PR

Non c'è bisogno di introdurre l'esperimento di Michelson e Morley, ci sono esempi più immediati e moderni.

- Le sonde spaziali

Sono laboratori, pieni di strumenti costruiti sulla Terra, basati sulle leggi dell'elettromagnetismo. Vengono spedite a varie velocità, maggiori di quelle di fuga, e continuano a funzionare, come se stessero sulla Terra.  $v = (20 \div 30) \text{ km/s} \sim 10^{-4} c$ .

- Le stelle e le galassie

Anche queste sono laboratori in moto, con velocità  $v \sim 100 \text{ km/s}$ , e l'astrofisica riesce a spiegare come sono fatte, da dove viene l'energia e qual è la loro evoluzione con le stesse leggi che valgono nei laboratori terrestri.

**La stessa fisica funziona sulla Terra, sulle sonde spaziali e sulle stelle e le galassie: questo è il PR!**

Un'altra prova sperimentale importante del PR, inteso come invarianza del valore di  $c$  in ogni RI, è il GPS, Global Positioning System, noto sistema di radionavigazione satellitare.



# Il principio di equivalenza (PE)

- Galileo scopre che tutti i gravi cadono con la stessa accelerazione.
- Newton mette insieme la forza universale, la scoperta di Galileo e la sua seconda legge e postula che la forza di gravità sia proporzionale alla massa del corpo su cui agisce. Così ottiene la  $F = mg$ , con  $g$  intensità del campo gravitazionale, uguale in tutti i punti e per tutti i corpi sulla superficie della Terra.
- Perché la gravità e l'inerzia sono così strettamente legate, tanto che la massa è una sola?

Einstein assume questa equivalenza tra effetti della gravità ed effetti dell'accelerazione come legge universale della fisica (PE), e trasforma la gravità in un fatto geometrico.

- Anche le forze apparenti in un RIF accelerato (per esempio, un RIF sotto l'azione solamente di un campo gravitazionale uniforme e costante) sono proporzionali alla massa. Per questo, in un RIF in “caduta libera”, detto ascensore di Einstein, dove l'accelerazione dell'ascensore è  $g$  e perciò la forza apparente è  $-ma = -mg$ , la gravità si cancella: le cose sono senza peso (lo aveva già capito Newton).
- Einstein scopre che a tutti gli effetti, non solo meccanici, i RIF in “caduta libera” sono RI, perché la gravità è cancellabile, proprio come una forza apparente. E ridefinisce i RI.

# PE “debole” e PE “forte”

Il PE “debole” è quello di Galileo-Newton: tutti i corpi si muovono allo stesso modo in un campo gravitazionale, indipendentemente dalla natura del corpo, dalla massa e dalla composizione.

Il PE “forte” è di Einstein: **l’equivalenza tra RIF in caduta libera e RIF inerziale non sussiste solo agli effetti meccanici: un RIF in caduta libera (cioè sotto l’azione della SOLA GRAVITÀ) è - A TUTTI GLI EFFETTI - EQUIVALENTE a un RI nello spazio vuoto.**

Le leggi fisiche in un RIF in caduta libera sono identiche a quelle in un RI che si muova nello spazio vuoto: per qualsiasi fenomeno fisico, i due RIF sono **localmente indistinguibili**. ‘Localmente’ perché in natura non esistono campi gravitazionali uniformi e si risentono sempre piccolissimi effetti di ‘marea’, dovuti alla sfericità dei corpi celesti.

# Caduta libera

Un RIF in “caduta libera” (o “volo libero” o “libera fluttuazione”) può anche essere una sonda spaziale, che percorre una traiettoria complicata: **qualunque sia il suo moto, se è dovuto alla sola gravità, è sempre in “caduta libera”, dunque è un RI.**

Il RIF in caduta libera può essere un pianeta: ad es. la Terra è in caduta libera nel campo gravitazionale del Sole, e, per questo motivo, sulla Terra la forza di gravità del Sole *localmente* (\*) non si sente.

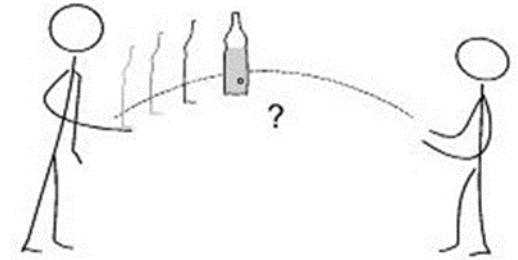
(\*) a parte piccolissimi effetti di “marea”, dovuti al fatto che i campi gravitazionali naturali non sono mai perfettamente uniformi.

## Assenza di peso

Lo “stato naturale” è la caduta libera, o volo libero o libera fluttuazione, che è uguale per tutte le masse (in quanto è determinata dalla geometria dello spazio-tempo). E non la quiete rispetto allo “spazio assoluto”.

Einstein definì questa “la più grande idea della mia vita”.

# Esperimento della bottiglia bucata

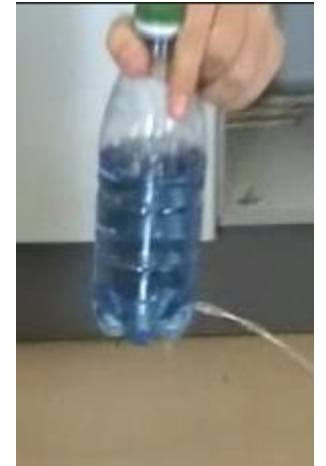


Se si praticano dei fori in una bottiglia piena d'acqua, l'acqua esce a causa della pressione dell'acqua sovrastante, dovuta alla gravità. **Lanciando la bottiglia, senza farla ruotare, perché si trasmetterebbe il movimento solo al recipiente e non al contenuto, si constata che l'acqua non esce.**

Questo perché **l'acqua cade insieme alla bottiglia, ossia percorre esattamente la stessa traiettoria, essendo soggetta alla stessa accelerazione di gravità. Nel suo RIF, la gravità si cancella.**

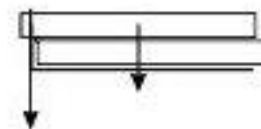
La bottiglia e il suo contenuto possono essere considerati un sistema in caduta libera, che si mostra essere inerziale.

**Questo ed i seguenti esperimenti dimostrano che le tutte le leggi fisiche, di qualunque tipo, valgono anche in un riferimento in caduta libera, a dimostrazione del PE forte di Einstein.**

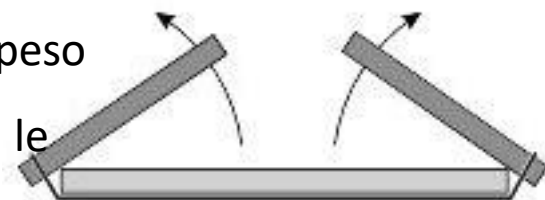


# Esperimento delle barrette di legno con elastico

Si prepara un dispositivo costituito da una tavoletta di legno, alla quale sono incernierate due barrette, tenute unite da un robusto elastico. L'elastico va da un estremo all'altro, passando sotto alla tavoletta.



La tensione dell'elastico deve essere la minima che permette alle barrette di non sollevarsi. In queste condizioni, il momento del peso delle barrette è maggiore di quello della tensione dell'elastico e le barrette restano appoggiate alla tavoletta.



Si lascia cadere la tavoletta e le barrette si aprono, mostrando che nel riferimento in caduta libera il peso delle barrette non c'è più.



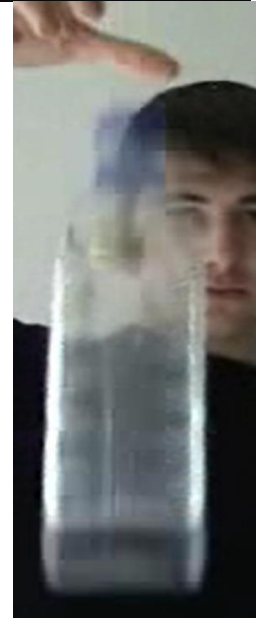
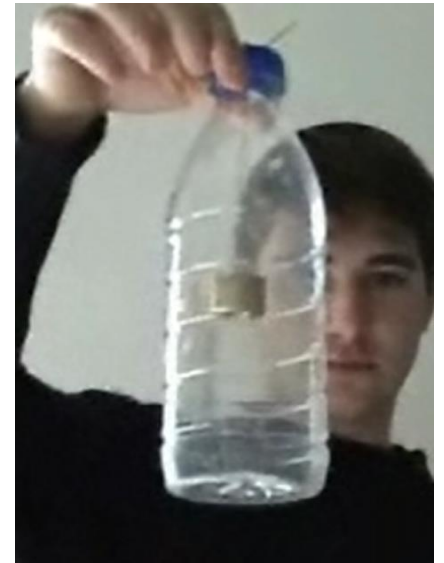
La forza di richiamo dell'elastico però esiste ancora, perché la legge di Hooke, come tutte le leggi fisiche, esclusa appunto la gravità, continua a valere in un riferimento in caduta libera.

# Esperimento della bottiglia col peso dentro

Ci si deve procurare una bottiglia trasparente con il tappo, un pesetto che possa entrare nella bottiglia e un elastico.

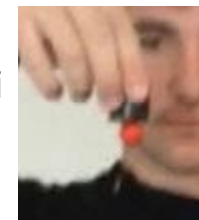
Si fissa un estremo dell'elastico al tappo ed il pesetto all'altro estremo dell'elastico, in modo tale che questo si allunghi in modo apprezzabile. Si introduce poi il pesetto sospeso all'elastico nella bottiglia, si tappa e si lancia o si lascia cadere.

La lunghezza dell'elastico durante il volo libero ritorna quella a riposo, perché **la forza di richiamo di Hooke continua ad agire sul pesetto, mentre invece la forza di gravità non più.**



# Esperimenti delle calamite, della sfera al 'plasma' e della candela

La forza magnetica, come tutte le altre forze non gravitazionali, continua ad agire anche in un riferimento in caduta libera. Facendo cadere delle calamite a cui sono attaccati dei pezzi metallici, questi restano attaccati alle calamite anche durante il volo.



Alla base del funzionamento della sfera al 'plasma' c'è l'elettromagnetismo. In un riferimento inerziale in caduta libera la sfera al plasma continua a funzionare normalmente.



Lasciando cadere una candela accesa, la fiamma si spegne per lo spostamento d'aria, ma prima, mentre è in volo, essa assume una forma più rotonda e meno a punta del solito. La spiegazione è ancora il PE: i gas ed i frammenti incandescenti che compongono la parte visibile della fiamma sono meno densi dell'aria, e quindi tendono a salire a causa della spinta di Archimede, ma solo in presenza della gravità.

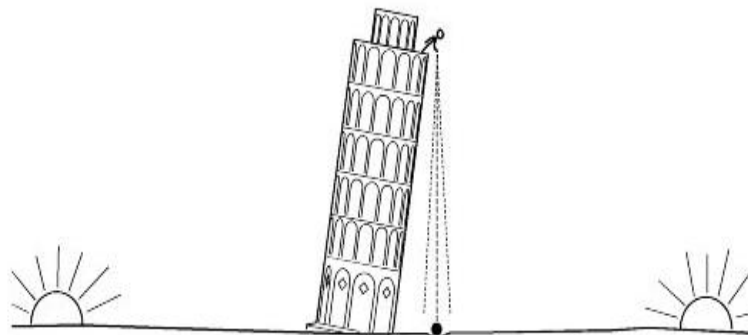




# La Terra è un RI?

La Terra è in caduta libera nel campo gravitazionale del Sole, quindi la Terra è un RIF accelerato ( $a = 6 \cdot 10^{-3} \text{m/s}^2$ ), ma la Terra può essere trattata come RI (*localmente*, se si trascurano gli effetti di “marea”, dovuti al fatto che il campo gravitazionale del Sole non è uniforme ma radiale).

Se la forza di attrazione del Sole influenzasse la caduta dei gravi, un sasso, lasciato cadere dalla Torre Pendente di Pisa (52 m), cadrebbe la mattina spostato di 3 cm verso Est e la sera di altri 3 cm verso Ovest. Il che non avviene.



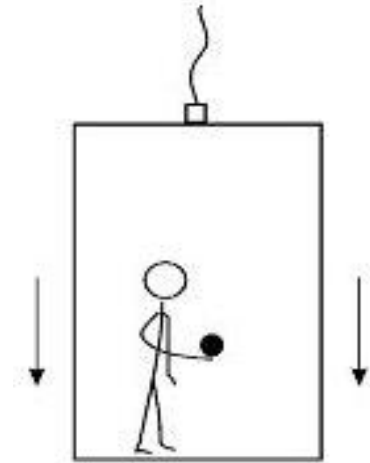
# Verifiche storiche del PE

- Galileo lo scoprì.
- **Newton e il pendolo.** Nei “Principia”, Newton afferma di aver sperimentato con pendoli di uguale lunghezza, le cui **masse erano diverse per grandezza e costituzione**, e di aver verificato (dice entro  $10^{-3}$ ) che **il periodo dipende solo dalla lunghezza e non dalla massa.**
- **Newton e i satelliti di Giove.** Sempre nei “Principia”, osserva che **i satelliti si muovono attorno a Giove come se il Sole non ci fosse, perché stanno “cadendo” anch’essi, insieme a Giove, anche intorno al Sole.** Nel RIF di Giove, che è in caduta libera attorno al Sole, il campo gravitazionale (del Sole) localmente si cancella.

# L'ascensore di Einstein (in piccolo)

Che cosa si può fare e che cosa non si può fare in un ascensore in caduta libera? ( $\vec{g}$  uniforme = Terra "piatta") (\*)

- Misurare la massa di una pallina?
- Versare acqua in un bicchiere?
- Una romantica cena a lume di candela?



Una persona si trova in un ascensore in caduta libera e lancia una pallina di gomma verso il soffitto. Osserva che:

- la pallina non si solleva, ma rimane ad un'altezza costante dal pavimento;
- raggiunge il soffitto e si ferma;
- la pallina scende verso il pavimento;
- sale, urta il soffitto e scende a velocità costante;
- sale, urta il soffitto e scende a velocità crescente.

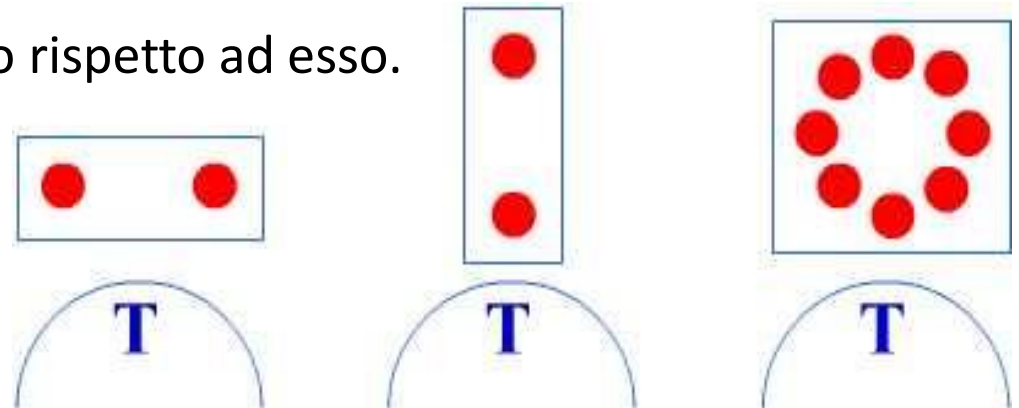
**(\*) è solo la gravità che si cancella, le altre forze agiscono indisturbate!**

# L'ascensore di Einstein (in grande)

Supponiamo ora di **non trascurare il fatto che la Terra sia “sferica”, cioè che il suo campo gravitazionale  $\vec{g}$  sia a simmetria sferica, radiale, entrante**. L'ascensore in caduta (o volo) libero avrà perciò dimensioni opportune: diciamo che è un **“grande” vagone ferroviario**, lanciato verso l'alto (o verso il basso?) con una certa velocità.

Dopo il lancio, mentre sta salendo, vengono lasciate andare due sferette, inizialmente a riposo rispetto ad esso.

Che cosa si osserverà,  
dall'interno del vagone?



# Effetto marea

Solo la pallina in O resterà perfettamente ferma (**PI**→**RI**),

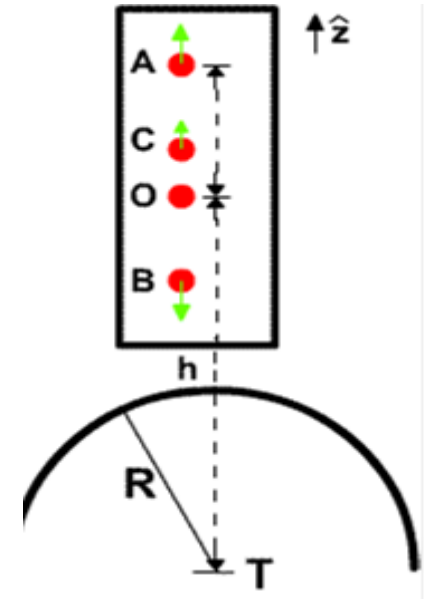
mentre la A e la C si sposteranno verso l'alto

e la B verso il basso:

l'equivalenza è solo "locale", in "piccolo", attorno ad O.

È possibile limitare l'effetto "marea" entro un limite prefissato.

**IL PE È LOCALE, come la definizione di RI, DATO CHE, IN NATURA, NON ESISTONO CAMPI GRAVITAZIONALI  $\vec{g}$  UNIFORMI.**



# Il nuovo paradigma

Il passo fatto da Einstein a proposito del PE è perfettamente parallelo a quello fatto col PR.

Nel caso del PR, sono completamente equivalenti (**per qualunque fenomeno fisico**) i RIF in moto TRU uno rispetto all'altro.

Nel caso del PE, un RIF in caduta libera è completamente equivalente (**per qualunque fenomeno fisico**) ad un RI.

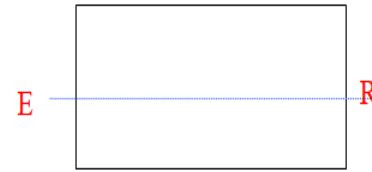
I RI secondo Einstein sono quelli dove valgono le leggi della fisica, SONO I RIF IN CADUTA LIBERA (VOLO LIBERO, LIBERA FLUTTUAZIONE). Ciò che conta è che sul RIF, sul laboratorio (un oggetto materiale! una stanza, un'astronave, un vagone, ...) NON AGISCA ALTRO CHE LA FORZA DI GRAVITÀ.

# È un riferimento inerziale secondo Einstein?

- È un RI un'astronave, a motori spenti, in moto TRU, “lontana” da sorgenti di campo gravitazionale?
- È un RI un'astronave, a motori spenti, in un'orbita complicata attorno a diverse sorgenti di campo gravitazionale?
- È un RI un'astronave, a motori accesi, ferma?
- È un RI un'astronave ferma sulla Terra?

**(In questo momento, noi siamo in quiete perché il pavimento ci sostiene! Il nostro RIF *non* è un RI!)**

# Raggi di luce “curvi”?



E = emettitore; R = ricevitore; “La luce viaggia in linea retta”: è una legge fisica che vale in un RI, perciò deve valere in tutti. Ascensore di Einstein, in caduta libera in un campo uniforme (“locale”, in “piccolo”).

Nel RI, quello dell’ascensore in caduta libera, la luce continua a propagarsi in linea retta, ma, vista da Terra, (RIF **non** inerziale!), percorre una parabola con la concavità verso il basso, proprio “come se” fosse attirata dalla gravità!

Occorre comporre il moto (rettilineo uniforme) della luce nel RI con il moto del RI rispetto alla Terra (uniformemente accelerato)

La deflessione gravitazionale è “visibile” solo per masse molto maggiori della Terra. Con la precessione del perielio di Mercurio e il redshift gravitazionale costituisce l’insieme delle VERIFICHE “CLASSICHE” della RG, i tre effetti già previsti da Einstein.