Q U E S I T I   D I   M A T E M A T I C A   data: 07-03-2008

1) **Cos'è il "coefficiente di correlazione lineare" e qual è il suo significato statistico in una distribuzione di valori x-y ?**

Per misurare il grado di correlazione tra X ed Y si usa un parametro, chiamato *coefficiente di correlazione:*

$$r=\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Il *coefficiente di correlazione* è un numero, compreso tra –1 e +1 che esprime il grado di correlazione tra le due variabili X ed Y. Solo quando r = +1 oppure r = –1 la correlazione è perfetta. Se invece r è diverso da 1, non c'è correlazione perfetta fra le variabili. Tuttavia, più *r* si avvicina a 1, più la correlazione è forte.

2) **Si ipotizzi il seguente gioco: estraggo una carta da un mazzo di 40 carte. Vinco 96 cent se esce una carta di denari, vinco 2 € se esce l' asso di spade, perdo 40 cent in ogni altro caso. Trarre le opportune conclusioni sulle probabilità e sul tipo di scommessa che viene proposta al giocatore.**

Raggruppiamo i dati in una tabella:

V	0,96	2	–0,40
p	10/40	1/40	29/40

V = somma vinta (+) o persa (–)
p = probabilità dell' evento associato

Si calcola la "*media probabilistica*": $M=0,96\cdot\frac{10}{40}+2\cdot\frac{1}{20}-0,40\cdot\frac{29}{40}=0$

E' una media pesata che rappresenta la somma che il giocatore tende a vincere con un numero di giocate idealmente infinito. Se *M*<0 il gioco è svantaggioso per il giocatore, se *M*>0 è vantaggioso. Essendo *M* = 0 il gioco è equo.

3) **Il prezzo di vendita di un prodotto è:** $p=500-0,001x$ **dove *x* è la quantità venduta. Determinare l' espressione matematica della funzione ricavo. Di che tipo di funzione si tratta e qual è il suo punto di massimo ?**

Poichè: *Ricavo = prezzo * quantità venduta* e il ricavo è funzione della *x*, abbiamo:

$$R(x)=(500-0,001\,x)\cdot x \quad \Rightarrow \quad R(x)=-0,001\,x^2+500\,x$$

E' una funzione quadratica, rappresentata da una parabola. La concavità è rivolta verso il basso e il vertice è il punto dove il ricavo è massimo. Calcoliamo le coordinate del vertice:

$$x_V=-\frac{b}{2a} \quad \Rightarrow \quad x_V=-\frac{500}{2\cdot(-0,001)}=250.000$$ (quantità che dà il max. ricavo)

$$y_V=-0,001\cdot 250000^2+500\cdot 250000=62.500.000$$ (max. ricavo)

1) **Impiegando oggi un capitale di €20.000, con un tasso annuo del 4% un investitore riceverà fra 3 anni una somma il cui importo è una variabile casuale i cui valori sono espressi dalla seguente tabella:**

ricavo	**30.000**	**32.000**
probabilità	**60%**	**40%**

Calcola il valore medio del profitto.

Questo è un problema di scelta in condizioni di incertezza con effetti differiti. Calcoliamo il valore attuale del ricavo con la formula di matematica finanziaria: $V=C\cdot(1+i)^{-t}$
Il ricavo può assumere i seguenti valori:
$R_1=30000\cdot(1+0,04)^{-3}=26669,89$ € (con probabilità 0,6)
$R_2=32000\cdot(1+0,04)^{-3}=28447,88$ € (con probabilità 0,4)
Il valore medio probabilistico del ricavo è:
$M_R=26669,89\cdot 0,6+28447,88\cdot 0,4=27381,09$ €
Il valore medio del profitto sarà la differenza tra valore medio del ricavo e il costo (20.000 €):
$M_P=27381,09-20000=7381,09$ €

2) **Determina il dominio della seguente funzione di due variabili:** $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$

La funzione è irrazionale; affinché sia possibile estrarre la radice quadrata dovrà aversi:
$4-x^2-y^2\geq 0 \quad \Rightarrow \quad x^2+y^2\leq 4$
L' equazione associata $x^2+y^2=4$ rappresenta una circonferenza avente centro nell' origine e raggio R = 2.
Da un punto di vista grafico, il dominio della funzione z è rappresentato sia dalla parte interna della circonferenza che dai punti della circonferenza stessa.

3) **Cosa afferma il teorema della programmazione lineare nei problemi di programmazione lineare in 2 variabili ?**

Nei problemi di programmazione lineare si ricerca innanzitutto la regione del piano XY delimitata dal sistema di vincoli (regione ammissibile).
Se la regione ammissibile è un poligono, i punti di massimo e di minimo assoluti si trovano in corrispondenza di uno dei vertici di tale poligono (o dei punti di un suo lato).