

Matematica

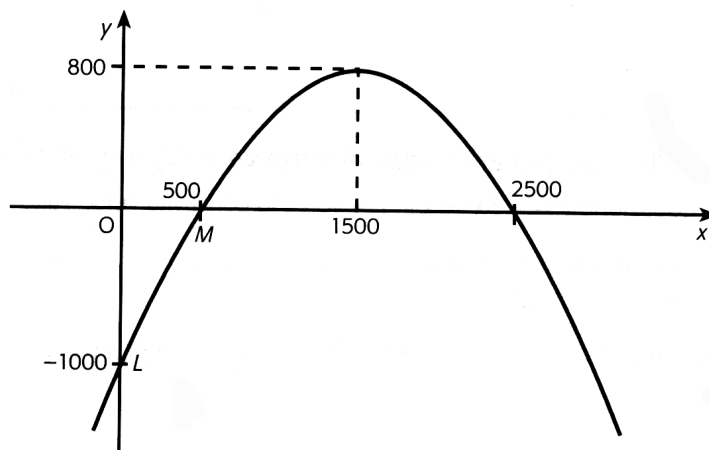
1) Dare la definizione di funzione, spiegare cosa si intende per “funzione iniettiva” e per “funzione suriettiva”.

Una funzione dall' insieme X all' insieme Y è una relazione che a ogni elemento x di X associa uno e un solo elemento y di Y. Se y è elemento di Y associato ad x elemento di X, diciamo che y è l' “immagine” di x . La funzione è iniettiva se due qualunque elementi distinti di X hanno immagini distinte in Y. Suriettiva se tutti gli elementi di Y sono immagini di almeno un elemento di X.

2) Quanti punti in comune possono avere al massimo un' iperbole e una circonferenza, e perchè ?

Per determinare i punti di intersezione tra due curve, si ricorre al sistema tra le equazioni delle curve. Poiché l' iperbole e la circonferenza sono equazioni di 2° grado, esse formano un sistema di quarto grado, e quindi ci saranno al massimo quattro soluzioni. Pertanto un' iperbole e una circonferenza possono avere al massimo 4 punti in comune.

3) La funzione $y = -\frac{1}{1250}x^2 + \frac{12}{5}x - 1000$ rappresenta il guadagno giornaliero y di un' azienda espresso in euro. La variabile x indica la quantità di pezzi di un certo bene prodotta e venduta giornalmente. Il grafico della funzione è il seguente:



Spiega:

a) che cosa rappresenta -1000 ;

b) che cosa rappresenta 1500

c) qual è il massimo guadagno giornaliero dell' azienda;

d) per l' azienda, che cosa rappresenta il ramo di curva LM.

- a) -1000 rappresenta la perdita che si ha, in euro, in corrispondenza di una produzione giornaliera $x = 0$.
- b) 1500 rappresenta la produzione giornaliera necessaria per avere il massimo guadagno.
- c) Il massimo guadagno giornaliero è l' ordinata del vertice della parabola, quindi 800 €.
- d) Il ramo LM, poiché si trova dalla parte negativa del grafico, rappresenta una perdita. E' la perdita che si ha in corrispondenza di una produzione compresa tra 0 e 500 pezzi.

1) Dai la definizione di funzione pari, di funzione dispari e riporta un esempio di entrambi i tipi di funzione.

Una funzione viene detta “pari” se, comunque scelto un elemento x appartenente al dominio, si ha:

$$f(x) = f(-x)$$

Per esempio la funzione: $f(x) = 1 + x^2$ è una funzione pari.

$$\text{Infatti: } f(-x) = 1 + (-x)^2 = 1 + x^2 = f(x)$$

Una funzione viene detta “dispari” se, comunque scelto un elemento x appartenente al dominio, si ha:

$$f(x) = -f(-x)$$

Per esempio la funzione: $f(x) = 2x$ è una funzione dispari.

$$\text{Infatti: } f(-x) = 2 \cdot (-x) = -2x = -f(x)$$

2) Per produrre una certa merce, si sostengono quotidianamente dei costi fissi di 800 € e un costo, variabile, per ogni kg di merce di 0,50 €. La merce viene poi rivenduta a 2,10 € il kg. Qual è il punto di equilibrio economico ?

Il punto di equilibrio (break even point) è il punto in cui il ricavo eguaglia i costi. Si scrivono l'equazione dei costi e dei ricavi e si risolve il sistema:

$$\begin{cases} y = 0,5x + 800 \\ y = 2,1x \end{cases}$$

Si ipotizza che la quantità prodotta sia interamente venduta.

Si ottiene la soluzione: $x = 500$ (quantità prodotta e venduta giornalmente) e $y = 800$ € (costo = ricavo).

3) Cosa si intende per “funzione inversa” e quali condizioni deve rispettare una funzione per poter definire la funzione inversa? Fornisci anche un esempio.

Una funzione ammette la funzione inversa se e solo se è biiettiva. La funzione inversa di Y in X partendo da ogni elemento y dell'insieme delle immagini Y fa ritornare a un elemento x dell'insieme X .

Esempio: ottenere la funzione inversa della funzione $y = 2x - 1 \rightarrow$ si esplicita x in funzione della y : $x = \frac{y+1}{2} \rightarrow$ scambiando le variabili: $y = \frac{x+1}{2}$ (funzione inversa)