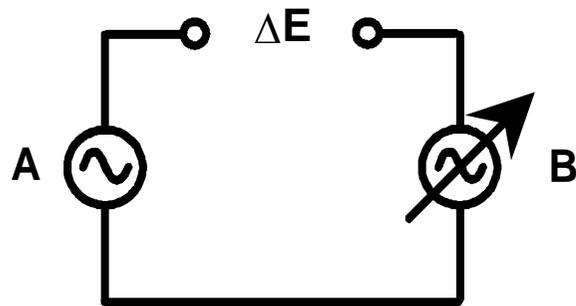


# Equilibrio in regime sinusoidale



□ la condizione di equilibrio  $A=B$  implica

◆  $Re(A)=Re(B)$

◆  $Im(A)=Im(B)$

□ ovvero

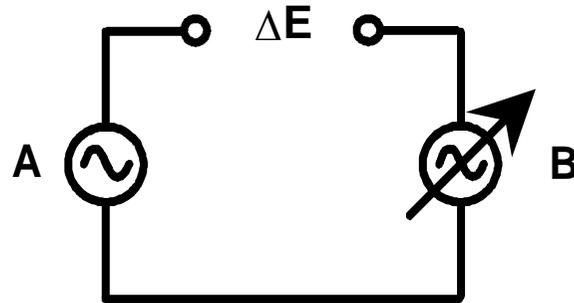
◆  $Re(\Delta E) = 0$

◆  $Im(\Delta E) = 0$

□ per raggiungere la condizione di equilibrio si deve poter agire su due parametri, l'ampiezza e la fase di  $\Delta E$

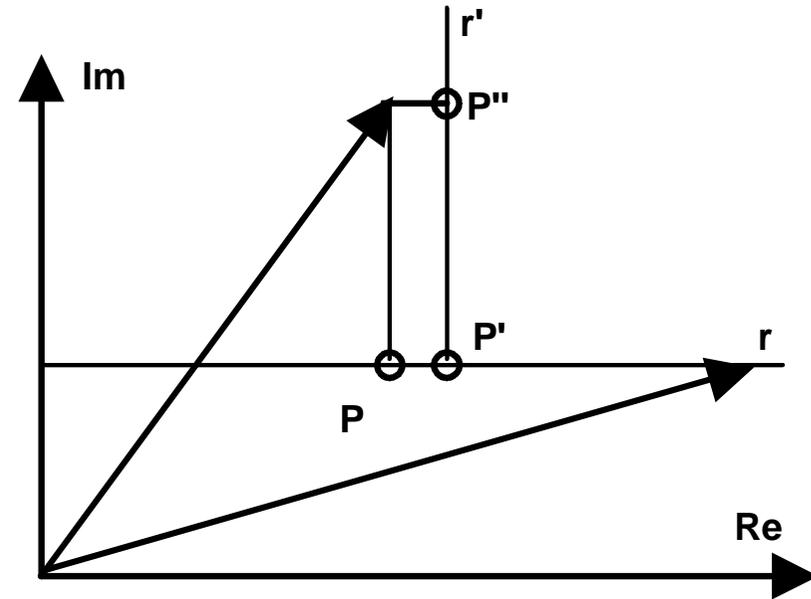
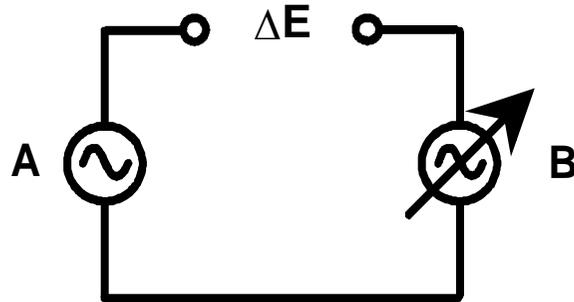
□ ovviamente, in condizione di equilibrio il modulo di  $\Delta E$  deve essere zero

# Rivelatori di zero in regime sinusoidale



- rilevatori vettoriali: indicano ampiezza e fase di  $\Delta E$ 
  - la fase è misurata rispetto ad un segnale di riferimento sincrono con  $A$  e  $B$
  - ES: oscilloscopio
- rilevatori non vettoriali
  - voltmetri indicatori rms o a valor medio
  - selettività: elevata sensibilità per solo l'armonica fondamentale (frequenza del regime)

# Regolazione equilibrio



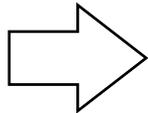
- potendo agire in maniera indipendente sulla fase e sull'ampiezza di  $\Delta E$  opero come segue:
  - ◆ mi muovo lungo  $r$  in modo da minimizzare la lettura del rilevatore di zero, a causa dell'incertezza di misura invece di fermarmi in  $P$  mi fermo in  $P'$
  - ◆ mi muovo ora lungo  $r'$  in modo da minimizzare di nuovo la lettura del rilevatore, mi fermo in  $P''$
  - ◆ continuo per approssimazioni successive fino a ottenere la lettura zero

# Richiami di elettrotecnica .....

□ **impedenza:**  $Z = R + jX$       **R=resistenza, X=reattanza**

□ **ammettenza:**  $Y = G + jB$       **G=conduttanza, B=suscettanza**

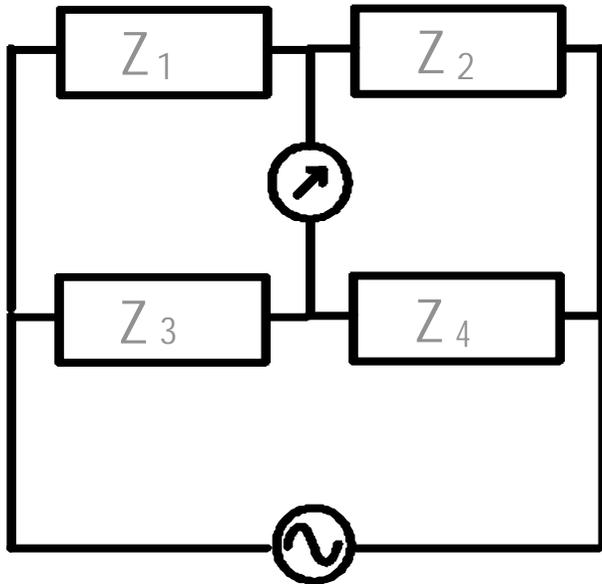
$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} + j \frac{-X}{R^2 + X^2} = G + jB$$



$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{G + jB} = \frac{G}{G^2 + B^2} + j \frac{-B}{G^2 + B^2} = R + jX$$

	induttiva	capacitiva
reattanza	<b>+</b>	<b>-</b>
suscettanza	<b>-</b>	<b>+</b>

# Ponti in ca



□ all'equilibrio:  $Z_3 = Z_4 \cdot \frac{Z_1}{Z_2}$

□ per ottenere l'equilibrio servono due regolazioni indipendenti

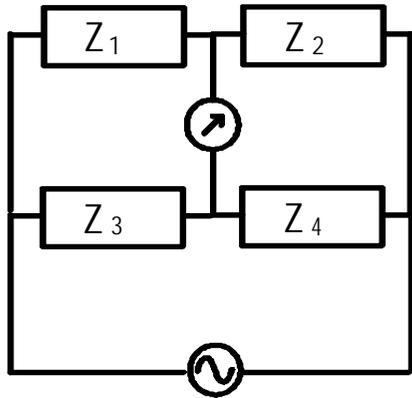
• ponti a rapporto:

$$Z_3 = Z_4 \cdot \left( \frac{Z_1}{Z_2} \right) = k \cdot Z_4 \quad \mathbf{k=costante}$$

• ponti a prodotto:

$$Z_3 = (Z_1 \cdot Z_4) \cdot \frac{1}{Z_2} = k \cdot Y_2 \quad \mathbf{k=costante}$$

# Ponti a rapporto reale



$$\square Z_3 = Z_4 \cdot \left( \frac{Z_1}{Z_2} \right) = k \cdot Z_4$$

$$\square Z_3 = R_3 + jX_3 = k \cdot (R_4 + jX_4)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_3 = kR_4 \\ X_3 = kX_4 \end{cases}$$

**□ k deve essere > 0**

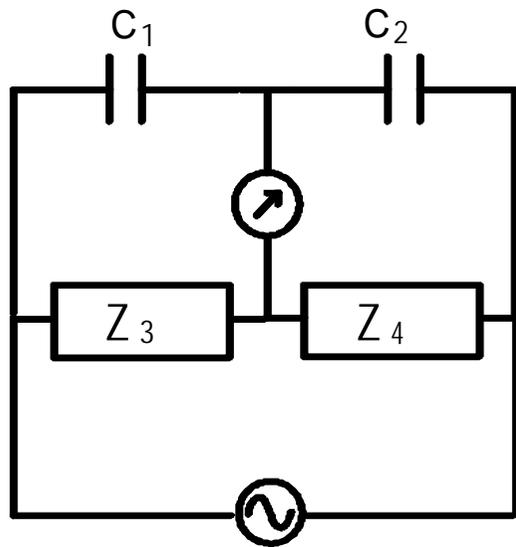
**□ Z<sub>1</sub> e Z<sub>2</sub> devono essere dello stesso tipo**

**□ Z<sub>3</sub> e Z<sub>4</sub> devono essere dello stesso tipo**

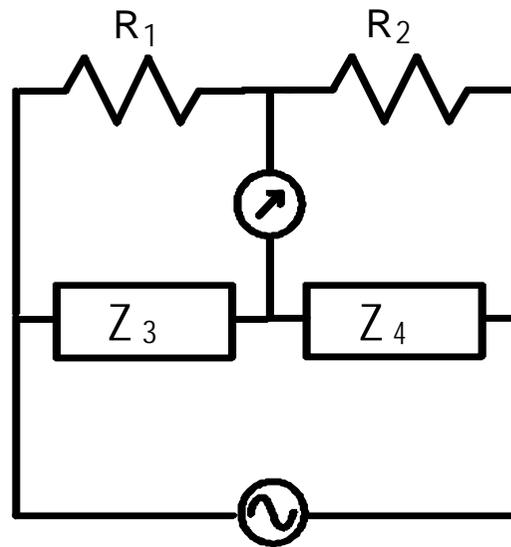
⇒ l'equilibrio non dipende dalla frequenza

# Ponti a rapporto reale

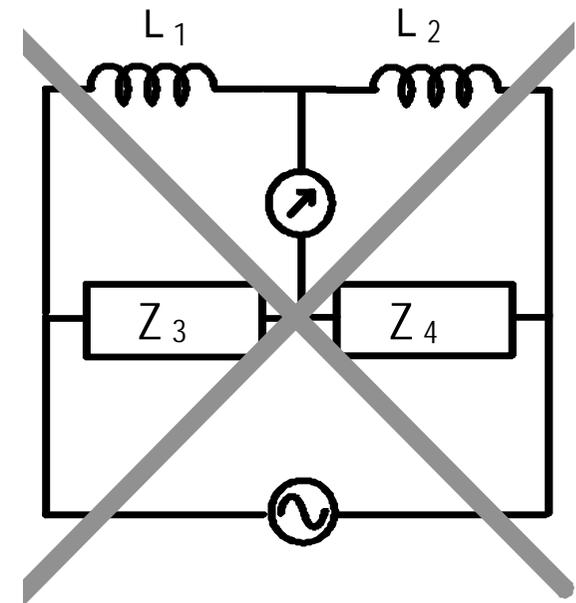
□ possibilità realizzative:



$$k = \frac{C_2}{C_1}$$

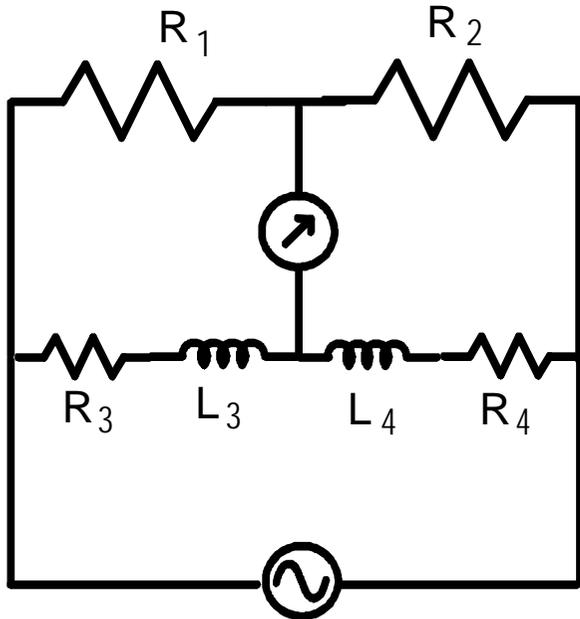


$$k = \frac{R_1}{R_2}$$



$$k = \frac{L_1}{L_2}$$

# Ponte di Wien

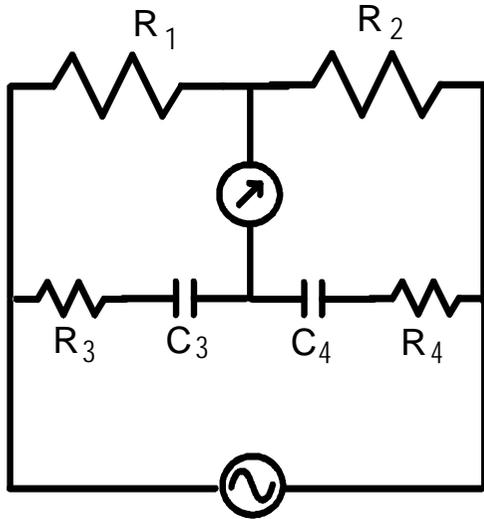


$$\square \quad k = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\square \quad \begin{cases} R_3 = kR_4 = \frac{R_1}{R_2} R_4 \\ X_3 = kX_4 = \frac{R_1}{R_2} X_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_3 = \frac{R_1}{R_2} R_4 \\ L_3 = \frac{R_1}{R_2} L_4 \end{cases}$$

**□ misure di induttanza per confronto con induttanza**

# Ponte di Gott

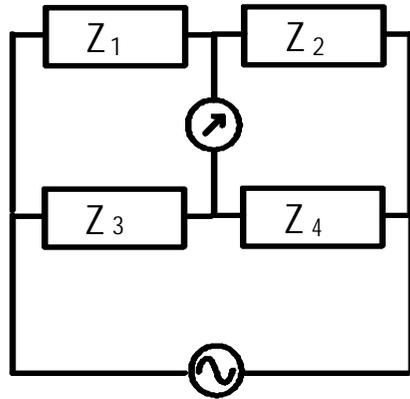


$$\square \quad k = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\square \quad \begin{cases} R_3 = kR_4 = \frac{R_1}{R_2} R_4 \\ X_3 = kX_4 = \frac{R_1}{R_2} X_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_3 = \frac{R_1}{R_2} R_4 \\ C_3 = \frac{R_2}{R_1} C_4 \end{cases}$$

**□ misure di capacità per confronto con capacità**

# Ponti a rapporto immaginario



$$Z_3 = Z_4 \cdot \frac{Z_1}{Z_2}$$

$$\square \frac{Z_1}{Z_2} = jk \quad (k \text{ reale})$$

$$Z_3 = R_3 + jX_3 = jk \cdot (R_4 + jX_4)$$

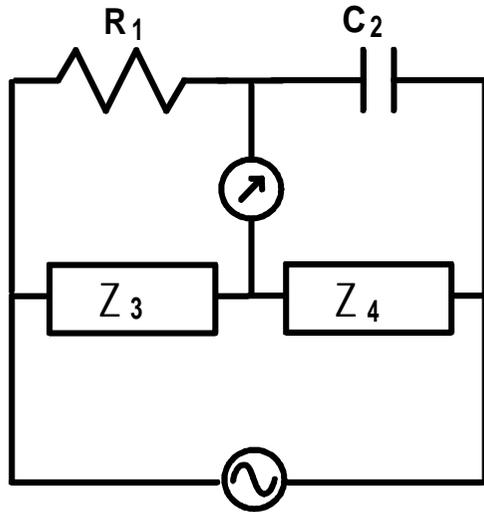
$$\Rightarrow \begin{cases} R_3 = -kX_4 \\ X_3 = kR_4 \end{cases}$$

$$\square \text{ essendo } R_3 \text{ e } R_4 > 0$$

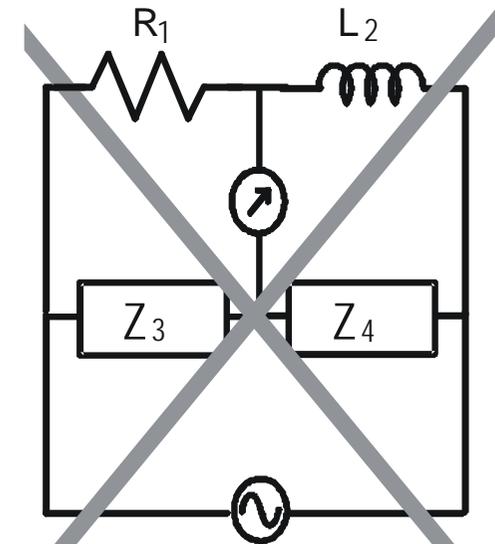
◆  $Z_3$  e  $Z_4$  devono essere di tipo diverso

⇒ l'equilibrio può dipendere dalla frequenza

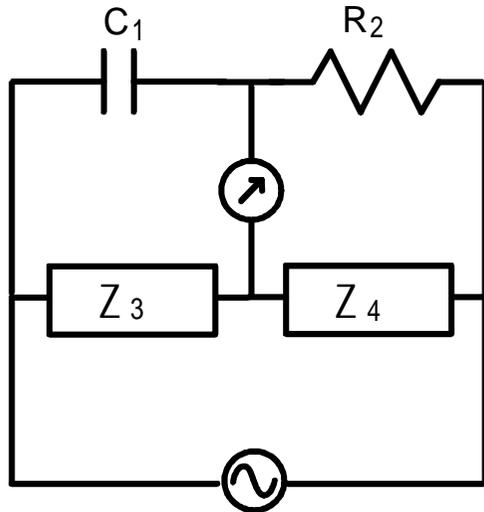
# Ponti a rapporto immaginario



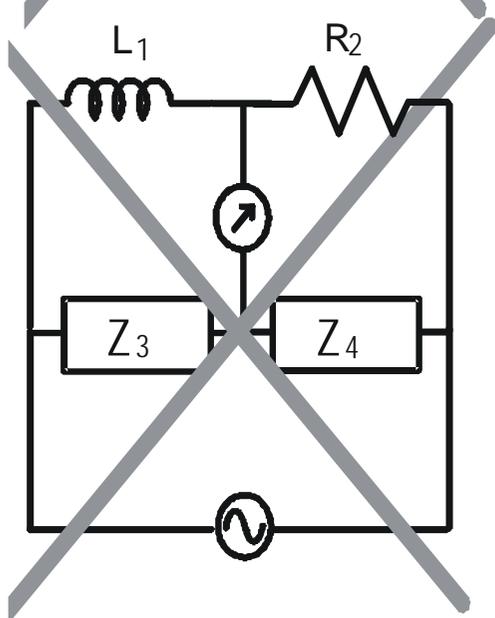
$$k = R_1 \omega C_2$$



$$k = -1 / \omega L_2$$

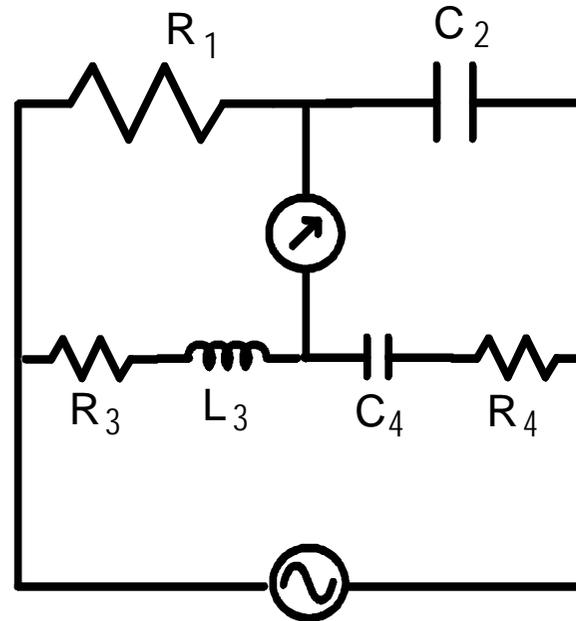


$$k = -1 / R_2 \omega C_1$$



$$k = \omega L_1 / R_2$$

# Ponte di Owen



$$k = R_1 \omega C_2$$

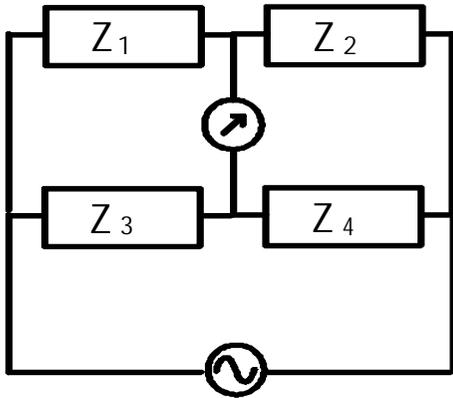
$$\begin{cases} R_3 = -kX_4 \\ X_3 = kR_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_3 = -kX_4 = -R_1 \omega C_2 \left( -\frac{1}{\omega C_4} \right) = R_1 \cdot \frac{C_2}{C_4} \\ L_3 = \frac{1}{\omega} \cdot kR_4 = R_1 R_4 C_2 \end{cases}$$

□ l'equilibrio non dipende dalla frequenza

□ misure di induttanza per confronto con capacità e resistenza

# Ponti a prodotto reale



$$\square Z_3 = (Z_1 \cdot Z_4) \frac{1}{Z_2}$$

$$\square Z_1 \cdot Z_4 = k \text{ (reale)}$$

$$\square Z_3 = R_3 + jX_3 = k \cdot (G_2 + jY_2) \Rightarrow \begin{cases} R_3 = kG_2 \\ X_3 = kB_2 \end{cases}$$

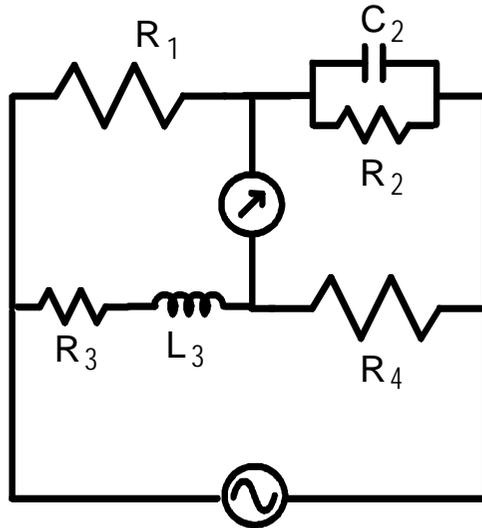
**□ k deve essere > 0**

**♦ Z<sub>1</sub> e Z<sub>4</sub> o sono due resistori o sono due impedenze di tipo diverso**

**□ Z<sub>2</sub> e Z<sub>3</sub> devono essere di tipo diverso**

⇒ l'equilibrio può dipendere dalla frequenza

# Ponte di Maxwell

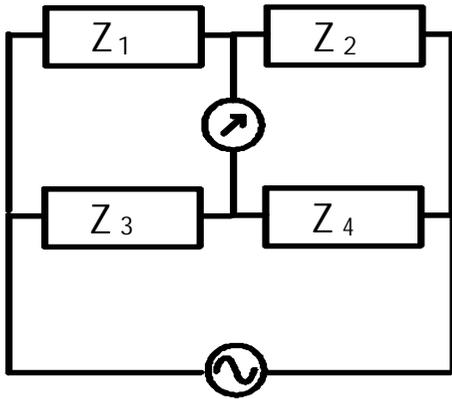


$$\square \quad \begin{cases} R_3 = kG_2 \\ X_3 = kB_2 \end{cases}$$

$$\square \quad \begin{cases} R_3 = k \frac{1}{R_2} \\ j\omega L_3 = k \cdot j\omega C_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_3 = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_2} \\ L_3 = R_1 \cdot R_4 \cdot C_2 \end{cases}$$

- misure di induttanza per confronto con capacità campione
- l'equilibrio non dipende dalla frequenza

# Ponti a prodotto immaginario



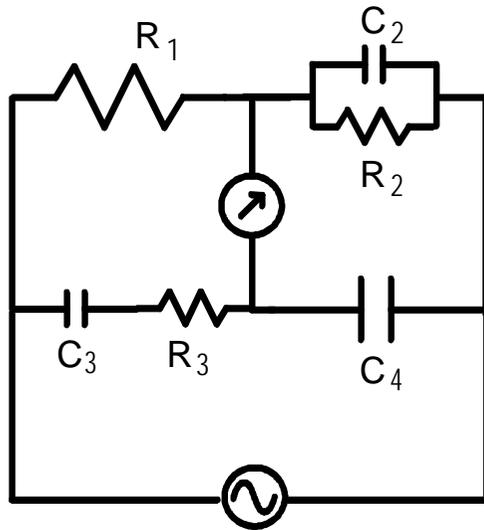
$$\square Z_3 = (Z_1 \cdot Z_4) \frac{1}{Z_2}$$

$$\square Z_1 \cdot Z_4 = jk \quad (k \text{ reale})$$

$$\square Z_3 = R_3 + jX_3 = jk \cdot (G_2 + jB_2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_3 = -kB_2 \\ X_3 = kG_2 \end{cases}$$

# Ponte di Shering



$$\square \quad k = -\frac{R_1}{\omega C_4}$$

$$\square \quad \begin{cases} R_3 = -kR_2 = -k \cdot j\omega C_2 \\ \frac{1}{\omega C_3} = k \frac{1}{R_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_3 = \frac{R_1 \cdot C_2}{C_4} \\ C_3 = \frac{C_4 \cdot R_2}{R_1} \end{cases}$$

- misure di capacità per confronto con capacità campione
- l'equilibrio non dipende dalla frequenza