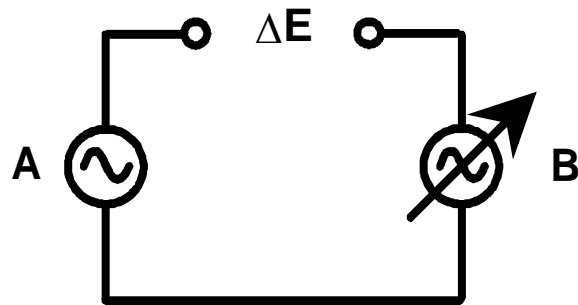


Equilibrio in regime sinusoidale



□ la condizione di equilibrio $A=B$ implica

- ♦ $Re(A)=Re(B)$
- ♦ $Im(A)=Im(B)$

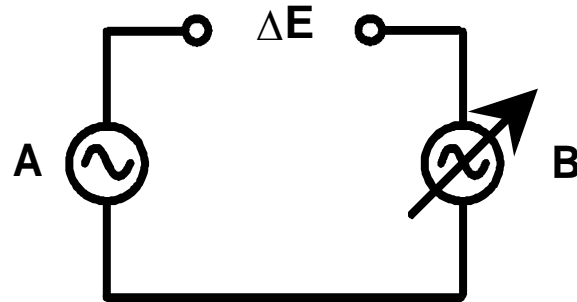
□ ovvero

- ♦ $Re(\Delta E) = 0$
- ♦ $Im(\Delta E) = 0$

□ per raggiungere la condizione di equilibrio si deve poter agire su due parametri, l'ampiezza e la fase di ΔE

□ ovviamente, in condizione di equilibrio il modulo di ΔE deve essere zero

Rivelatori di zero in regime sinusoidale



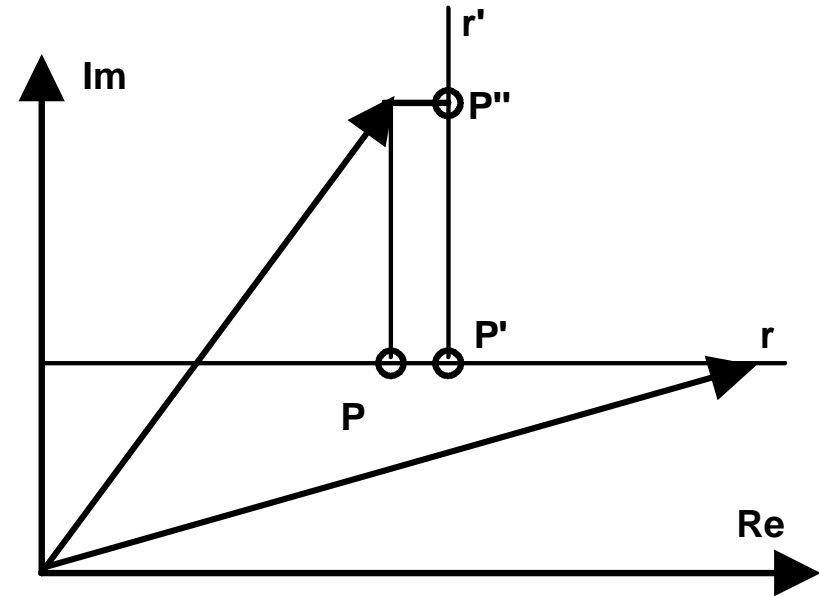
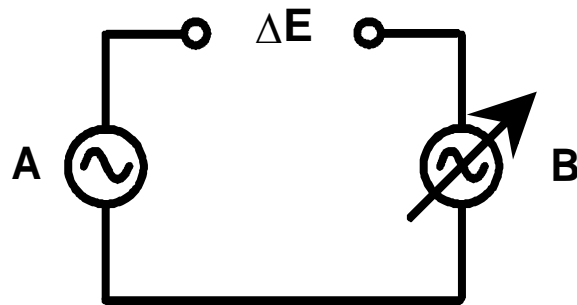
□ rilevatori vettoriali: indicano ampiezza e fase di ΔE

- la fase è misurata rispetto ad un segnale di riferimento sincrono con A e B
- ES: oscilloscopio

□ rilevatori non vettoriali

- voltmetri indicatori rms o a valor medio
- selettività: elevata sensibilità per solo l'armonica fondamentale (frequenza del regime)

Regolazione equilibrio



- potendo agire in maniera indipendente sulla fase e sull'ampiezza di ΔE opero come segue:
- ♦ mi muovo lungo r in modo da minimizzare la lettura del rilevatore di zero, a causa dell'incertezza di misura invece di fermarmi in P mi fermo in P'
 - ♦ mi muovo ora lungo r' in modo da minimizzare di nuovo la lettura del rilevatore, mi fermo in P''
 - ♦ continuo per approssimazioni successive fino a ottenere la lettura zero

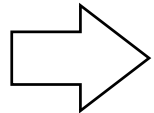
Richiami di elettrotecnica

□ **impedenza:** $Z = R + jX$

R=resistenza, **X**=reattanza

□ **ammettenza:** $Y = G + jB$

G=conduttanza, **B**=susceptanza

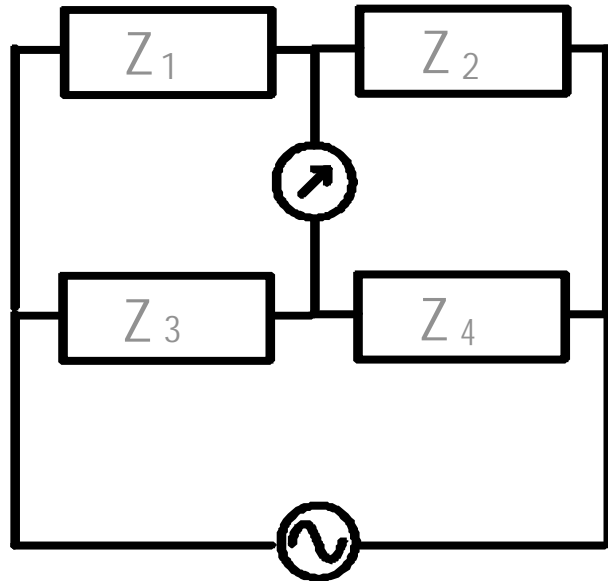


$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} + j \frac{-X}{R^2 + X^2} = G + jB$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{G + jB} = \frac{G}{G^2 + B^2} + j \frac{-B}{G^2 + B^2} = R + jX$$

	induttiva	capacitiva
reattanza	+	-
susceptanza	-	+

Ponti in ca



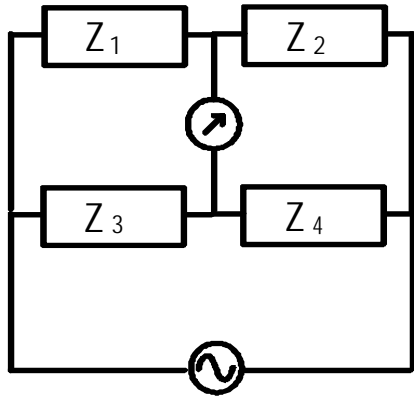
❑ all'equilibrio: $Z_3 = Z_4 \cdot \frac{Z_1}{Z_2}$

❑ per ottenere l'equilibrio servono due regolazioni indipendenti

• ponti a rapporto: $Z_3 = Z_4 \cdot \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) = k \cdot Z_4 \quad \mathbf{k=costante}$

• ponti a prodotto: $Z_3 = (Z_1 \cdot Z_4) \cdot \frac{1}{Z_2} = k \cdot Y_2 \quad \mathbf{k=costante}$

Ponti a rapporto reale



$$\square Z_3 = Z_4 \cdot \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) = k \cdot Z_4$$

$$\square Z_3 = R_3 + jX_3 = k \cdot (R_4 + jX_4)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_3 = kR_4 \\ X_3 = kX_4 \end{cases}$$

$\square k$ deve essere > 0

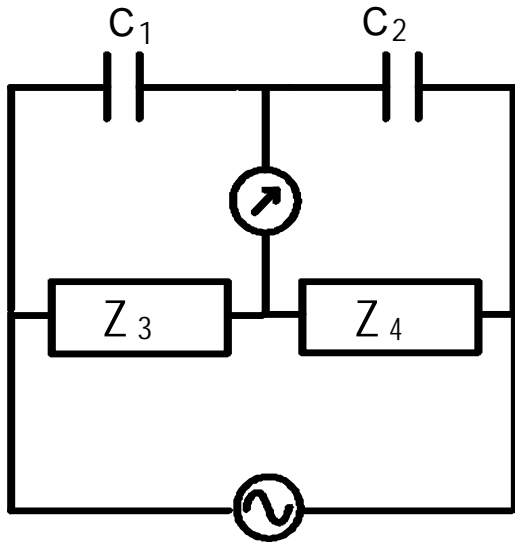
$\square Z_1$ e Z_2 devono essere dello stesso tipo

$\square Z_3$ e Z_4 devono essere dello stesso tipo

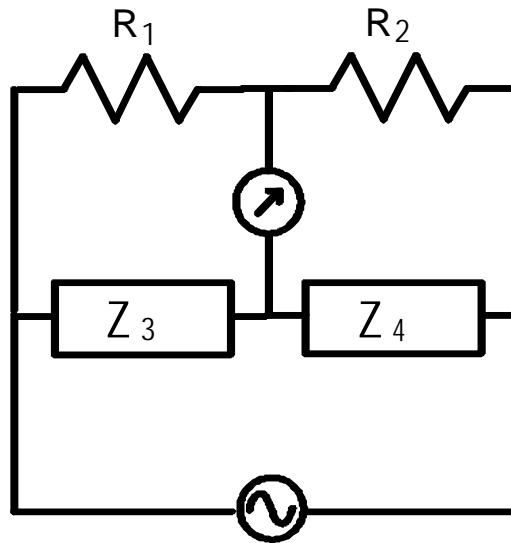
\Rightarrow l'equilibrio non dipende dalla frequenza

Ponti a rapporto reale

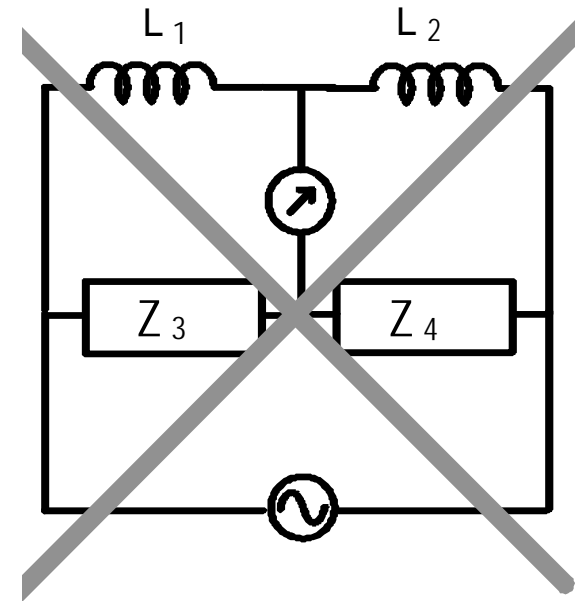
□ possibilità realizzative:



$$k = \frac{C_2}{C_1}$$

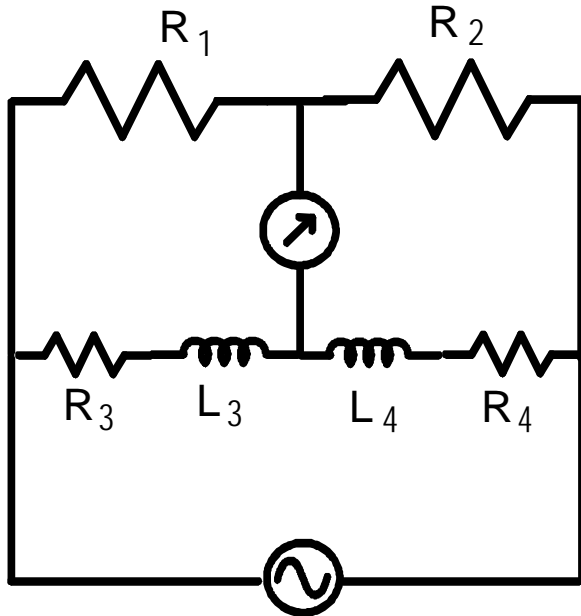


$$k = \frac{R_1}{R_2}$$



$$k = \frac{L_1}{L_2}$$

Ponte di Wien

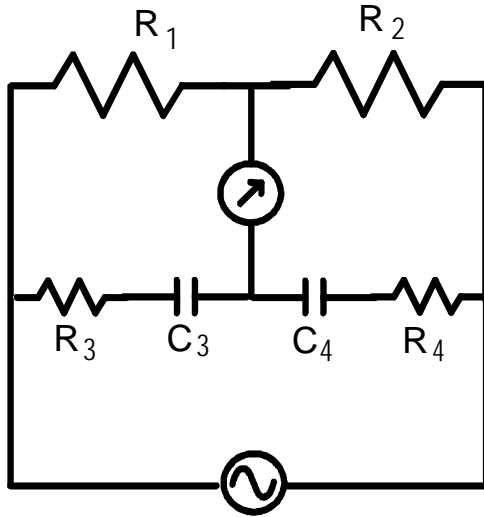


$$\square \quad k = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\square \quad \begin{cases} R_3 = kR_4 = \frac{R_1}{R_2} R_4 \\ X_3 = kX_4 = \frac{R_1}{R_2} X_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_3 = \frac{R_1}{R_2} R_4 \\ L_3 = \frac{R_1}{R_2} L_4 \end{cases}$$

□ misure di induttanza per confronto con induttanza

Ponte di Gott

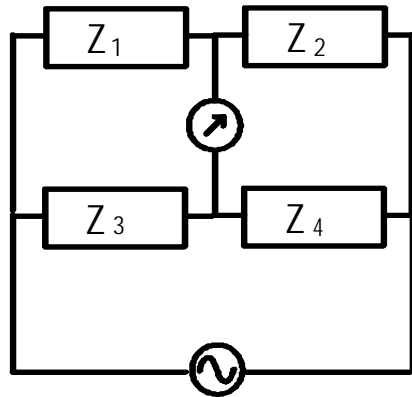


$$\square \quad k = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\square \quad \begin{cases} R_3 = kR_4 = \frac{R_1}{R_2} R_4 \\ X_3 = kX_4 = \frac{R_1}{R_2} X_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_3 = \frac{R_1}{R_2} R_4 \\ C_3 = \frac{R_2}{R_1} C_4 \end{cases}$$

□ misure di capacità per confronto con capacità

Ponti a rapporto immaginario



$$Z_3 = Z_4 \cdot \frac{Z_1}{Z_2}$$

$$\square \quad \frac{Z_1}{Z_2} = jk \quad (k \text{ reale})$$

$$Z_3 = R_3 + jX_3 = jk \cdot (R_4 + jX_4)$$

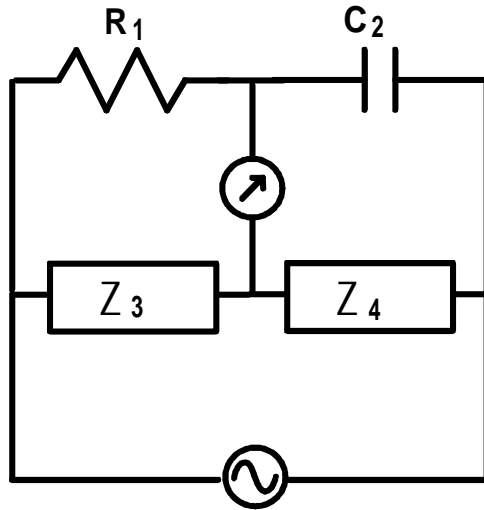
$$\Rightarrow \begin{cases} R_3 = -kX_4 \\ X_3 = kR_4 \end{cases}$$

□ essendo R_3 e $R_4 > 0$

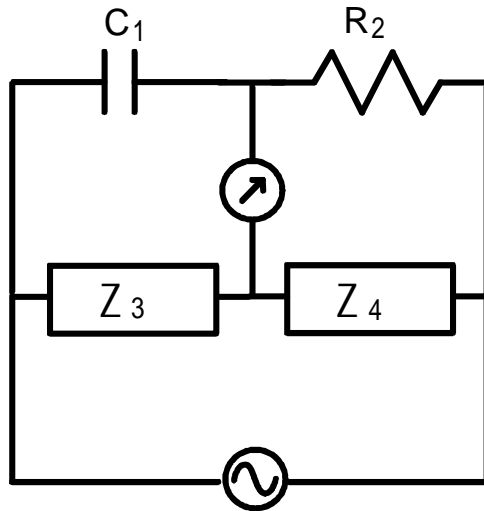
♦ Z_3 e Z_4 devono essere di tipo diverso

⇒ l'equilibrio può dipendere dalla frequenza

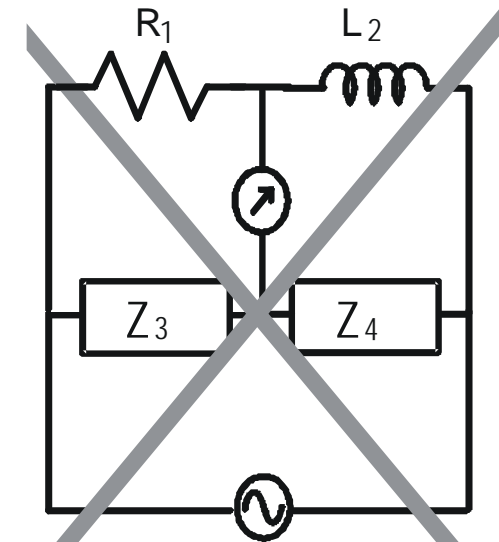
Ponti a rapporto immaginario



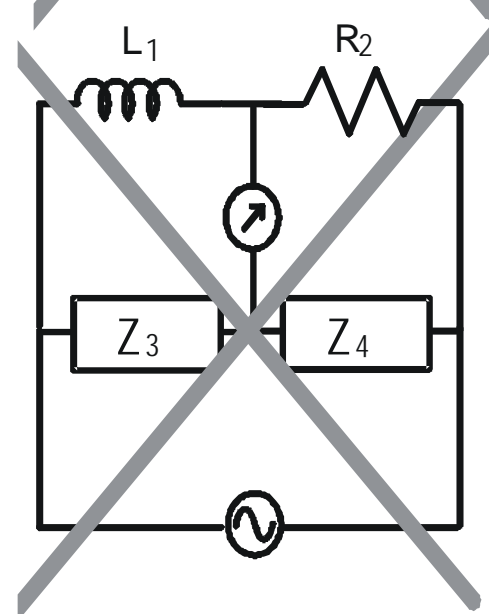
$$k = R_1 \omega C_2$$



$$k = -1 / R_2 \omega C_1$$

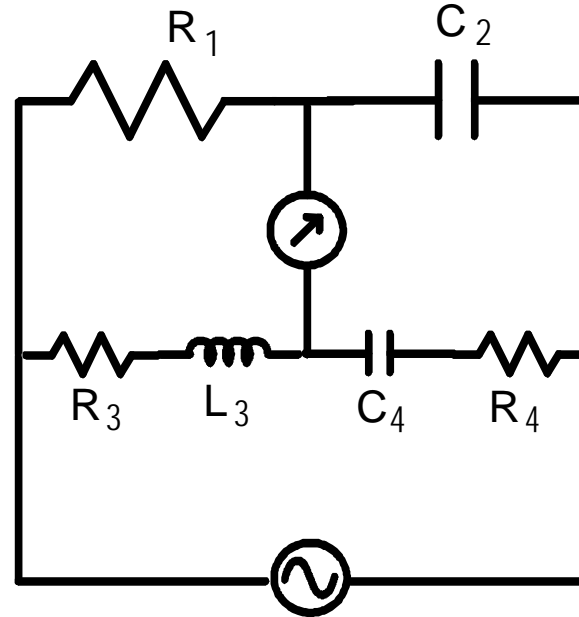


$$k = -1 / \omega L_2$$



$$k = \omega L_1 / R_2$$

Ponte di Owen



$$k = R_1 \omega C_2$$

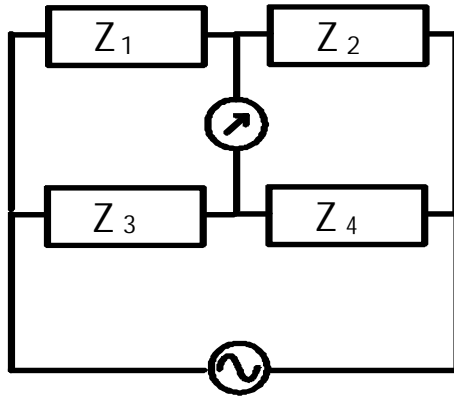
$$\begin{cases} R_3 = -kX_4 \\ X_3 = kR_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_3 = -kX_4 = -R_1 \omega C_2 \left(-\frac{1}{\omega C_4} \right) = R_1 \cdot \frac{C_2}{C_4} \\ L_3 = \frac{1}{\omega} \cdot kR_4 = R_1 R_4 C_2 \end{cases}$$

❑ l'equilibrio non dipende dalla frequenza

❑ misure di induttanza per confronto con capacità e resistenza

Ponti a prodotto reale



$$\square \quad Z_3 = (Z_1 \cdot Z_4) \frac{1}{Z_2}$$

$$\square \quad Z_1 \cdot Z_4 = k \text{ (reale)}$$

$$\square \quad Z_3 = R_3 + jX_3 = k \cdot (G_2 + jY_2) \Rightarrow \begin{cases} R_3 = kG_2 \\ X_3 = kB_2 \end{cases}$$

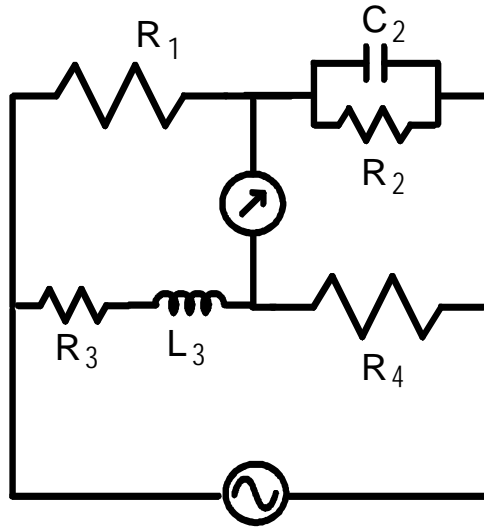
\square k deve essere > 0

\diamond Z_1 e Z_4 o sono due resistori o sono due impedenze di tipo diverso

\square Z_2 e Z_3 devono essere di tipo diverso

\Rightarrow l'equilibrio può dipendere dalla frequenza

Ponte di Maxwell

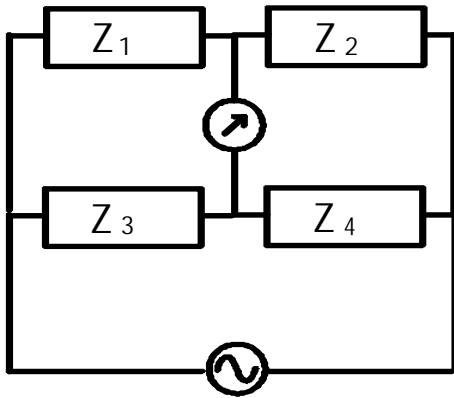


$$\square \quad \begin{cases} R_3 = kG_2 \\ X_3 = kB_2 \end{cases}$$

$$\square \quad \begin{cases} R_3 = k \frac{1}{R_2} \\ j\omega L_3 = k \cdot j\omega C_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_3 = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_2} \\ L_3 = R_1 \cdot R_4 \cdot C_2 \end{cases}$$

- misure di induttanza per confronto con capacità campione
- l'equilibrio non dipende dalla frequenza

Ponti a prodotto immaginario



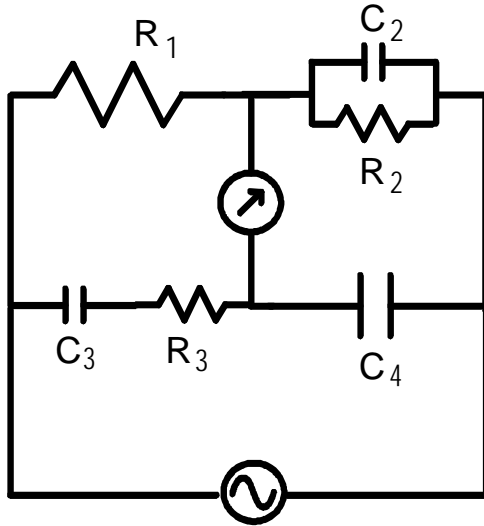
$$\square \quad Z_3 = (Z_1 \cdot Z_4) \frac{1}{Z_2}$$

$$\square \quad Z_1 \cdot Z_4 = jk \quad (k \text{ reale})$$

$$\square \quad Z_3 = R_3 + jX_3 = jk \cdot (G_2 + jB_2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_3 = -kB_2 \\ X_3 = kG_2 \end{cases}$$

Ponte di Shering



$$\square \quad k = -\frac{R_1}{\omega C_4}$$

$$\square \quad \begin{cases} R_3 = -k B_2 = -k \cdot j\omega C_2 \\ \frac{1}{\omega C_3} = k \frac{1}{R_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_3 = \frac{R_1 \cdot C_2}{C_4} \\ C_3 = \frac{C_4 \cdot R_2}{R_1} \end{cases}$$

- ☐ misure di capacità per confronto con capacità campione
- ☐ l'equilibrio non dipende dalla frequenza