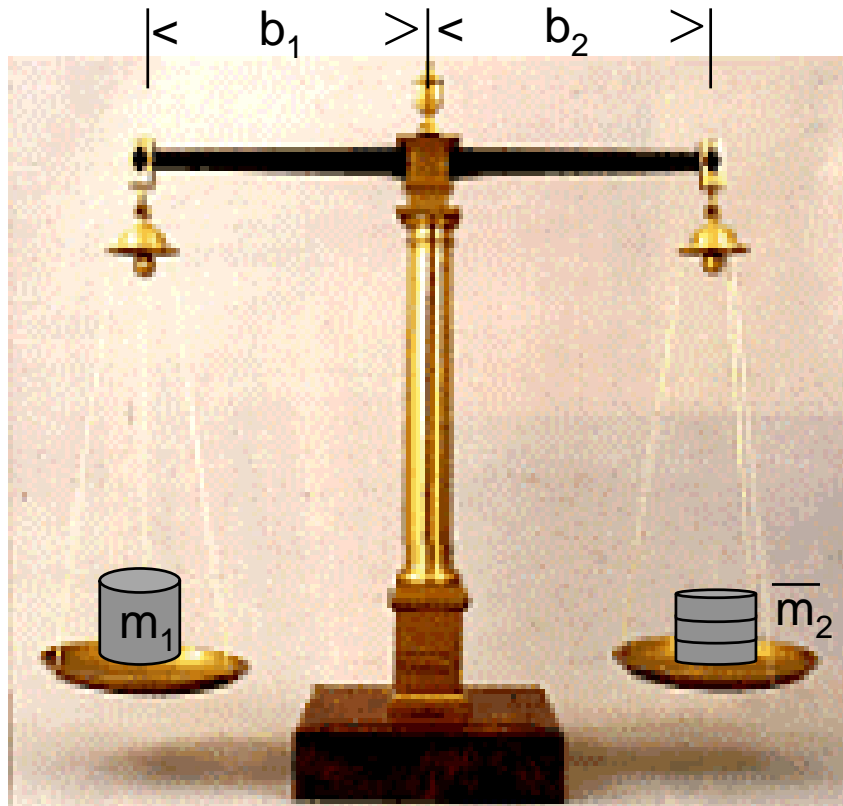


Metodi di confronto



- ❑ la grandezza da misurare viene confrontata con una grandezza omogenea nota
- ❑ si opera in modo da ottenere una condizione di equilibrio
- ❑ la condizione di equilibrio stabilisce una relazione ben definita tra le due grandezze

All'equilibrio: $m_1 \cdot b_1 = \bar{m}_2 \cdot b_2$

$$m_1 \cdot b_1 - \bar{m}_2 \cdot b_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad f_{eq}(m_1, \bar{m}_2, b_1, b_2) = 0$$

Metodi di confronto



- per eseguire una misurazione con un metodo di confronto si deve disporre:
- ♦ della grandezza di riferimento
 - ♦ di un mezzo di regolazione per ottenere l'equilibrio
 - ♦ di un indicatore della condizione di equilibrio

continua ...

- se y è il misurando e y_{rif} la grandezza di riferimento, quando è verificata la condizione di equilibrio è nota la relazione

$$f_{eq}(y, y_{rif}, a, b, c, \dots) = 0$$

- la funzione f_{eq} insieme con i parametri a, b, c, \dots descrive il modello dello strumento di misura
- in generale, il modello valido nella condizione di equilibrio è più semplice del modello generale che descrive lo strumento
- l'organo di regolazione consente di determinare l'insieme di valori y_{rif}, a, b, c, \dots che azzerano la funzione f_{eq}
- ES. della bilancia: regolo la massa m_2 fino a trovare il valore \overline{m}_2 che equilibra la bilancia

Metodi di zero

- ❑ la misurazione viene effettuata con un metodo di confronto
- ❑ il sistema è descrivibile come:

$$z = f(y, y_{rif}, a, b, c, \dots)$$

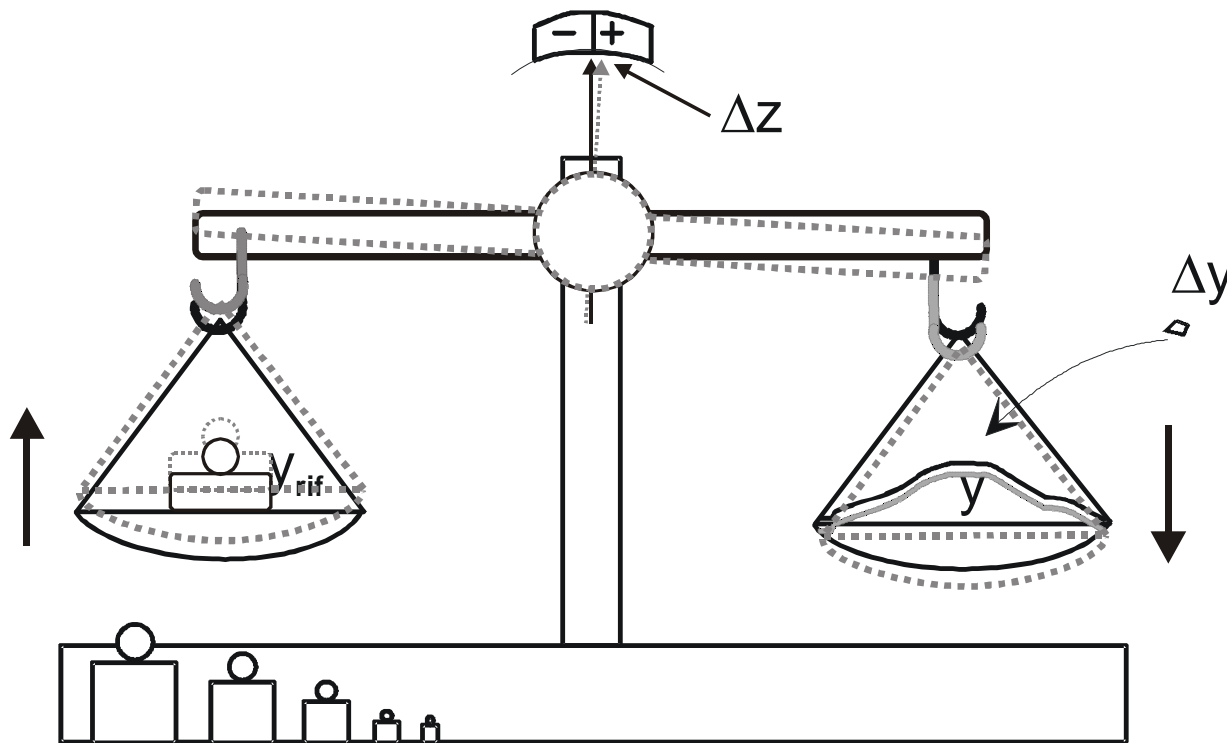
- ❑ il sistema è in equilibrio quando la variabile di controllo z è azzerata, in questo caso posso scrivere la relazione di equilibrio:

$$f_{eq}(y, y_{rif}, \bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots) = 0$$

- ❑ la regolazione del sistema avviene agendo sulla grandezza di riferimento e sui parametri a, b, c, \dots
- ❑ l'incertezza di azzeramento della variabile di controllo z comporta un'incertezza nella misura di y

Metodi di zero

- ❑ la risoluzione del metodo è definita come la più piccola variazione della grandezza in ingresso δy in grado di comportare un apprezzabile variazione δz della variabile di controllo dalla condizione di equilibrio $z=0$.



- ❑ la risoluzione può essere determinata sperimentalmente:

$$\delta y \cong \frac{\Delta y}{\Delta z} \cdot \delta z$$

Metodi di zero

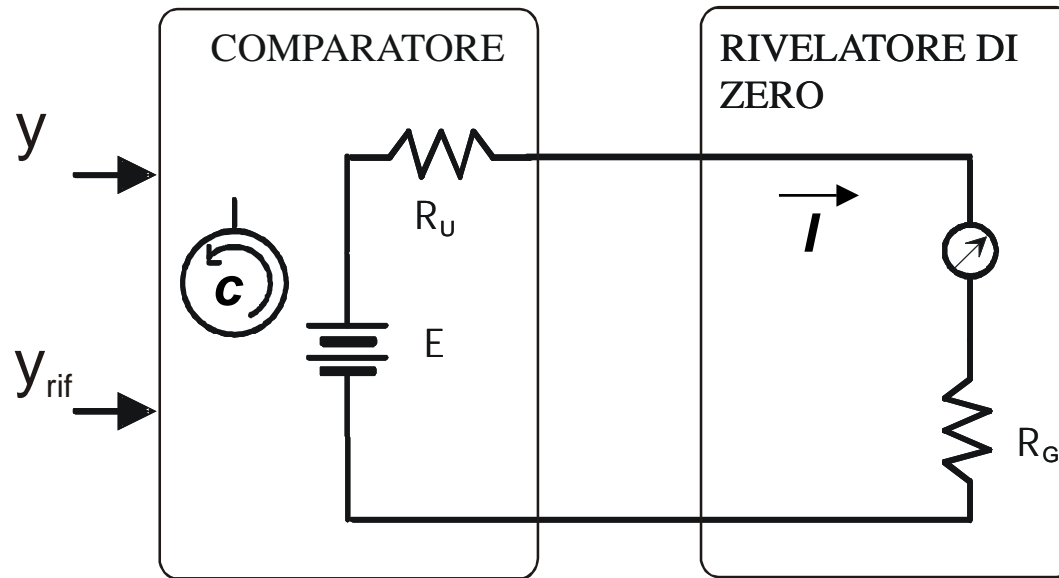
- Nota la relazione di equilibrio f_{eq} possiamo calcolare la sensibilità dello strumento differenziando la funzione nell'intorno del punto di equilibrio:

$$dz = \left. \frac{\partial f_{eq}}{\partial y} \right|_{all'equilibrio} \cdot dy \quad \Rightarrow \quad \delta y = \frac{dy}{dz} \delta z = \left(\frac{\partial f_{eq}}{\partial y} \right)^{-1} \cdot \delta z$$

- se la sensibilità è valutata in termini di **scarto tipo**, essa coincide con l'incertezza di azzeramento:

$$u_{azz}(y) = \left(\frac{\partial f_{eq}}{\partial y} \right)^{-1} \cdot u(z) \cong \frac{\Delta y}{\Delta z} \cdot u(z)$$

Esempio



□ **relazione di equilibrio:**

$$E = f_{eq}(y, y_{rif}, c) = 0$$

□ **incertezza di azzeramento:**

$$u_{azz}(y) = \left(\frac{\partial f_{eq}}{\partial y} \right)^{-1} \cdot u(E)$$

□ **la variabile di controllo E è misurata indirettamente attraverso la misurazione della corrente I :**

$$E = (R_u + R_G) \cdot I$$

□ **quindi:** $u(E) = (R_u + R_G) \cdot u(I)$

$$\Rightarrow u_{azz}(y) = \left(\frac{\partial f_{eq}}{\partial y} \right)^{-1} \cdot (R_u + R_G) \cdot u(I)$$

Metodo di sostituzione

□ si opera con il metodo di confronto in modo da ottenere la condizione di equilibrio:

$$y_1 = f(y_{rif}, a, b, c, \dots)$$

□ sostituendo la prima grandezza con una seconda grandezza omogenea, di poco diversa dalla prima, si opera sul parametro di controllo c in modo da ottenere un nuovo equilibrio:

$$y_2 = f(y_{rif}, a, b, c + \Delta c, \dots)$$

$$\Rightarrow y_2 \cong f(y_{rif}, a, b, c, \dots) + \frac{\partial f}{\partial c} \cdot \Delta c = y_1 + \left. \frac{\partial f}{\partial c} \right|_{y_1} \cdot \Delta c = y_1 + k_c \cdot \Delta c$$

$$\Rightarrow u(y_2) = \sqrt{u^2(y_1) + k_c^2 u^2(\Delta c)} \cong \sqrt{u^2(y_1) + k_c^2 \cdot 2 \cdot u^2(c)}$$

continua ...

□ applicando la legge di propagazione dell'incertezza:

$$u_{equilibrio}(y) = \left| \frac{\partial f}{\partial c} \right|_{equilibrio} \cdot u(c)$$

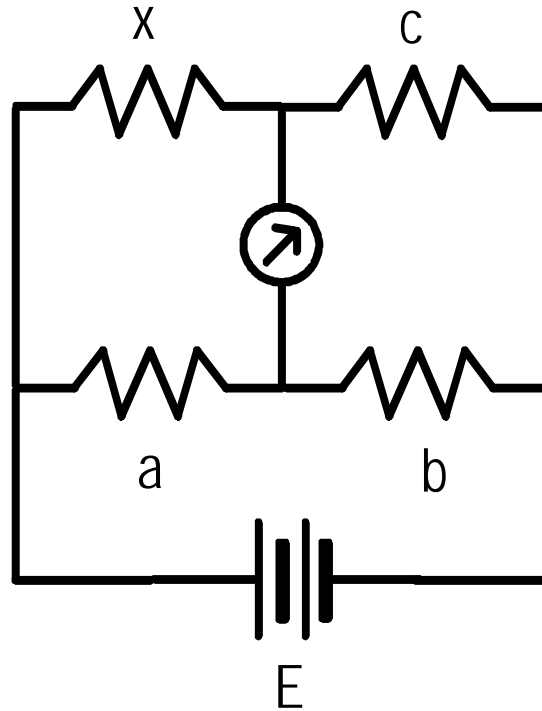
□ pertanto: $u(c) = u_{equilibrio}(y) \cdot \left(\left| \frac{\partial f}{\partial c} \right|_{equilibrio} \right)^{-1} \cong u_{equilibrio}(y) \cdot (|k_c|)^{-1}$

$$\Rightarrow u(y_2) \cong \sqrt{u^2(y_1) + k_c^2 \cdot 2 \cdot u_{equilibrio}^2(y) \cdot k_c^2} = \sqrt{u^2(y_1) + 2 \cdot u_{equilibrio}^2(y)}$$

□ senza la sostituzione:

$$u(y_2) = \sqrt{u^2(y_{rif}) + k_a^2 \cdot u^2(a) + k_b^2 \cdot u^2(b) + k_c^2 \cdot u^2(c) + \dots}$$

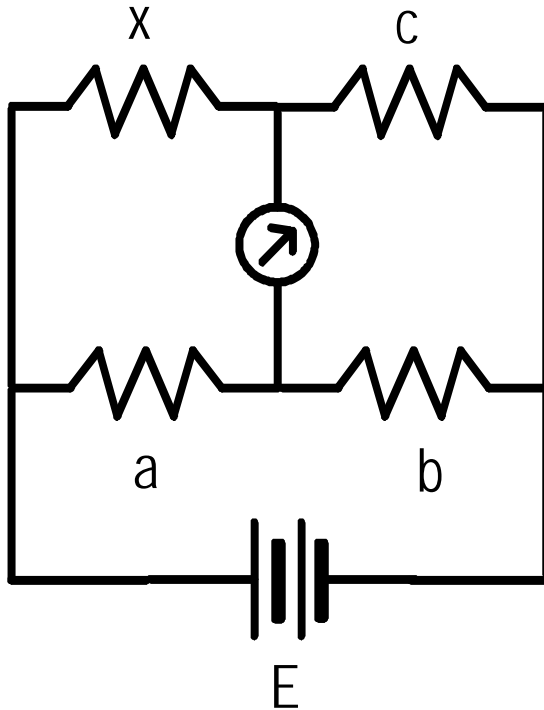
Ponte di Wheatstone



il ponte è in equilibrio quando non scorre corrente nel galvanometro:

$$x = c \cdot \left(\frac{a}{b} \right)$$

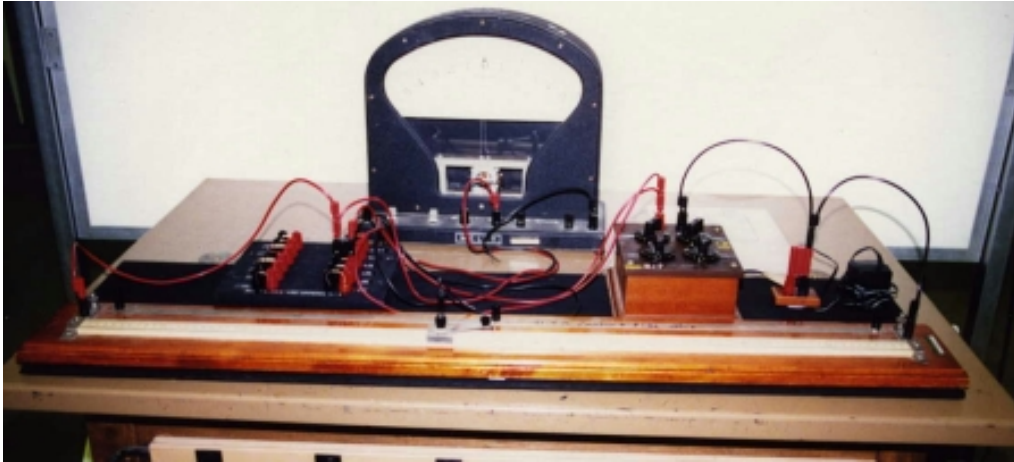
Ponte di Wheatstone



$$x = c \cdot \left(\frac{a}{b} \right)$$

- ❑ la condizione di equilibrio è indipendente dalla tensione di alimentazione E
- ❑ l'equilibrio si ottiene variando le resistenze note a,b,c:
 - ♦ si può mantenere costante il rapporto a/b e variare il valore di c
 - ♦ si può tenere fisso c e variare il rapporto a/b

Ponte di Wheatstone



$$x = c \cdot \left(\frac{a}{b} \right)$$

- ❑ nei ponti commerciali il rapporto a/b è variabile per decadi
- ❑ il valore di c è variabile in modo continuo
- ❑ quando il ponte è bilanciato il valore x viene letto direttamente