

ATTENZIONE! IL PRESENTE FOGLIO VA CONSEGNATO!

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea di 1° livello in Ingegneria dell'Informazione

Anno Accademico 2002/2003

PROBABILITÀ E STATISTICA

PROVA SCRITTA DEL 2 LUGLIO 2003

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

AVVERTENZE

- Non è consentita la consultazione di testi o appunti.
 - È consentito l'uso della calcolatrice tascabile, purché non programmabile.
 - Si raccomanda di scrivere chiaro e leggibile, per facilitare la correzione.
 - La durata della prova è di **due ore**. La brutta copia può essere acclusa a discrezione del candidato.
 - Gli esiti delle prove scritte saranno al più presto resi disponibili al sito internet
<http://dm.ing.unibs.it/marzocchi>
 - Anche in presenza di un esito negativo, si raccomanda la presenza alla prova orale per prendere visione dell'elaborato.
 - Il presente foglio può essere trattenuto dal candidato. Lasciare eventuali tabelle sul banco alla fine della prova.
 - La prova orale avrà luogo alle ore in aula .
-

Domanda Teorica) Siano A e B due eventi, anche non disgiunti. Dimostrare che se $p(A) = 0$, allora

$$p(A \cup B) = p(B).$$

Dire inoltre se è vero il viceversa, ossia che se $p(A \cup B) = p(B)$, allora $p(A) = 0$.
(punti 2)

C1) Un segnale può percorrere tre possibili vie con probabilità

$$p(V_1) = \frac{1}{41}, \quad p(V_2) = p(V_3)$$

e si perde con probabilità rispettivamente 0.2% nella prima via, 0.6% nella seconda e 0.3% nella terza. Indicare la probabilità di perdere il segnale.

(punti 3)

C1

C2) Quattro semafori indipendenti hanno il verde che resta acceso rispettivamente 10, 11, 24 e 18 secondi al minuto. Calcolare la probabilità di avere quattro verdi consecutivi.
(punti 4)

C2

C3) Calcolare il quantile 0.85 della variabile avente funzione di ripartizione

$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{1+x^2} & x \geq 0 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

(punti 4)

C3

C4) Durante la trasmissione di un file in media si altera un bit ogni 132, corretto con un bit di controllo. Qual è la probabilità che in un byte vengano persi due bit?
(punti 4)

C4

E1) Due macchine M_1 e M_2 lavorano dei pezzi in maniera difettosa con probabilità rispettivamente $p_1 = 0.3\%$ e $p_2 = 3.4\%$. Si chiede:

- supponendo di far lavorare 80 pezzi in modo indipendente dalla macchina M_1 , calcolare la probabilità di avere 2 pezzi difettosi;
- supponendo di scartare i pezzi difettosi del punto a) e di far lavorare i rimanenti dalla macchina M_2 , calcolare la probabilità di avere un altro pezzo difettoso;
- calcolare la probabilità di avere 3 pezzi difettosi alla fine dei due processi di lavorazione, immaginando di scartare i pezzi difettosi dopo la prima lavorazione (occorrerà tener conto dei vari modi in cui si possono produrre pezzi difettosi nelle due macchine).

(punti 7)

E2) Due pezzi vengono prodotti in coppia e in modo indipendente con lunghezze X_1 e X_2 distribuite normalmente aventi valore atteso 3 m e deviazione standard 2 cm. Siccome i pezzi non hanno la stessa lunghezza, in generale, vanno rifilati in modo che abbiano entrambi la stessa lunghezza (quindi, del più corto dei due). I pezzi però sono difettosi se sono troppo corti, dopo essere stati rifilati, e precisamente se sono lunghi meno di 295 cm. Si chiede:

- la probabilità di avere la coppia di pezzi più lunga di 304 cm;
- la probabilità di avere una coppia difettosa;
- la distribuzione dello spreco $|X_1 - X_2|$.

(punti 7)

ATTENZIONE! IL PRESENTE FOGLIO VA CONSEGNATO!

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea di 1° livello in Ingegneria dell'Informazione

Anno Accademico 2002/2003

PROBABILITÀ E STATISTICA

PROVA SCRITTA DEL 2 LUGLIO 2003

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

AVVERTENZE

- Non è consentita la consultazione di testi o appunti.
 - È consentito l'uso della calcolatrice tascabile, purché non programmabile.
 - Si raccomanda di scrivere chiaro e leggibile, per facilitare la correzione.
 - La durata della prova è di **due ore**. La brutta copia può essere acclusa a discrezione del candidato.
 - Gli esiti delle prove scritte saranno al più presto resi disponibili al sito internet
<http://dm.ing.unibs.it/marzocchi>
 - Anche in presenza di un esito negativo, si raccomanda la presenza alla prova orale per prendere visione dell'elaborato.
 - Il presente foglio può essere trattenuto dal candidato. Lasciare eventuali tabelle sul banco alla fine della prova.
 - La prova orale avrà luogo alle ore in aula.
-

Domanda Teorica) Siano A e B due eventi, anche non disgiunti. Dimostrare che se $p(A) = 0$, allora

$$p(A \cup B) = p(B).$$

Dire inoltre se è vero il viceversa, ossia che se $p(A \cup B) = p(B)$, allora $p(A) = 0$.
(punti 2)

C1) Un segnale può percorrere tre possibili vie con probabilità

$$p(V_1) = \frac{1}{38}, \quad p(V_2) = p(V_3)$$

e si perde con probabilità rispettivamente 0.2% nella prima via, 0.8% nella seconda e 0.3% nella terza. Indicare la probabilità di perdere il segnale.

(punti 3)

C1

C2) Quattro semafori indipendenti hanno il verde che resta acceso rispettivamente 22, 28, 15 e 12 secondi al minuto. Calcolare la probabilità di avere quattro verdi consecutivi.
(punti 4)

C2

C3) Calcolare il quantile 0.9 della variabile avente funzione di ripartizione

$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{1+x^2} & x \geq 0 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

(punti 4)

C3

C4) Durante la trasmissione di un file in media si altera un bit ogni 164, corretto con un bit di controllo. Qual è la probabilità che in un byte vengano persi due bit?
(punti 4)

C4

E1) Due macchine M_1 e M_2 lavorano dei pezzi in maniera difettosa con probabilità rispettivamente $p_1 = 2.3\%$ e $p_2 = 1.4\%$. Si chiede:

- a) supponendo di far lavorare 120 pezzi in modo indipendente dalla macchina M_1 , calcolare la probabilità di avere 2 pezzi difettosi;
- b) supponendo di scartare i pezzi difettosi del punto a) e di far lavorare i rimanenti dalla macchina M_2 , calcolare la probabilità di avere un altro pezzo difettoso;
- c) calcolare la probabilità di avere 3 pezzi difettosi alla fine dei due processi di lavorazione, immaginando di scartare i pezzi difettosi dopo la prima lavorazione (occorrerà tener conto dei vari modi in cui si possono produrre pezzi difettosi nelle due macchine).

(punti 7)

E2) Due pezzi vengono prodotti in coppia e in modo indipendente con lunghezze X_1 e X_2 distribuite normalmente aventi valore atteso 4 m e deviazione standard 2.5 cm. Siccome i pezzi non hanno la stessa lunghezza, in generale, vanno rifilati in modo che abbiano entrambi la stessa lunghezza (quindi, del più corto dei due). I pezzi però sono difettosi se sono troppo corti, dopo essere stati rifilati, e precisamente se sono lunghi meno di 395 cm. Si chiede:

- a) la probabilità di avere la coppia di pezzi più lunga di 406 cm;
- b) la probabilità di avere una coppia difettosa;
- c) la distribuzione dello spreco $|X_1 - X_2|$.

(punti 7)

ATTENZIONE! IL PRESENTE FOGLIO VA CONSEGNATO!

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea di 1° livello in Ingegneria dell'Informazione

Anno Accademico 2002/2003

PROBABILITÀ E STATISTICA

PROVA SCRITTA DEL 2 LUGLIO 2003

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

AVVERTENZE

- Non è consentita la consultazione di testi o appunti.
 - È consentito l'uso della calcolatrice tascabile, purché non programmabile.
 - Si raccomanda di scrivere chiaro e leggibile, per facilitare la correzione.
 - La durata della prova è di **due ore**. La brutta copia può essere acclusa a discrezione del candidato.
 - Gli esiti delle prove scritte saranno al più presto resi disponibili al sito internet <http://dm.ing.unibs.it/marzocchi>
 - Anche in presenza di un esito negativo, si raccomanda la presenza alla prova orale per prendere visione dell'elaborato.
 - Il presente foglio può essere trattenuto dal candidato. Lasciare eventuali tabelle sul banco alla fine della prova.
 - La prova orale avrà luogo alle ore in aula .
-

Domanda Teorica) Siano A e B due eventi, anche non disgiunti. Dimostrare che se $p(B) = 0$, allora

$$p(A \cup B) = p(A).$$

Dire inoltre se è vero il viceversa, ossia che se $p(A \cup B) = p(A)$, allora $p(B) = 0$.
(punti 2)

C1) Un segnale può percorrere tre possibili vie con probabilità

$$p(V_1) = \frac{1}{25}, \quad p(V_2) = p(V_3)$$

e si perde con probabilità rispettivamente 0.1% nella prima via, 0.9% nella seconda e 0.4% nella terza. Indicare la probabilità di perdere il segnale.

(punti 3)

C2) Quattro semafori indipendenti hanno il verde che resta acceso rispettivamente 18, 24, 20 e 15 secondi al minuto. Calcolare la probabilità di avere quattro verdi consecutivi.
(punti 4)

C2

C3) Calcolare il quantile 0.72 della variabile avente funzione di ripartizione

$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{1+x^2} & x \geq 0 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

(punti 4)

C3

C4) Durante la trasmissione di un file in media si altera un bit ogni 124, corretto con un bit di controllo. Qual è la probabilità che in un byte vengano persi due bit?
(punti 4)

C4

E1) Due macchine M_1 e M_2 lavorano dei pezzi in maniera difettosa con probabilità rispettivamente $p_1 = 1.6\%$ e $p_2 = 2.8\%$. Si chiede:

- a) supponendo di far lavorare 150 pezzi in modo indipendente dalla macchina M_1 , calcolare la probabilità di avere 2 pezzi difettosi;
- b) supponendo di scartare i pezzi difettosi del punto a) e di far lavorare i rimanenti dalla macchina M_2 , calcolare la probabilità di avere un altro pezzo difettoso;
- c) calcolare la probabilità di avere 3 pezzi difettosi alla fine dei due processi di lavorazione, immaginando di scartare i pezzi difettosi dopo la prima lavorazione (occorrerà tener conto dei vari modi in cui si possono produrre pezzi difettosi nelle due macchine).

(punti 7)

E2) Due pezzi vengono prodotti in coppia e in modo indipendente con lunghezze X_1 e X_2 distribuite normalmente aventi valore atteso 5 m e deviazione standard 3 cm. Siccome i pezzi non hanno la stessa lunghezza, in generale, vanno riflati in modo che abbiano entrambi la stessa lunghezza (quindi, del più corto dei due). I pezzi però sono difettosi se sono troppo corti, dopo essere stati riflati, e precisamente se sono lunghi meno di 494 cm. Si chiede:

- a) la probabilità di avere la coppia di pezzi più lunga di 504 cm;
- b) la probabilità di avere una coppia difettosa;
- c) la distribuzione dello spreco $|X_1 - X_2|$.

(punti 7)

ATTENZIONE! IL PRESENTE FOGLIO VA CONSEGNATO!

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea di 1° livello in Ingegneria dell'Informazione

Anno Accademico 2002/2003

PROBABILITÀ E STATISTICA

PROVA SCRITTA DEL 2 LUGLIO 2003

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

AVVERTENZE

- Non è consentita la consultazione di testi o appunti.
- È consentito l'uso della calcolatrice tascabile, purché non programmabile.
- Si raccomanda di scrivere chiaro e leggibile, per facilitare la correzione.
- La durata della prova è di **due ore**. La brutta copia può essere acclusa a discrezione del candidato.
- Gli esiti delle prove scritte saranno al più presto resi disponibili al sito internet
<http://dm.ing.unibs.it/marzocchi>
- Anche in presenza di un esito negativo, si raccomanda la presenza alla prova orale per prendere visione dell'elaborato.
- Il presente foglio può essere trattenuto dal candidato. Lasciare eventuali tabelle sul banco alla fine della prova.
- La prova orale avrà luogo alle ore in aula.

Domanda Teorica) Siano A e B due eventi, anche non disgiunti. Dimostrare che se $p(B) = 0$, allora

$$p(A \cup B) = p(A).$$

Dire inoltre se è vero il viceversa, ossia che se $p(A \cup B) = p(A)$, allora $p(B) = 0$.
(punti 2)

C1) Un segnale può percorrere tre possibili vie con probabilità

$$p(V_1) = \frac{1}{15}, \quad p(V_2) = p(V_3)$$

e si perde con probabilità rispettivamente 0.1% nella prima via, 0.8% nella seconda e 0.7% nella terza. Indicare la probabilità di perdere il segnale.

(punti 3)

C2) Quattro semafori indipendenti hanno il verde che resta acceso rispettivamente 12, 21, 25 e 15 secondi al minuto. Calcolare la probabilità di avere quattro verdi consecutivi.

(punti 4)

C2

C3) Calcolare il quantile 0.6 della variabile avente funzione di ripartizione

$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{1+x^2} & x \geq 0 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

(punti 4)

C3

C4) Durante la trasmissione di un file in media si altera un bit ogni 144, corretto con un bit di controllo. Qual è la probabilità che in un byte vengano persi due bit?

(punti 4)

C4

E1) Due macchine M_1 e M_2 lavorano dei pezzi in maniera difettosa con probabilità rispettivamente $p_1 = 1.3\%$ e $p_2 = 2.4\%$. Si chiede:

- a) supponendo di far lavorare 100 pezzi in modo indipendente dalla macchina M_1 , calcolare la probabilità di avere 2 pezzi difettosi;
- b) supponendo di scartare i pezzi difettosi del punto a) e di far lavorare i rimanenti dalla macchina M_2 , calcolare la probabilità di avere un altro pezzo difettoso;
- c) calcolare la probabilità di avere 3 pezzi difettosi alla fine dei due processi di lavorazione, immaginando di scartare i pezzi difettosi dopo la prima lavorazione (occorrerà tener conto dei vari modi in cui si possono produrre pezzi difettosi nelle due macchine).

(punti 7)

E2) Due pezzi vengono prodotti in coppia e in modo indipendente con lunghezze X_1 e X_2 distribuite normalmente aventi valore atteso 3 m e deviazione standard 2 cm. Siccome i pezzi non hanno la stessa lunghezza, in generale, vanno rifilati in modo che abbiano entrambi la stessa lunghezza (quindi, del più corto dei due). I pezzi però sono difettosi se sono troppo corti, dopo essere stati rifilati, e precisamente se sono lunghi meno di 295 cm. Si chiede:

- a) la probabilità di avere la coppia di pezzi più lunga di 304 cm;
- b) la probabilità di avere una coppia difettosa;
- c) la distribuzione dello spreco $|X_1 - X_2|$.

(punti 7)