

ATTENZIONE! IL PRESENTE FOGLIO VA CONSEGNATO!

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea di 1° livello in Ingegneria dell'Informazione

Anno Accademico 2002/2003

PROBABILITÀ E STATISTICA

PROVA SCRITTA DEL 15 LUGLIO 2003

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

AVVERTENZE

- **SCRIVERE CHIARAMENTE COGNOME E NOME.**
 - **Inserire nei riquadri i risultati dei quesiti di calcolo (quesiti Cx).**
 - Non è consentita la consultazione di testi o appunti.
 - È consentito l'uso della calcolatrice tascabile, purché non programmabile.
 - Si raccomanda di scrivere chiaro e leggibile, per facilitare la correzione.
 - Durata della prova: **due ore**. La brutta copia può essere acclusa a discrezione del candidato.
 - Gli esiti delle prove scritte saranno al più presto resi disponibili al sito internet
<http://dm.ing.unibs.it/marzocchi>
 - Si raccomanda la presenza alla prova orale per prendere visione in ogni caso dell'elaborato.
 - Lasciare eventuali tabelle sul banco alla fine della prova.
 - La prova orale avrà luogo **venerdì 18 luglio** alle ore in aula da comunicarsi.
-

Avvertenze per il calcolo dei quesiti Cx: Si prega di inserire il risultato in maniera approssimata e in forma decimale, non frazionaria, non scientifica e non percentuale (es. 0.008555 e non 77/9000 e nemmeno 0.85% o $8.5 \cdot 10^{-3}$). Il risultato deve essere esatto nelle prime due cifre significative (nell'esempio, 0.00855 e 0.0086 vanno bene, invece 0.0085, 0.0084 o 0.008 no). Esso verrà valutato indipendentemente dalla procedura seguita.

Domanda Teorica) Sia X una variabile casuale e sia μ_X il suo valore atteso. Dimostrare che

$$\text{var}[X] = E[(X + \mu_X)(X - \mu_X)].$$

(punti 2)

C1) Una macchina produce pezzi difettosi con probabilità 0.9%. Calcolare la probabilità di produrre al massimo 3 pezzi difettosi (≤ 3) in 80 prove ripetute indipendenti.

(punti 3)

C1

C2) La sensibilità di un'apparecchiatura è distribuita normalmente con valore atteso incognito e deviazione standard 0.3. Trovare il più piccolo valore di μ affinché si abbia $p[X > 0.59] > 0.89$. (punti 4)

C2

C3) Un difetto può scaturire da tre differenti procedure di lavorazione con probabilità rispettivamente pari a 4.3%, 1.8% e 2.1%. Sapendo che su un totale di 100 000 pezzi, 17 000 seguono il primo processo e 62 000 il secondo, e assumendo le probabilità pari alle frequenze relative, e supponendo di avere un pezzo difettoso, calcolare la probabilità che sia stato prodotto dalla seconda procedura. (punti 4)

C3

C4) Calcolare la costante di normalizzazione C della variabile avente densità

$$f_X(x) = C \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 4 \\ \frac{1}{x^2} & x \geq 4 \end{cases} \text{ altrimenti.}$$

C4

E1) La posizione di una particella dopo t secondi durante un processo di diffusione è distribuita normalmente con valore atteso nullo e varianza t . Si chiede:

- calcolare $p[X > 2.9]$ dopo 3 secondi;
- calcolare $p[|X| < 3]$ dopo 6 secondi;
- calcolare $p[X > 2 \mid X > 1]$ dopo 2 secondi;
- calcolare dopo quanti secondi la probabilità che $|X| < 1$ scende sotto 0.01.

(punti 7)

E2) Le tensioni X, Y in entrata in un'apparecchiatura sono distribuite uniformemente sul triangolo T avente vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(0, a)$, con $a \geq 1$. Si chiede:

- Calcolare la funzione di densità congiunta e i valori attesi di X e Y .
- Trovare la distribuzione della tensione totale $X + Y$ (con a come parametro);
- calcolare uno stimatore non distorto di a ;
- date 60 misurazioni della tensione totale con somma 55.32, calcolare il valore stimato di a e la probabilità che la tensione totale superi 1.

(punti 7)

ATTENZIONE! IL PRESENTE FOGLIO VA CONSEGNATO!

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea di 1° livello in Ingegneria dell'Informazione

Anno Accademico 2002/2003

PROBABILITÀ E STATISTICA

PROVA SCRITTA DEL 15 LUGLIO 2003

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

AVVERTENZE

- **SCRIVERE CHIARAMENTE COGNOME E NOME.**
 - **Inserire nei riquadri i risultati dei quesiti di calcolo (quesiti Cx).**
 - Non è consentita la consultazione di testi o appunti.
 - È consentito l'uso della calcolatrice tascabile, purché non programmabile.
 - Si raccomanda di scrivere chiaro e leggibile, per facilitare la correzione.
 - Durata della prova: **due ore**. La brutta copia può essere acclusa a discrezione del candidato.
 - Gli esiti delle prove scritte saranno al più presto resi disponibili al sito internet
<http://dm.ing.unibs.it/marzocchi>
 - Si raccomanda la presenza alla prova orale per prendere visione in ogni caso dell'elaborato.
 - Lasciare eventuali tabelle sul banco alla fine della prova.
 - La prova orale avrà luogo **venerdì 18 luglio** alle ore in aula da comunicarsi.
-

Avvertenze per il calcolo dei quesiti Cx: Si prega di inserire il risultato in maniera approssimata e in forma decimale, non frazionaria, non scientifica e non percentuale (es. 0.008555 e non 77/9000 e nemmeno 0.85% o $8.5 \cdot 10^{-3}$). Il risultato deve essere esatto nelle prime due cifre significative (nell'esempio, 0.00855 e 0.0086 vanno bene, invece 0.0085, 0.0084 o 0.008 no). Esso verrà valutato indipendentemente dalla procedura seguita.

Domanda Teorica) Sia X una variabile casuale e sia μ_X il suo valore atteso. Dimostrare che

$$\text{var}[X] = E[(X + \mu_X)(X - \mu_X)].$$

(punti 2)

C1) Una macchina produce pezzi difettosi con probabilità 3.1%. Calcolare la probabilità di produrre al massimo 3 pezzi difettosi (≤ 3) in 40 prove ripetute indipendenti.

(punti 3)

C1

C2) La sensibilità di un'apparecchiatura è distribuita normalmente con valore atteso incognito e deviazione standard 0.2. Trovare il più piccolo valore di μ affinché si abbia $p[X > 0.61] > 0.911$.
(punti 4)

C2

C3) Un difetto può scaturire da tre differenti procedure di lavorazione con probabilità rispettivamente pari a 2.1%, 1.1% e 0.3%. Sapendo che su un totale di 100 000 pezzi, 38 000 seguono il primo processo e 41 000 il secondo, e assumendo le probabilità pari alle frequenze relative, e supponendo di avere un pezzo difettoso, calcolare la probabilità che sia stato prodotto dalla seconda procedura.
(punti 4)

C3

C4) Calcolare la costante di normalizzazione C della variabile avente densità

$$f_X(x) = C \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{1}{x^2} & x \geq 3 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

C4

E1) La posizione di una particella dopo t secondi durante un processo di diffusione è distribuita normalmente con valore atteso nullo e varianza t . Si chiede:

- calcolare $p[X > 3.5]$ dopo 3 secondi;
- calcolare $p[|X| < 2]$ dopo 8 secondi;
- calcolare $p[X > 2 \mid X > 1]$ dopo 4 secondi;
- calcolare dopo quanti secondi la probabilità che $|X| < 1$ scende sotto 0.01.

(punti 7)

E2) Le tensioni X, Y in entrata in un'apparecchiatura sono distribuite uniformemente sul triangolo T avente vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(0, a)$, con $a \geq 1$. Si chiede:

- Calcolare la funzione di densità congiunta e i valori attesi di X e Y .
- Trovare la distribuzione della tensione totale $X + Y$ (con a come parametro);
- calcolare uno stimatore non distorto di a ;
- date 40 misurazioni della tensione totale con somma 34.75, calcolare il valore stimato di a e la probabilità che la tensione totale superi 1.

(punti 7)

ATTENZIONE! IL PRESENTE FOGLIO VA CONSEGNATO!

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea di 1° livello in Ingegneria dell'Informazione

Anno Accademico 2002/2003

PROBABILITÀ E STATISTICA

PROVA SCRITTA DEL 15 LUGLIO 2003

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

AVVERTENZE

- **SCRIVERE CHIARAMENTE COGNOME E NOME.**
 - **Inserire nei riquadri i risultati dei quesiti di calcolo (quesiti Cx).**
 - Non è consentita la consultazione di testi o appunti.
 - È consentito l'uso della calcolatrice tascabile, purché non programmabile.
 - Si raccomanda di scrivere chiaro e leggibile, per facilitare la correzione.
 - Durata della prova: **due ore**. La brutta copia può essere acclusa a discrezione del candidato.
 - Gli esiti delle prove scritte saranno al più presto resi disponibili al sito internet
<http://dm.ing.unibs.it/marzocchi>
 - Si raccomanda la presenza alla prova orale per prendere visione in ogni caso dell'elaborato.
 - Lasciare eventuali tabelle sul banco alla fine della prova.
 - La prova orale avrà luogo **venerdì 18 luglio alle ore 14** in aula da comunicarsi.
-

Avvertenze per il calcolo dei quesiti Cx: Si prega di inserire il risultato in maniera approssimata e in forma decimale, non frazionaria, non scientifica e non percentuale (es. 0.008555 e non 77/9000 e nemmeno 0.85% o $8.5 \cdot 10^{-3}$). Il risultato deve essere esatto nelle prime due cifre significative (nell'esempio, 0.00855 e 0.0086 vanno bene, invece 0.0085, 0.0084 o 0.008 no). Esso verrà valutato indipendentemente dalla procedura seguita.

Domanda Teorica) Sia X una variabile casuale e sia μ_X il suo valore atteso. Dimostrare che

$$\text{var}[X] = E[(X + \mu_X)(X - \mu_X)].$$

(punti 2)

C1) Una macchina produce pezzi difettosi con probabilità 2.3%. Calcolare la probabilità di produrre al massimo 3 pezzi difettosi (≤ 3) in 70 prove ripetute indipendenti.

(punti 3)

C1

C2) La sensibilità di un'apparecchiatura è distribuita normalmente con valore atteso incognito e deviazione standard 0.1. Trovare il più piccolo valore di μ affinché si abbia $p[X > 0.45] > 0.879$. (punti 4)

C3) Un difetto può scaturire da tre differenti procedure di lavorazione con probabilità rispettivamente pari a 2.7%, 1.4% e 1.9%. Sapendo che su un totale di 100 000 pezzi, 23 000 segunono il primo processo e 43 000 il secondo, e assumendo le probabilità pari alle frequenze relative, e supponendo di avere un pezzo difettoso, calcolare la probabilità che sia stato prodotto dalla seconda procedura. (punti 4)

C4) Calcolare la costante di normalizzazione C della variabile avente densità

$$f_X(x) = C \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1.5 \\ \frac{1}{x^2} & x \geq 1.5 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

E1) La posizione di una particella dopo t secondi durante un processo di diffusione è distribuita normalmente con valore atteso nullo e varianza t . Si chiede:

- a) calcolare $p[X > 2.6]$ dopo 2 secondi;
- b) calcolare $p[|X| < 1]$ dopo 10 secondi;
- c) calcolare $p[X > 2 | X > 1]$ dopo 3 secondi;
- d) calcolare dopo quanti secondi la probabilità che $|X| < 1$ scende sotto 0.01.

(punti 7)

E2) Le tensioni X, Y in entrata in un'apparecchiatura sono distribuite uniformemente sul triangolo T avente vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(0, a)$, con $a \geq 1$. Si chiede:

- a) Calcolare la funzione di densità congiunta e i valori attesi di X e Y .
- b) Trovare la distribuzione della tensione totale $X + Y$ (con a come parametro);
- c) calcolare uno stimatore non distorto di a ;
- d) date 50 misurazioni della tensione totale con somma 66.23, calcolare il valore stimato di a e la probabilità che la tensione totale superi 1.

(punti 7)