

ATTENZIONE! IL PRESENTE FOGLIO VA CONSEGNATO!

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea di 1 livello in Ingegneria Gestionale/dell'Informazione

Anno Accademico 2001/2002

PROBABILITÀ E STATISTICA

PROVA SCRITTA DEL 19 LUGLIO 2002

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

AVVERTENZE

- **SCRIVERE CHIARAMENTE COGNOME E NOME.**
- **Inserire nei riquadri i risultati dei quesiti di calcolo (quesiti Cx).**
- Non è consentita la consultazione di testi o appunti.
- È consentito l'uso della calcolatrice tascabile, purché non programmabile.
- Si raccomanda di scrivere chiaro e leggibile, per facilitare la correzione.
- Durata della prova: **due ore**. La brutta copia può essere acclusa a discrezione del candidato.
- Gli esiti delle prove scritte saranno al più presto resi disponibili al sito internet
<http://bsing.ing.unibs.it/~amarzocc>
- Si raccomanda la presenza alla prova orale per prendere visione in ogni caso dell'elaborato.
- Lasciare eventuali tabelle sul banco alla fine della prova.
- La prova orale avrà luogo **martedì 23 luglio** alle ore **9:30** in aula da comunicarsi.

Domanda Teorica) Siano A e B due eventi indipendenti. Dimostrare che la probabilità che si verifichi A oppure B (uno e uno solo dei due) è

$$p(A) + p(B) - 2p(A)p(B).$$

(punti 2)

C1) Un pezzo viene prodotto difettoso con probabilità $p = 0.034$. Calcolare la probabilità che in un lotto di 20 pezzi prodotti indipendentemente vi siano più di due (> 2) pezzi difettosi.

(punti 4)

C2) Indicare il valore atteso della variabile casuale avente densità

$$f_X(x) = C \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 1 \\ e^{-x} & x \geq 1 \end{cases}$$

dopo aver calcolato la corrispondente costante di normalizzazione.

(punti 3)

C1

C2

C3) Una variabile casuale X è distribuita normalmente con valore atteso 3 e deviazione standard incognita. Indicare il massimo valore della deviazione standard affinché la probabilità che $X > 6$ sia inferiore al 3%.

(punti 4)

C3

C4) Una linea di produzione si blocca in media 3 volte all'anno, in maniera indipendente. Indicare la probabilità che si blocchi due volte nello stesso mese.

(punti 4)

C4

E1) Due prezzi X e Y sono distribuiti uniformemente sul quadrato $[0, l] \times [0, l]$. Si chiede:

- Calcolare la funzione di densità della somma $Z = X + Y$.
- Calcolare il valore atteso e la varianza di Z .
- Calcolare uno stimatore non distorto di l .
- Dati i dati campionati

X	1.2	1.3	1.2	1.4	1.2	1.3	1.2	1.4	1.3
Y	1.4	1.3	1.6	1.5	1.2	1.5	1.1	1.5	1.3

calcolare i corrispondenti valori di Z e il valore stimato di l .

Infine

- calcolare $p[Z < 2]$.

(punti 8)

E2) Data la variabile casuale di Poisson avente densità

$$f_X(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \quad (x \in \mathbb{N})$$

calcolare lo stimatore di λ di massima verosimiglianza.

Supponendo poi di avere i seguenti dati campionati

2, 3, 2, 4, 3, 5, 4, 2, 3, 2, 3, 4, 2, 3, 4, 3, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 3, 4

calcolare il valore stimato di λ e trovare $p[X = 1]$.

(punti 6)

ATTENZIONE! IL PRESENTE FOGLIO VA CONSEGNATO!

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale

Anno Accademico 2001/2002

PROBABILITÀ E STATISTICA

PROVA SCRITTA DEL 5 LUGLIO 2002

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

AVVERTENZE

- **SCRIVERE CHIARAMENTE COGNOME E NOME.**
- **Inserire nei riquadri i risultati dei quesiti di calcolo (quesiti Cx).**
- Non è consentita la consultazione di testi o appunti.
- È consentito l'uso della calcolatrice tascabile, purché non programmabile.
- Si raccomanda di scrivere chiaro e leggibile, per facilitare la correzione.
- La durata della prova è di **due ore**. La brutta copia può essere acclusa a discrezione del candidato.
- Gli esiti delle prove scritte saranno al più presto resi disponibili al sito internet
<http://bsing.ing.unibs.it/~amarzocc>
- Anche in presenza di un esito negativo, si raccomanda la presenza alla prova orale per prendere visione dell'elaborato.
- Lasciare eventuali tabelle sul banco alla fine della prova.
- La prova orale avrà luogo **martedì 9 luglio** alle ore **9:30** in aula N8.

Domanda Teorica) Dimostrare che

$$\text{var}[X] = E[X(X - \mu_X)].$$

(punti 2)

C1) Di tre eventi a due a due disgiunti B_1, B_2, B_3 si sa che la loro unione è tutto lo spazio campionario Ω e che $p(B_1) = 1/4, p(B_2) = 1/3$. Di un evento A si sa poi che

$$p(A | B_1) = \frac{2}{3}, p(A | B_2) = \frac{1}{4}, p(A | B_3) = \frac{1}{12}.$$

Trovare e indicare $p(A)$.

(punti 3)

C2) Trovare la mediana (50% percentile) della variabile casuale avente densità

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 3e^{-3x} & x \geq 0. \end{cases}$$

(punti 4)

C3) Una variabile casuale X è distribuita normalmente con valore atteso incognito e deviazione standard 2. Trovare il valore atteso in modo che $p[X < 1] = p[X > 3]$ e indicare $p[1 < X < 3]$. (Usare la campana!)
(punti 4)

C4) Una variabile casuale è distribuita secondo la funzione di densità

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{C}{x^3} & x \geq 1 \end{cases}$$

dove C è la costante di normalizzazione da determinarsi. Calcolare e indicare $E[X]$.
(punti 4)

E1) Nella produzione di un pezzo incidono due costi indipendenti C_1 e C_2 distribuiti normalmente rispettivamente con valori attesi 1200 e 850 Euro e deviazioni standard rispettivamente 30 e 25 Euro. Il ricavo R dalla vendita del pezzo è anch'esso una variabile casuale distribuita normalmente e indipendentemente dalle due precedenti con valore atteso 2200 Euro e deviazione standard 40 Euro.

- 1) Trovare la distribuzione del guadagno $G = R - (C_1 + C_2)$, il suo valore atteso e la sua deviazione standard.
- 2) Trovare la probabilità che G superi 300 Euro.
- 3) Trovare la probabilità di avere una perdita.

(punti 7)

E2) Una variabile casuale è distribuita secondo la legge

$$f_X(x) = \begin{cases} C_a(a - x) & 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si chiede:

- 1) Trovare la costante di normalizzazione C_a ;
- 2) Trovare uno stimatore di a col metodo dei momenti e mostrare che non è distorto;
- 3) Supponendo di avere $n = 20$ dati campionati con somma 23.21, trovare il valore stimato di a e calcolare $p[X < a/2]$.

(punti 7)