

1. Sia

$$A = \left\{ (-1)^{n+1} \frac{e^{1/n}}{n} + 1, n \in \mathbf{Z}^+ \right\}.$$

Allora

Risp.: **A**: $\min A = -e + 1$; $\max A = \frac{\sqrt{e}}{2} + 1$ **B**: $\inf A = \frac{\sqrt{e}}{2} + 1$; $\sup A = e + 1$ **C**: $\inf A = 1$; $\max A = e + 1$
D: $\min A = -e + 1$; $\sup A = 1$ **E**: $\inf A = -e + 1$; $\sup A = \frac{\sqrt{e}}{2} + 1$ **F**: $\min A = -\frac{\sqrt{e}}{2} + 1$; $\max A = e + 1$

2. L'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $(7z \cdot \bar{z} + |1 + z|^2 - 1)\bar{z} = 0$ è rappresentato

Risp.: **A**: da una circonferenza **B**: da un punto **C**: dall'intersezione tra una retta e una circonferenza **D**: da una semicirconferenza **E**: da una parabola **F**: dall'unione di una retta e una parabola

3. Una delle radici terze del numero complesso $\frac{1}{3} \frac{\sqrt{3}+i}{1-\sqrt{3}i}$ vale

Risp.: **A**: $\frac{1}{\sqrt[3]{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right)$ **B**: $\frac{1}{\sqrt[3]{3}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)$ **C**: $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}i$ **D**: $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ **E**: $\frac{1}{\sqrt[3]{3}} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$ **F**: $\frac{1}{\sqrt[3]{3}} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$

4. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{1/n^2} - 1}{2 \sin^2\left(\frac{1}{n}\right) \log(n+7)}$$

vale

Risp.: **A**: 1 **B**: $\frac{1}{3}$ **C**: 0 **D**: $+\infty$ **E**: $\frac{1}{2}$ **F**: 2

5. Sia $\{a_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ la successione definita da: $a_0 = 0$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 1} + 1$, $\forall n \in \mathbf{N}$. Allora

Risp.: **A**: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = 3$ **B**: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 3$ **C**: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$ **D**: $\{a_n\}$ è non decrescente e $\lim_n a_n = 0$ **E**: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ **F**: $\{a_n\}$ non è monotona

6. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{\sqrt{4-x^2}}{2x}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $\text{dom}(f) =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ (b) $\text{dom}(f) = [-2, 0[\cup]0, 2]$ (c) f è una funzione pari (d) f è una funzione dispari
(e) f ammette la retta di equazione $x = 0$ come asintoto verticale (f) f ammette la retta di equazione $y = x + 1$ come asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: b c e **B**: b d e **C**: a d e **D**: a c f **E**: a e f **F**: b d f

7. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 6. Delle seguenti affermazioni

(a) $\text{dom} f' = \text{dom} f$ (b) f è decrescente in $]0, \frac{1}{2}]$ (c) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f'(x)$ (d) f ammette minimo e massimo assoluti (e) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = -\infty$ (f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = +\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a c f **B**: a c e **C**: b d e **D**: b c e **E**: b d f **F**: b c d

8. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt{\cos(2x) + 2 \sin^2 x} \right) \frac{1}{\tan(2x^4)}$$

vale

Risp.: **A**: e^6 **B**: $+\infty$ **C**: 6 **D**: $e^{\frac{1}{6}}$ **E**: 0 **F**: $\frac{1}{6}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\log|x-1|} & \text{se } x \neq 1, x \neq 2 \text{ e } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 1, x = 2 \text{ o } x = 0. \end{cases}$$

Allora per f

Risp.: **A**: $x = 2$ e $x = 0$ sono punti di infinito, $x = 1$ è un punto in cui la funzione è continua **B**: $x = 2$ e $x = 0$ sono punti di infinito, $x = 1$ è un punto di discontinuità eliminabile **C**: $x = 2$ e $x = 0$ sono punti di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è un punto in cui è continua **D**: $x = 2$ e $x = 0$ sono punti di discontinuità di seconda specie, $x = 1$ è un punto in cui è continua **E**: $x = 2$ e $x = 0$ sono punti di discontinuità di seconda specie, $x = 1$ è un punto di infinito **F**: $x = 2$ e $x = 0$ sono punti di infinito, $x = 1$ è un punto di infinito

10. Si consideri la funzione f definita da $f(x) = e^x((x-7)^2 - |x-7| + \frac{1}{2})$.

Allora per f

Risp.: **A**: $x_0 = 7$ è un punto di cuspid e di minimo relativo **B**: $x_0 = 7$ è un punto di cuspid e di massimo relativo **C**: $x_0 = 7$ è un punto di flesso a tangente verticale **D**: $x_0 = 7$ è un punto angoloso e di massimo relativo **E**: $x_0 = 7$ è un punto in cui f è derivabile **F**: $x_0 = 7$ è un punto angoloso e di minimo relativo