

1. Sia

$$A = \{3 + (-1)^n \pi + \arctan n, n \in \mathbb{N}\}$$

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
RAPPRESENTAZIONE DEGLI STUDENTI
ATTO PRIMO

Allora

Risp.: [A]: $\min A = 3 - \frac{3}{4}\pi$; $\sup A = 3 + \frac{\pi}{2}$ [B]: $\min A = 3 - \frac{3}{4}\pi$; $\sup A = 3 + \frac{3}{2}\pi$ [C]: $\inf A = 3 - \frac{3}{4}\pi$; $\sup A = +\infty$
[D]: $\min A = 3 - \frac{3}{2}\pi$; $\max A = 3 + \frac{3}{2}\pi$ [E]: $\inf A = -3$; $\sup A = 3 + \frac{3}{2}\pi$ [F]: $\min A = -\pi$; $\sup A = 3 + \frac{3}{2}\pi$

2. L'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Re}(7 + i|z|^2 + 4z + 5i\bar{z}) = 0$$

è rappresentato da

Risp.: [A]: una semiretta [B]: una parabola [C]: una retta [D]: una circonferenza [E]: una semicirconferenza
[F]: una retta privata di un punto

3. Il numero complesso

$$\left[5 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right) \right]^3$$

vale

Risp.: [A]: $125(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})$ [B]: $125(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$ [C]: $5i$ [D]: 1 [E]: $125(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$ [F]: 125

4. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{\frac{1}{n}} - 1}{\sin \frac{1}{n} (\log[(n+5)!] - \log[(n+3)!])}$$

vale

Risp.: [A]: $e^{\frac{1}{2}}$ [B]: $7 \log 2$ [C]: $\frac{1}{9}$ [D]: 0 [E]: $\frac{7}{2}$ [F]: $+\infty$

5. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ la successione definita da: $a_0 = \alpha$, $a_{n+1} = 16(a_n)^3$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Allora

Risp.: [A]: $\{a_n\}$ è decrescente per ogni $\alpha > 0$ e $\lim_n a_n = 0$ [B]: per $0 < \alpha < \frac{1}{4}$ $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = \frac{1}{4}$; per $\alpha > \frac{1}{4}$ $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = \frac{1}{4}$ [C]: per $0 < \alpha < 16$ $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$; per $\alpha > 16$ $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ [D]: per $0 < \alpha < \frac{1}{4}$ $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$; per $\alpha > \frac{1}{4}$ $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ [E]: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ [F]: $\{a_n\}$ non è monotona per ogni $\alpha > 0$

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\exp(\sin x) - 1 - \log(1+x)}{x^{\alpha-4} \sinh x}$$

vale

Risp.: [A]: 1 se $\alpha = 5$, 0 se $\alpha < 5$, $+\infty$ se $\alpha > 5$ [B]: 0 se $\alpha \leq 5$, $+\infty$ se $\alpha > 5$ [C]: 1 se $\alpha = 5$, 0 se $\alpha > 5$, $+\infty$ se $\alpha < 5$ [D]: 1 se $\alpha = 4$, 0 se $\alpha < 4$, $+\infty$ se $\alpha > 4$ [E]: $+\infty$ per ogni α [F]: 0 per ogni α

7. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{\sin^2 x + 5}{\cos^2 x - 1}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $\operatorname{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ (b) $\operatorname{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ (c) f è periodica (d) f è pari (e) f ammette la retta di equazione $y = 1$ come asintoto orizzontale per $x \rightarrow +\infty$ (f) f ammette asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: [A]: a c d [B]: a f [C]: b c f [D]: b c d [E]: b c e [F]: b e f

8. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 7. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

- (a) f ha almeno un punto di massimo assoluto (b) f ha almeno un punto di minimo assoluto (c) $\text{dom}(f) = \text{dom}(f')$
(d) f è decrescente in $]0, \frac{\pi}{2}[$ (e) f è crescente in $]\pi, \frac{3}{2}\pi[$ (f) f è concava in $\text{dom} f$

Risp.: [A] : a c e f [B] : b c d e [C] : a c d [D] : a b e [E] : a b c [F] : a c

9. Sia f la funzione definita da $f(x) = x \exp\left(1/\arctan x\right)$. Delle seguenti affermazioni

- (a) $\text{dom}(f) = \mathbf{R}$ (b) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{0\}$ (c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$ (d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$ (e) f è dispari (f) f ammette
asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ di equazione $y = e^{2/\pi}(x + \frac{4}{\pi^2})$

le uniche corrette sono

Risp.: [A] : a c [B] : b c d [C] : b d e [D] : b c [E] : a c f [F] : b c f

10. Si consideri la funzione definita da $f(x) = \sqrt{|\sin(x-4)|}$, $x \in \mathbf{R}$. Allora il punto $x_0 = 4$ è

Risp.: [A] : di cuspid e di massimo [B] : di cuspid e di minimo [C] : un flesso a tangente verticale [D] : un punto
angoloso e di minimo [E] : un punto angoloso e di massimo [F] : un punto in cui f è derivabile
