

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra ed Elementi di Geometria - 26.01.99

Ingegneria ELETTRONICA - GESTIONALE

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

**ESERCIZIO 1.** Sia  $B = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  una base di  $\mathbb{R}^3$  e sia  $f$  l'endomorfismo di  $\mathbb{R}^3$  tale che

$$f(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3 \quad f(\mathbf{e}_2) = k^2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_3 \quad f(\mathbf{e}_3) = 4\mathbf{e}_3$$

Si determini per quali valori reali di  $k$

- a)  $f$  risulta un isomorfismo;
- b) il vettore  $\mathbf{v} = \frac{1}{2}\mathbf{e}_1 + 4k\mathbf{e}_2 + 2k\mathbf{e}_3$  appartiene a  $\text{Im}f$ ;
- c)  $f$  è diagonalizzabile.

Posto  $k = 1$  si determini, se possibile, una base di autovettori di  $\mathbb{R}^3$ .

**ESERCIZIO 2.** In  $\tilde{\mathcal{E}}_2(\mathbb{C})$  si determini l'equazione del fascio di coniche che ammettono la retta  $r : x - y - 2 = 0$  come asintoto e passano per l'origine e per il punto  $A = (6, 0)$ . Si individui, se possibile, un'iperbole equilatera appartenente al fascio e di tale conica si determinino centro, asintoti ed assi.

**ESERCIZIO 3.** In  $\tilde{\mathcal{E}}_3(\mathbb{C})$  si determini il luogo delle rette ortogonali al piano  $\alpha : x + y + z = 1$  e incidenti la curva  $\mathcal{C} : \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$

Si riconosca il luogo trovato e la sua sezione con il piano  $\beta : x - y = 0$ . Si dica, motivando la risposta, se il piano  $\beta$  è tangente o no alla superficie trovata.

**Esercizio facoltativo**

Si determini, se è possibile, una matrice di Jordan  $J$  simile ad

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra ed Elementi di Geometria - 26.01.99

Ingegneria ELETTRONICA - GESTIONALE

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

**ESERCIZIO 1.** Sia  $B = (e_1, e_2, e_3)$  una base di  $\mathbb{R}^3$  e sia  $f$  l'endomorfismo di  $\mathbb{R}^3$  tale che

$$f(e_1) = e_1 + 9e_2 + 3e_3 \quad f(e_2) = k^2e_1 + e_2 + 9e_3 \quad f(e_3) = 9e_3$$

Si determini per quali valori reali di  $k$

- $f$  risulta un isomorfismo;
- il vettore  $v = \frac{1}{27}e_1 + ke_2 + 9ke_3$  appartiene a  $Im f$ ;
- $f$  è diagonalizzabile.

Posto  $k = 1$  si determini, se possibile, una base di autovettori di  $\mathbb{R}^3$ .

**ESERCIZIO 2.** In  $\tilde{\mathcal{E}}_2(\mathbb{C})$  si determini l'equazione del fascio di coniche che ammettono la retta  $r : x + y - 3 = 0$  come asintoto e passano per il punto  $A = (-1, 0)$  e per il punto  $B = (5, 0)$ . Si individui, se possibile, un'iperbole equilatera appartenente al fascio e di tale conica si determinino centro, asintoti ed assi.

**ESERCIZIO 3.** In  $\tilde{\mathcal{E}}_3(\mathbb{C})$  si determini il luogo delle rette ortogonali al piano  $\alpha : x + y + z = 1$  e incidenti la curva  $\mathcal{C} : \begin{cases} x^2 + z^2 = 4 \\ y = 0 \end{cases}$

Si riconosca il luogo trovato e la sua sezione con il piano  $\beta : x - z = 0$ . Si dica, motivando la risposta, se il piano  $\beta$  è tangente o no alla superficie trovata.

**Esercizio facoltativo**

Si determini, se è possibile, una matrice di Jordan  $J$  simile ad

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra ed Elementi di Geometria - 26.01.99

Ingegneria ELETTRONICA - GESTIONALE

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

**ESERCIZIO 1.** Sia  $B = (e_1, e_2, e_3)$  una base di  $\mathbb{R}^3$  e sia  $f$  l'endomorfismo di  $\mathbb{R}^3$  tale che

$$f(e_1) = e_1 + 25e_2 + 5e_3 \quad f(e_2) = k^2e_1 + e_2 + 25e_3 \quad f(e_3) = 25e_3$$

Si determini per quali valori reali di  $k$

- $f$  risulta un isomorfismo;
- il vettore  $v = k^2e_1 + 5ke_2 + 25e_3$  appartiene a  $Im f$ ;
- $f$  è diagonalizzabile.

Posto  $k = 1$  si determini, se possibile, una base di autovettori di  $\mathbb{R}^3$ .

**ESERCIZIO 2.** In  $\tilde{\mathcal{E}}_2(\mathbb{C})$  si determini l'equazione del fascio di coniche che ammettono la retta  $r : x - y - 1 = 0$  come asintoto e passano per il punto  $A = (-1, 0)$  e per il punto  $B = (5, 0)$ . Si individui, se possibile, un'iperbole equilatera appartenente al fascio e di tale conica si determinino centro, asintoti ed assi.

**ESERCIZIO 3.** In  $\tilde{\mathcal{E}}_3(\mathbb{C})$  si determini il luogo delle rette ortogonali al piano  $\alpha : x + y + z = 1$  e incidenti la curva  $\mathcal{C} : \begin{cases} y^2 + z^2 = 1 \\ x = 0 \end{cases}$

Si riconosca il luogo trovato e la sua sezione con il piano  $\beta : y - z = 0$ . Si dica, motivando la risposta, se il piano  $\beta$  è tangente o no alla superficie trovata.

**Esercizio facoltativo**

Si determini, se è possibile, una matrice di Jordan  $J$  simile ad

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
RAPPRESENTANTI DEGLI STUDENTI  
ATTO PRIMO

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra ed Elementi di Geometria - 26.01.99

Ingegneria ELETTRONICA - GESTIONALE

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

**ESERCIZIO 1.** Sia  $B = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  una base di  $\mathbb{R}^3$  e sia  $f$  l'endomorfismo di  $\mathbb{R}^3$  tale che

$$f(\mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \quad f(\mathbf{e}_2) = k^2 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \quad f(\mathbf{e}_3) = 3\mathbf{e}_3$$

Si determini per quali valori reali di  $k$

- $f$  risulta un isomorfismo;
- il vettore  $\mathbf{v} = \mathbf{e}_1 + k\mathbf{e}_2 + k\mathbf{e}_3$  appartiene a  $\text{Im} f$ ;
- $f$  è diagonalizzabile.

Posto  $k = 1$  si determini, se possibile, una base di autovettori di  $\mathbb{R}^3$ .

**ESERCIZIO 2.** In  $\tilde{\mathcal{E}}_2(\mathbb{C})$  si determini l'equazione del fascio di coniche che ammettono la retta  $r : x + y - 5 = 0$  come asintoto e passano per l'origine e per il punto  $A = (6, 0)$ . Si individui, se possibile, un'iperbole equilatera appartenente al fascio e di tale conica si determinino centro, asintoti ed assi.

**ESERCIZIO 3.** In  $\tilde{\mathcal{E}}_3(\mathbb{C})$  si determini il luogo delle rette ortogonali al piano  $\alpha : x + y + z = 1$  e incidenti la curva  $\mathcal{C} : \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = 0 \end{cases}$

Si riconosca il luogo trovato e la sua sezione con il piano  $\beta : x - y = 0$ . Si dica, motivando la risposta, se il piano  $\beta$  è tangente o no alla superficie trovata.

**Esercizio facoltativo**

Si determini, se è possibile, una matrice di Jordan  $J$  simile ad

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$