

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra ed Elementi di Geometria - 21.9.99

Ingegneria ELETTRONICA - GESTIONALE

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Nello spazio vettoriale euclideo $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ rappresentata, rispetto alle basi canoniche, dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 2 & -2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Si determini una base ortonormale per il sottospazio vettoriale $W = \text{Ker } f$. Si determini W^\perp e si verifichi che $\mathbb{R}^4 = W \oplus W^\perp$.

ESERCIZIO 2. In $\tilde{\mathcal{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri il fascio di coniche $F : 4x^2 + 2(1+k)xy + y^2 - 4x - 2y = 0$, dove k è un parametro reale.

- 1) Si riconosca la natura del fascio F ;
- 2) si determinino, se esistono, valori reali di k per i quali si ottengono parabole e iperboli equilateri;
- 3) si determini e si riconosca il luogo descritto dal centro della generica conica del fascio F .

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathcal{E}}_3(\mathbb{C})$ si considerino il piano π di equazione $x + y + z = 0$ ed i punti $A = (1, 1, -1)$ e $B = (1, 1, 5)$. Si determinino le equazioni cartesiane del luogo Γ descritto dai punti P di π per i quali il triangolo di vertici A, B, P è rettangolo in P . Si studi la curva Γ trovata.

Esercizio facoltativo

Si determini, se è possibile, una matrice di Jordan J simile ad

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra ed Elementi di Geometria - 21.9.99

Ingegneria ELETTRONICA - GESTIONALE

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Nello spazio vettoriale euclideo $\mathbb{R}^4(\mathbb{R})$ si consideri l'applicazione lineare $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ rappresentata, rispetto alle basi canoniche, dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & \frac{1}{5} \\ 3 & -3 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Si determini una base ortonormale per il sottospazio vettoriale $W = \text{Ker} f$. Si determini W^\perp e si verifichi che $\mathbb{R}^4 = W \oplus W^\perp$.

ESERCIZIO 2. In $\tilde{\mathcal{E}}_2(\mathbb{C})$ si consideri il fascio di coniche $F: x^2 + (1+k)xy + y^2 - 2x - 2y = 0$, dove k è un parametro reale.

- 1) Si riconosca la natura del fascio F ;
- 2) si determinino, se esistono, valori reali di k per i quali si ottengono parabole e iperboli equilateri;
- 3) si determini e si riconosca il luogo descritto dal centro della generica conica del fascio F .

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathcal{E}}_3(\mathbb{C})$ si considerino il piano π di equazione $x + y + z = 0$ ed i punti $A = (1, -1, 1)$ e $B = (1, 3, 1)$. Si determinino le equazioni cartesiane del luogo Γ descritto dai punti P di π per i quali il triangolo di vertici A, B, P è rettangolo in P . Si studi la curva Γ trovata.

Esercizio facoltativo

Si determini, se è possibile, una matrice di Jordan J simile ad

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$