

UNIVERSITÀ DI BRESCIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Algebra ed Elementi di Geometria - 25.01.00

Ingegneria GESTIONALE - ELETTRONICA

COGNOME	NOME
CORSO DI LAUREA	MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Si consideri l'omomorfismo $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ definito al variare di k in \mathbb{R} da

$$f: (a, b, c) \rightarrow \begin{pmatrix} kb & -b \\ 3b & c \end{pmatrix}$$

- Si stabilisca per quali valori di k f è un monomorfismo;
- al variare di $k \in \mathbb{R}$ si determini la dimensione ed una base per $Im f$;
- si stabiliscano i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $v = (k+1, k, 0)$ appartiene a $Ker f$;
- si determinino i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il vettore $w = \begin{pmatrix} k & k \\ 3 & k-4 \end{pmatrix}$ appartiene ad $Im f$;
- posto $k = -1$ si determini l'insieme delle controimmagini del vettore w .

ESERCIZIO 2. In $\tilde{\mathcal{E}}_2(\mathbb{C})$ si scriva un'equazione cartesiana del fascio di coniche tangenti in $O = (0, 0)$ all'asse y e passanti per i punti $A = (1, 1)$ e $B = (1, -1)$.

Si determinino

- le coniche degeneri del fascio e la loro molteplicità;
- le circonferenze del fascio;
- la parabola \mathcal{C} del fascio;
- un'equazione cartesiana della retta tangente a \mathcal{C} in B .

ESERCIZIO 3. In $\tilde{\mathcal{E}}_3(\mathbb{C})$ si determini il luogo S generato dalla rotazione attorno alla retta

$$s: \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases} \quad \text{della retta } r: \begin{cases} x = 1 \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

Si riconosca il luogo trovato e la sua intersezione con il piano $\alpha: x - z = 0$.

Esercizio facoltativo

Si determini, se è possibile, una matrice di Jordan J simile ad

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$