

Ottica Geometrica

1. Varie:

Riflessione:

$$\vartheta_r = \vartheta_i$$

Rifrazione (legge di Snell):

$$n_1 \sin(\vartheta_i) = n_2 \sin(\vartheta_r)$$

$$n_1 > n_2 \Leftrightarrow \vartheta_i > \vartheta_r$$

$$n = \frac{c}{v} \quad \text{con} \quad \begin{cases} c = \text{velocità della luce nel vuoto} \\ v = \text{velocità della luce nel mezzo} \end{cases}$$

Angolo limite:

$$\vartheta_r = 90^\circ \Rightarrow n_1 \sin(\vartheta_l) = n_2 \Rightarrow \sin(\vartheta_l) = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{con } n_1 > n_2$$

$$\vartheta > \vartheta_r \Leftrightarrow \text{riflessione totale}$$

Vasca:

$$\sin(\vartheta_l) = \frac{n_2}{n_1} \Leftrightarrow \tan(\vartheta_l) = \frac{l}{r} \quad \text{con} \quad \begin{cases} l = \text{distanza della sorgente di luce dalla superficie} \\ r = \text{raggio} \end{cases}$$

Fibra ottica:

$$\sin(\vartheta_l) = \frac{n_a}{n_v}$$

$$\vartheta_r = 90 - \vartheta_l$$

$$n_a \sin(\vartheta_i) = n_v \sin(\vartheta_r) \Leftrightarrow \sin(\vartheta_i) = \frac{n_v}{n_a} \sin(\vartheta_r)$$

Specchi piani:

$$\frac{S}{S'} = \frac{h}{h'} \quad \text{con} \quad \begin{cases} S / S' = \text{distanza dell'oggetto/immagine} \\ h / h' = \text{altezza dell'oggetto/immagine} \end{cases}$$

2. Specchi concavi:

$R > 0 \Leftrightarrow$ il centro di curvatura sta dalla stessa parte dell'oggetto

$$\tan(\vartheta) = \frac{h}{S} = -\frac{h'}{S'}$$

$$\tan(\alpha) = -\frac{h'}{R - S'} = \frac{h}{S - R} \quad \text{con } R = \text{distanza tra il vertice } v \text{ ed il centro } c$$

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{S'} + \frac{1}{S} \Rightarrow f = \frac{1}{S'} + \frac{1}{S} \Rightarrow S' = \frac{f}{S - f} S \quad \text{con } f = \frac{2}{R}$$

$$\begin{cases} S = \infty \Leftrightarrow S' = \frac{R}{2} \\ S = R \Leftrightarrow S' = R \\ S = 0 \Leftrightarrow S' = 0 \\ S > R \Leftrightarrow 0 < S' < \frac{R}{2} \\ S = f \Leftrightarrow S' = \infty \end{cases}$$

Ingrandimento:

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{S'}{S}$$

$$\begin{cases} h' > h \Leftrightarrow S' < S \Leftrightarrow M > 1 \Leftrightarrow \text{ingrandita} \\ h' < h \Leftrightarrow S' > S \Leftrightarrow M < 1 \Leftrightarrow \text{rimpicciolita} \\ M > 0 \Leftrightarrow \text{dritta} \\ M < 0 \Leftrightarrow \text{capovolta} \end{cases}$$

Immagine reale/virtuale:

$$S' > 0$$

$$S' < 0$$

3. Specchi convessi:

$R < 0 \Leftrightarrow$ il centro di curvatura sta dall'altra parte dell'oggetto

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{S'} + \frac{1}{S} \Leftrightarrow -f = \frac{1}{S'} + \frac{1}{S}$$

Rifrazione:

$$\vartheta_1 = \alpha + \beta$$

$$\beta = \vartheta_2 + \gamma$$

$$n_1(\alpha + \beta) = n_2(\beta - \gamma) \Leftrightarrow n_1\alpha + n_2\gamma = \beta(n_2 - n_1)$$

$$\text{Tg}(\alpha) \simeq \frac{d}{S} \Leftrightarrow \alpha \simeq \frac{d}{S}$$

$$\text{Tg}(\beta) \simeq \frac{d}{R} \Leftrightarrow \beta \simeq \frac{d}{R}$$

$$\text{Tg}(\gamma) \simeq \frac{d}{S'} \Leftrightarrow \gamma \simeq \frac{d}{S'}$$

$$\frac{n_1}{S} + \frac{n_2}{S'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Leftrightarrow S' = \frac{n_2 \cdot R \cdot S}{S(n_2 - n_1) - R \cdot n_1}$$

Ingrandimento:

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{S'}{S} \cdot \frac{n_1}{n_2}$$

Immagine reale/virtuale:

$$S' < 0$$

$$S' > 0$$

4. Varie:

Equazione delle lenti sottili:

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{con} \begin{cases} n = \text{indice di rifrazione} \\ R_1 = \text{raggio di curvatura della I superficie} \\ R_2 = \text{raggio di curvatura della II superficie} \end{cases}$$

Lamine o pellicole sottili:

$$\phi = 2 \cdot \pi \cdot \underbrace{\frac{\delta}{\lambda}}_{\text{differenza di cammino ottico}} + \underbrace{\pi}_{\text{riflessione}}$$

N.B.: se si passa da un indice di rifrazione maggiore ad uno minore non c'è differenza di cammino ottico.

N.B.: la riflessione si ha soltanto se i raggi incidente e riflesso stanno nel mezzo con indice di rifrazione minore.

Ottica Ondulatoria

Equazione dell'onda:

$$y = A \cdot \sin(k \cdot x) \quad \text{con} \begin{cases} k = \text{costante d'onda} = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \\ t = 0 \end{cases}$$

$$\Delta x = \vec{v} \cdot t \quad \text{con} \begin{cases} \vec{v} = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} \end{cases}$$

$$y = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda}(x - \vec{v} \cdot t)\right) = A \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t + \varphi) \quad \text{con} \begin{cases} \omega = \text{pulsazione} = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \vec{v} \cdot k \\ \varphi = \text{angolo di fase} \end{cases}$$

$(x - \vec{v} \cdot t) \Leftrightarrow$ l'onda si propaga con verso concorde con l'asse x

$(x + \vec{v} \cdot t) \Leftrightarrow$ l'onda si propaga con verso discorde con l'asse x

Equazione dell'onda elettromagnetica:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial x} &= k \cdot y_{\max} \cos(k \cdot x - \omega \cdot t) \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= -k^2 \cdot y_{\max} \sin(k \cdot x - \omega \cdot t) \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= -\omega \cdot y_{\max} \cos(k \cdot x - \omega \cdot t) \\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= -\omega^2 \cdot y_{\max} \sin(k \cdot x - \omega \cdot t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Leftrightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Relazione tra campo elettrico e campo magnetico:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial x} &= \frac{\partial B_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial B_z}{\partial x} &= -\mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} &= \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{aligned} \right.$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

$$\mu_0 \cdot \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \Leftrightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}}$$

Relazione tra i valori massimi di E e B :

$$\left. \begin{aligned} E &= E_{\max} \sin(k \cdot x - \omega \cdot t) \\ B &= B_{\max} \sin(k \cdot x - \omega \cdot t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}} = 2.9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = k \cdot E_{\max} \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\omega \cdot B_{\max} \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

$$k \cdot E_{\max} \cos(k \cdot x - \omega \cdot t) = \omega \cdot B_{\max} \cos(k \cdot x - \omega \cdot t) \Leftrightarrow \frac{\omega}{k} = \frac{E_{\max} \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)}{B_{\max} \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)} = \frac{E(x, t)}{B(x, t)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega}{k} = c = \frac{E_{\max}}{B_{\max}} \Leftrightarrow E_{\max} \gg B_{\max}$$

Vettore di Poynting:

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}$$

$$\bar{S} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot (E_{\max})^2 \cdot c = \frac{(B_{\max})^2}{2 \cdot \mu_0} \cdot c$$

Quantità di moto dell'onda:

$$\Delta P = \frac{2 \cdot U}{c} \Leftrightarrow \text{riflessione totale}$$

$$\Delta P = \frac{U}{c} \Leftrightarrow \text{assorbimento totale}$$

Pressione:

$$P = \frac{\vec{F}}{A} = \frac{I}{c} = \frac{\vec{S}}{c} \quad \text{con} \begin{cases} A = \text{area} \\ I = \text{intensità} \end{cases}$$

Interferenza:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{0_1} \sin(k \cdot x - \omega \cdot t) \\ E_2 &= E_{0_2} \sin(k \cdot x - \omega \cdot t + \varphi) \end{aligned} \quad \text{con} \begin{cases} E_{0_1} = E_{0_2} \\ \omega = \text{cost} \end{cases}$$

Somma di onde:

$$E_{\text{tot}} = E_1 + E_2 = 2 \cdot E_0 \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \sin\left(k \cdot x - \omega \cdot t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Differenza di cammino ottico ed Esperimento di Joung:

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{t}{T} = \frac{\phi}{2 \cdot \pi}$$

$$\delta : \phi = \lambda : 2 \cdot \pi \Leftrightarrow \begin{cases} \phi = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \delta = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin(\vartheta) \\ \delta = \frac{\lambda \cdot \phi}{2 \cdot \pi} \end{cases}$$

$$\delta = r_2 - r_1 = \begin{cases} d \cdot \sin(\vartheta) = m \cdot \lambda & \Leftrightarrow \text{massimo} \Leftrightarrow \text{frangia chiara} \\ d \cdot \sin(\vartheta) = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda & \Leftrightarrow \text{minimo} \Leftrightarrow \text{frangia scura} \end{cases} \quad \text{con } d = \text{distanza fenditure}$$

$$\begin{cases} \delta = 0 \Leftrightarrow \phi = 0, 2 \cdot \pi \\ \delta = \lambda \Leftrightarrow \phi = 0, 2 \cdot \pi \\ \delta = \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \phi = 0, \pi \end{cases}$$

$$\delta = 2 \cdot t \Leftrightarrow \phi = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot 2 \cdot t \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot t = m \cdot \lambda \Leftrightarrow \phi = 2 \cdot \pi \cdot m & \Leftrightarrow E \text{ è massimo} \\ 2 \cdot t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \Leftrightarrow \phi = 2 \cdot \pi \cdot \left(m + \frac{1}{2}\right) & \Leftrightarrow E \text{ è minimo} \end{cases}$$

$$\text{sorgente nel mezzo con indice più piccolo} \Rightarrow \begin{cases} E \text{ è max} \Leftrightarrow \text{interferenza distruttiva} \\ E \text{ è min} \Leftrightarrow \text{interferenza costruttiva} \end{cases}$$

$$\text{sorgente nel mezzo con indice più grande} \Rightarrow \begin{cases} E \text{ è max} \Leftrightarrow \text{interferenza costruttiva} \\ E \text{ è min} \Leftrightarrow \text{interferenza distruttiva} \end{cases}$$