Equivalenze

Per $\mathbf{a \to 0}$

$Sin(a) \sim a$

$Tg(a) \sim a$

$1 - Cos(a) \sim \frac{a^2}{2}$

$ArcSin(a) \sim a$

$ArcTg(a) \sim a$

$SinH(a) \sim x$

$CosH(a) \sim 1$

$TgH(a) \sim x$

$Ln(1+a) \sim a$

$a^b - 1 \sim b\,Ln(a) \quad \text{con } a > 0$

$e^b - 1 \sim b$

$(1+a)^k - 1 \sim ka$

$\sqrt[n]{1+a} - 1 \sim \frac{a}{n}$

$P(x) = a_n x^n + \ldots + a_0 \sim a_0 \quad \text{con } a_0 \neq 0$

$P(x) = a_m x^m + \ldots + a_n x^n \sim a_n x^n \quad \text{con } m > n$

Per $\mathbf{a \to +\infty}$

$P(x) = a_n x^n + \ldots + a_0 \sim a_n x^n$

$\sqrt[x]{x+a} \sim 1$

$SinH(a) \sim \frac{e^x}{2}$

$CosH(a) \sim \frac{e^x}{2}$

$TgH(a) \sim 1$

$1 - TgH(a) \sim \frac{2}{e^{2x}}$

$SettSinH(a) \sim Ln(2x)$

Per $\mathbf{a \to -\infty}$

$SinH(a) \sim -\frac{e^{-x}}{2}$

$CosH(a) \sim \frac{e^{-x}}{2}$

$TghH(a) \sim -1$

$1 + TghH(a) \sim \frac{2}{e^{-2x}}$

Infinitesimi

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \begin{cases} 0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} f = o(g) \text{ per } x \to x_0 \\ f \text{ è di ordine superiore a } g \end{cases} \\ \begin{cases} g = O(f) \text{ per } x \to x_0 \\ g \text{ è di ordine inferiore a } f \end{cases} \end{cases} \\ \ell \Rightarrow \text{sono dello stesso ordine} \\ 1 \Rightarrow \begin{cases} f \sim g \text{ per } x \to x_0 \\ \text{sono equivalenti} \end{cases} \\ \nexists \Rightarrow \text{non sono confrontabili} \\ \infty \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} g = o(f) \text{ per } x \to x_0 \\ g \text{ è di ordine superiore a } f \end{cases} \\ \begin{cases} f = O(g) \text{ per } x \to x_0 \\ f \text{ è di ordine inferiore a } g \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Infiniti

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = \infty \Rightarrow \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \begin{cases} 0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} f = o(g) \text{ per } x \to x_0 \\ f \text{ è di ordine inferiore a } g \end{cases} \\ \begin{cases} g = O(f) \text{ per } x \to x_0 \\ g \text{ è di ordine superiore a } f \end{cases} \end{cases} \\ \ell \Rightarrow \text{sono dello stesso ordine} \\ 1 \Rightarrow \begin{cases} f \sim g \text{ per } x \to x_0 \\ \text{sono equivalenti} \end{cases} \\ \nexists \Rightarrow \text{non sono confrontabili} \\ \infty \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} g = o(f) \text{ per } x \to x_0 \\ g \text{ è di ordine inferiore a } f \end{cases} \\ \begin{cases} f = O(g) \text{ per } x \to x_0 \\ f \text{ è di ordine superiore a g} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Eliminazione degli o-piccoli

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) + o(f(x))}{g(x) + o(g(x))} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \ell \Rightarrow$$

gli o-piccoli si eliminano.

Ordine degli infiniti

$$Log(x) < \begin{cases} x^{\alpha} \ \ \forall \alpha > 0 \\ \alpha^{x} \ \ \forall \alpha > 1 \\ x! \\ x^{x} \end{cases}$$

Infinitesimi di confronto

$x \to 0 \Rightarrow y = x^{\alpha}$

$x \to x_0 \Rightarrow y = (x - x_0)^{\alpha}$

$x \to \infty \Rightarrow y = \frac{1}{x^{\alpha}}$