

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009

Esercitazione

1. Dimostrare che l'equazione $2x^3 + 3x - 3 = 0$ ammette una ed una sola soluzione.

2. Verificare che l'insieme

$$A = \left\{ \log \left(\arccos \left(\frac{n-1}{n} \right) \right) : n > 1 \right\}$$

è limitato superiormente ma non inferiormente. Determinarne poi l'estremo superiore.

3. Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Dire quali proprietà risultano vere:

- a) $f(A)$ intervallo;
- b) $f(A)$ chiuso e limitato;
- c) f derivabile .
- d) f uniformemente continua.

Cambia qualcosa se A è un intervallo? Giustificare le risposte.

4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Supponiamo che esistono finiti i limiti

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L.$$

Esiste $\bar{x} \in \mathbb{R}$ tale che $f(\bar{x}) = \bar{x}$?

Giustificare le risposte.

5. Dire per quali valori del parametro reale a la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a(1 - \sin^2 x) - x + x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ 2|x| & \text{se } x < 0. \end{cases} \quad (1)$$

risulta continua per $x = 0$.

6. Date due funzioni reali f e g definite su \mathbb{R} , sia $f \circ g$ la funzione composta. Dire quali delle seguenti proposizioni risultano vere:

- a) Se f è pari e g è dispari allora $f \circ g$ è pari;
- b) Se g è pari allora $f \circ g$ è pari;
- c) Se $f \circ g$ è pari allora g è pari;

Giustificare le risposte.

7. Determinare estremo superiore ed estremo inferiore dell'insieme

$$E = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = \frac{1}{n^2} \ n \in \mathbb{N} \ n > 0 \right\}.$$

8. Determinare gli estremi della funzione $f(x) = \sqrt{1 + \log x}$.

9. Studiare l'invertibilità della funzione $f(x) = \arccos \left(\frac{x-3}{x+1} \right)$.

10. Considerata la funzione $g(x) = \sqrt{\log|x|}$ si trovi un intervallo in cui la funzione è invertibile determinando g^{-1} in tale intervallo.

11. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log \left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} \right).$$

12. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}.$$

13. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(e^x - e^{-x}) - 1}{\arctan x^2}.$$