

IL PROBLEMA DEL TRASPORTO OTTIMALE DI
MASSA
ERRATA CORRIGE
SCIENZE E RICERCHE, N. 4, FEBBRAIO 2015, P.85-88

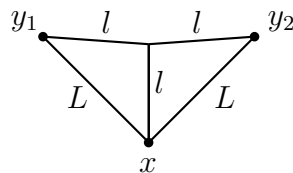
LUCA GRANIERI

Luca Granieri

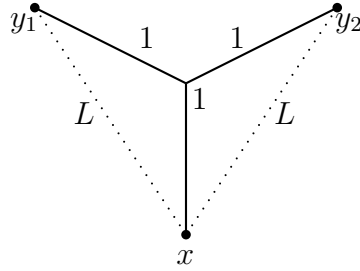
Dipartimento di Matematica Politecnico di Bari e
Dipartimento di Matematica e Applicazioni
Università Federico II di Napoli
<http://digilander.libero.it/granieri>
luca.granieri@unina.it, granieriluca@libero.it

*Pagina 87 sezione tre, ultima formula della sezione:
 $l\sqrt{2} + 2l = 2 + 2\sqrt{2} > 4 = 2L$. Si sostituisca la parte della sezione
successiva alla figura 3 con il seguente paragrafo:*

Nel problema di Monge-Kantorovich le particelle (o loro frazioni) sono del tutto solitarie e viaggiano ognuna per la propria strada. Le cose cambiano se invece che la massa tout court si considera una potenza (con esponente positivo e minore di uno) di quest'ultima. In riferimento alla figura, con due masse unitarie in y_1 e y_2 ed una massa doppia nella sorgente x .



Consideriamo come lavoro il prodotto della radice quadrata della massa per lo spostamento effettuato. In tal caso, il costo totale per il percorso a forma di \mathbf{V} è sempre pari a $2L$, mentre per il percorso a forma di \mathbf{Y} abbiamo un costo di $l\sqrt{2}$ per il tratto iniziale in cui le masse viaggiano insieme, e di $2l$ per i restanti, per un costo totale di $l\sqrt{2}+2l$. Scegliendo ad esempio $L = 2$ e $l = \sqrt{2}$ (in tal caso nella figura avremmo una \mathbf{T} più che una \mathbf{Y}), il percorso a forma di \mathbf{Y} realizza un costo di $l\sqrt{2}+2l = 2+2\sqrt{2} > 4 = 2L$. Pertanto, in tal caso il trasporto di Kantorovich è ancora un vantaggio. Ma non è difficile trovare delle strutture ramificate che rendono il trasporto più conveniente rispetto a quello di Kantorovich. Si consideri una situazione come quella nella seguente figura



ottenuta da tre segmenti unitari che si intersecano formando tre angoli uguali. In tal caso le masse sono allora dislocate nei vertici di un triangolo equilatero di lato L con ad esempio una massa unitaria in y_1 e y_2 ed una massa doppia nella sorgente x . Il trasporto delle masse secondo Kantorovich realizza al solito un costo pari a $2L$, mentre quello lungo la struttura ramificata vale $\sqrt{2} + 2$. Essendo $\sin(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ segue che $L = \sqrt{3}$. Possiamo allora valutare che $2 + \sqrt{2} < 2\sqrt{3} = 2L$. La struttura a forma di \mathbf{Y} è pertanto migliore di quella a forma di \mathbf{V} .

Queste osservazioni sono alla base delle cosiddette teorie di *irrigazione*), anch'esse intensivamente e proficuamente studiate negli ultimi anni, non soltanto per il loro interesse intrinseco, ma anche per le numerose e importanti applicazioni in molti settori di ricerca.