

1. Studiare la seguente funzione disegnandone poi il grafico

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2|x|} + x.$$

2. Determinare una primitiva della funzione

$$\frac{3x + 11}{x^2 - 2x - 3}.$$

3. Dire se la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{1+x^2} & \text{se } x \leq 0 \\ \cos x + e^x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

è dotata di primitiva. In caso affermativo si determinini la primitiva che nel punto 0 assume il valore 1.

4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = l < 0$. Dire quali implicazioni sussistono tra le seguenti affermazioni.
- (a) f é continua.
 - (b) f é limitata.
 - (c) f ammette minimo.
 - (d) f ammette massimo.

Giustificare le risposte.

1. Studiare la seguente funzione disegnandone poi il grafico

$$f(x) = e^{\sqrt{x^2-1}-x^2}.$$

2. Dire se le seguenti affermazioni sono vere oppure false giustificando le risposte:

(a) le primitive di funzioni crescenti sono anch'esse crescenti

(b) Se una funzione f ha un massimo nel punto x_0 allora f è derivabile in x_0 e necessariamente $f'(x_0) = 0$

(c) una funzione priva di punti di flesso è monotona

3. Sia $f(x) = x^3 - x^2 + x$. Dimostrare che f è invertibile in un intorno di $x = 0$ e calcolare $(f^{-1})'(0)$.

4. Determinare una primitiva della funzione

$$\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$$

1. Studiare la seguente funzione disegnandone poi il grafico

$$f(x) = \frac{\log|1+x|}{(1+x)^2}.$$

2. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano vere e quali false giustificando le risposte.

- (a) ogni funzione limitata in un intervallo chiuso e limitato è integrabile
- (b) ogni funzione continua in un intervallo chiuso e limitato è integrabile
- (c) ogni funzione limitata ammette una primitiva
- (d) ogni funzione continua ammette una primitiva
- (e) le funzioni primitive sono tutte continue
- (f) ogni funzione primitiva di una funzione continua è di classe \mathcal{C}^1
- (g) esistono funzioni continue, non identicamente nulle, il cui integrale definito in un intervallo $[a, b]$ sia zero?

3. Dimostrare che per ogni $x > -1$ vale la relazione $\log(1+x) \leq x$.

4. Determinare una primitiva della funzione

$$\frac{1}{x-3+\sqrt{3-x}}$$