Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 VI Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia A

1. Determinare i valori del parametro $a \in I\!R$ per cui esiste finito il limite:
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{ax}+e^{x}-2}{x^2}.$$

2. Siano f e g due funzioni da $[0,1]$ in $I\!R$ continue in $[0,1]$, derivabili in $]0,1[$ e tali che $f(0)=g(0)$ e $f(1)=g(1)$. Esiste un punto z tale che $f'(z)=g'(z)$?
Giustificare la risposta.

3. Dimostrare che la seguente funzione
$$4x+\log x$$
è strettamente creecente nel suo dominio. Si calcoli poi $(f^{-1})'(4)$.

4. Calcolare l'integrale
$$\int_1^e \frac{\log^3 x}{x\sqrt{1+\log^4 x}}\, dx.$$

5. Determinare se esistono gli asintoti della seguente funzione
$$f(x)=2-2e^{-|x|}-x.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 VI Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia B

1. Determinare a, b, c tali che il limite

$$\lim_{x\to+\infty} x\left(ax + b\lg x + c + \int_0^x \arctan t\ dt\right)$$

risulti finito. Determinare il valore di tale limite.

2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $\lim_{x\to\pm\infty}|f(x)| = +\infty$. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.
   (a) La funzione f ammette minimo.
   (b) La funzione $x \mapsto |f(x)|$ ammette minimo.
   (c) La funzione $x \mapsto |f(x)|$ é limitata inferiormente.

   Giustificare le risposte.

3. Dimostrare che l'equazione

$$\lg(2+x) + 2\frac{x+1}{x+2} = 0$$

ammette una ed una sola soluzione.

4. Dimostrare che la seguente funzione

$$f(x) = |x|e^{\frac{1+x}{2+x}}$$

ammette minimo (assoluto) su $\mathbb{R}$.

5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 x + \sin(2x) + 2\cos^2 x}dx.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 VI Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia C

1. Sia $f : [0,1] \to I\!R$ una funzione continua. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

   (a) Esiste $c \in I\!R$ tale che $f(x) \geq c \; \forall x \in [0,1]$.
   (b) Esiste $c \geq 0$ tale che $\min |f(x)| = c$.
   (c) Esiste $x_0 \in [0,1]$ tale che $f'(x_0) = 0$.

   Giustificare le risposte.

2. Determinare i valori del parametro $b \in I\!R$ per cui esiste finito il limite:
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{bx} + e^{2x} - 1}{x^2}.$$

3. Sia
$$f(x) = e^x - x^2.$$
   Dimostrare che per ogni numero reale k l'equazione $f(x) = k$ ha una ed una sola soluzione.

4. Determinare se esistono gli asintoti della seguente funzione
$$f(x) = |x| e^{\frac{1+x}{2+x}}.$$

5. Calcolare l'integrale
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2 - \sin^2 x + \sin(2x)} dx.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 VI Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia D

1. Determinare a, b, c tali che il limite
$$\lim_{x\to+\infty} x\left(bx - c\lg x + a + \int_0^x \arctan t\ dt\right)$$
risulti finito. Determinare il valore di tale limite.

2. Dimostrare che la funzione
$$f(x) = 1 + x - e^x$$
ammette massimo (assoluto) nel suo dominio.

3. Sia $f : [0,1] \to I\!R$ una funzione continua tale che
$$\int_0^1 f(x)\ dx = 1.$$
Detto M il valore massimo assunto da f dimostrare che $M \geq 1$.

4. Determinare una primitiva della funzione $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$.

5. Date le funzioni $f(x) = \log(2x^2 - 1)$e $g(x) = 2\sin(\frac{\pi}{2}x)$, determinarne il dominio e dire se esiste un numero $x_0 \in I\!R$ tale che $f(x_0) = g(x_0)$. Giustificare le risposte.