Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 V Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia A

1. Siano $f : [0,1] \to I\!R$ continua. Sia $d : [0,1] \to I\!R$ definita da

$$d(x) = \left| f(x) - \int_0^1 f(t)dt \right|.$$

   Quali delle seguenti affermazioni risultano vere?
   a) $\inf_{[0,1]} d \leq 0$;
   b) $\min_{[0,1]} d = 0$;
   c) $\exists M \in I\!R$ tale che $\max_{[0,1]} d \leq M$.
   Giustificare le risposte.

2. Sia A l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{3-x}{|x^2+x|} - 1\right).$$

   Determinare $\inf A$, $\sup A$, specificando se risultano rispettivamente minimo e massimo.

3. Studiare la continuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log(2+x) & \text{se } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{se } |x| > 1 \end{cases}$$

4. Dimostrare che la funzione $|x|^\alpha$ è convessa su tutto $I\!R$ se e soltanto se $\alpha \geq 1$.

5. Determinare una primitiva della funzione

$$\frac{1}{\cos x}.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 V Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia B

1. Sia $A \subset I\!R$ non vuoto ed $f : A \to I\!R$ una funzione continua. Dire se le seguenti affermazioni risultano vere o false giustificando le risposte.
   (a) Se A é chiuso allora $f(A)$ é chiuso.
   (b) Se A é chiuso e limitato allora $f(A)$ é chiuso e limitato.
   (c) Se A é limitato allora $f(A)$ é limitato.
   (d) Se A é un intervallo allora $f(A)$ é un intervallo.

2. Dimostrare che la funzione $f(x) = 3(x^2 - x)e^{-|x|}$ ha massimo e minimo su $I\!R$.

3. Dimostrare che la funzione $f : [0, +\infty[\to I\!R$ definita da
$$f(x) = x^2(x+2)^2 - \log(1+x)$$
è strettamente convessa. Verificare poi che l'equazione $f(x) = 0$ non può avere più di due soluzioni deducendo che l'equazione
$$x^2(x+2)^2 = \log(1+x)$$
ha una ed una sola soluzione in $[0, +\infty[$.

4. Studiare la continuità della funzione
$$f(x) = \begin{cases} \frac{2+x}{|x|+1} & \text{se } x > 0 \\ 2 - x & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

5. Determinare una primitiva della funzione
$$\frac{\tan(x)}{1+\cos^2(x)}$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 V Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia C

1. Siano $f : [0,1] \to I\!R$ continua. Sia $d : [0,1] \to I\!R$ definita da
$$d(x) = \left| f(x) - \int_0^1 f(t)dt \right|.$$
Quali delle seguenti affermazioni risultano vere?
a) $\inf_{[0,1]} d \leq 0$;
b) $\min_{[0,1]} d = 0$;
c) $\exists M \in I\!R$ tale che $\max_{[0,1]} d \leq M$.
Giustificare le risposte.

2. Sia A l'insieme di definizione della funzione
$$f(x) = \log\left(\frac{1-x}{|x^2+x|} - 1\right).$$
Determinare $\inf A$, $\sup A$, specificando se risultano rispettivamente minimo e massimo.

3. Studiare la continuità della funzione
$$f(x) = \begin{cases} \log(3+x) & \text{se } |x| \leq 2 \\ 0 & \text{se } |x| > 2 \end{cases}$$

4. Dimostrare che la funzione $|x|^\beta$ è convessa su tutto $I\!R$ se e soltanto se $\beta \geq 1$.

5. Determinare una primitiva della funzione
$$\frac{\tan(x)}{2-\sin^2(x)}$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 V Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia D

1. Sia $A \subset I\!R$ non vuoto ed $f : A \to I\!R$ una funzione continua. Dire se le seguenti affermazioni risultano vere o false giustificando le risposte.
   (a) Se A é chiuso allora $f(A)$ é chiuso.
   (b) Se A é chiuso e limitato allora $f(A)$ é chiuso e limitato.
   (c) Se A é limitato allora $f(A)$ é limitato.
   (d) Se A é un intervallo allora $f(A)$ é un intervallo.

2. Dimostrare che la funzione $f(x) = 2(x^2 - x)e^{-|x|}$ ha massimo e minimo su $I\!R$.

3. Studiare la continuità della funzione
$$f(x) = \begin{cases} \frac{3+x}{|x|+1} & \text{se } x > 0 \\ 3 - x & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

4. Dimostrare che la funzione $g : [0, +\infty[\to I\!R$ definita da
$$g(x) = x^2(x+2)^2 - \log(1+x)$$
è strettamente convessa. Verificare poi che l'equazione $g(x) = 0$ non può avere più di due soluzioni deducendo che l'equazione
$$x^2(x+2)^2 = \log(1+x)$$
ha una ed una sola soluzione in $[0, +\infty[$.

5. Determinare una primitiva della funzione
$$\frac{\sin^2 x}{1 - 2\cos^2 x}.$$