Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 IV Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia A

1. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e periodica di periodo $T = 1$. Dimostrare che f ammette almeno due punti stazionari nell'intervallo $[-1, 1]$. Cambia qualcosa se la funzione f è dispari? Giustificare le risposte.

2. Sia $f(x) = x^3 + x + 1$. Si provi che $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è bigettiva e si calcoli, se esiste, il limite
$$\lim_{y \to +\infty} f^{-1}\left(\frac{y}{y+1}\right).$$

3. Considerata la funzione
$$f(x) = \sqrt{1 + \sin(e^x)}$$
se ne determinino gli eventuali punti di massimo e di minimo nell'intervallo $[0, \ +\infty[$.

4. Determinare se esistono gli asintoti della funzione
$$f(x) = \frac{2e^{x^2}}{\int_0^x e^{t^2}\, dt}.$$

5. Calcolare il seguente integrale
$$\int_5^{10} \frac{1}{x - 2\sqrt{x-1}}\, dx.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 IV Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia B

1. Sia $f : I\!R \to I\!R$ una funzione derivabile due volte. Supponiamo che esistano a, b con $a < b$ rispettivamente di massimo locale e di minimo locale per f. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

   (a) esiste $\xi \in (a, b)$ tale che $f''(\xi) = 0$;

   (b) esiste $\xi \in (a, b)$ tale che $f''(\xi) > 0$;

   (c) $f'(x) > 0$ per ogni $x \in (a, b)$.

   Giustificare le risposte.

2. Sia $f(x) = x^5 + 2x + 1$. Si provi che $f : I\!R \to I\!R$ è bigettiva e si calcoli, se esiste, il limite
$$\lim_{y \to +\infty} f^{-1}\left(\frac{3y}{y+4}\right).$$

3. Considerata la funzione
$$f(x) = e^{-x^4} \sin\left(\sqrt[4]{x}\right)$$
se ne determinino gli eventuali punti di massimo e di minimo nell'intervallo $[0,\ +\infty[$.

4. Determinare se esistono gli asintoti della funzione
$$g(x) = \frac{e^{x^4}}{\int_0^x e^{t^4}\, dt}.$$

5. Calcolare il seguente integrale
$$\int_{\log 10}^{\log 100} \frac{1}{e^x - 1}\, dx.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 IV Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia C

1. Sia $f : I\!R \to I\!R$ una funzione derivabile e periodica di periodo $T = 1$. Dimostrare che f ammette almeno due punti stazionari nell'intervallo $[-1, 1]$. Cambia qualcosa se la funzione f è dispari? Giustificare le risposte.

2. Sia $f(x) = 2x^3 + 3x + 1$. Si provi che $f : I\!R \to I\!R$ è bigettiva e si calcoli, se esiste, il limite
$$\lim_{y\to+\infty} f^{-1}\left(\frac{y-1}{y+1}\right).$$

3. Considerata la funzione
$$f(x) = \sqrt{3 + \sin(e^{2x})}$$
se ne determinino gli eventuali punti di massimo e di minimo nell'intervallo $[0, \ +\infty[$.

4. Determinare se esistono gli asintoti della funzione
$$f(x) = \frac{2e^{x^4}}{\int_0^x e^{t^4}\ dt}.$$

5. Calcolare il seguente integrale
$$\int_3^4 \frac{1}{x - 2\sqrt{x-1}}\ dx.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 IV Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia D

1. Sia $f : I\!R \to I\!R$ una funzione derivabile due volte. Supponiamo che esistano a, b con $a < b$ rispettivamente di massimo locale e di minimo locale per f. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

   (a) esiste $\xi \in (a, b)$ tale che $f''(\xi) = 0$;

   (b) esiste $\xi \in (a, b)$ tale che $f''(\xi) > 0$;

   (c) $f'(x) > 0$ per ogni $x \in (a, b)$.

   Giustificare le risposte.

2. Sia $f(x) = 2x^5 + 3x + 1$. Si provi che $f : I\!R \to I\!R$ è bigettiva e si calcoli, se esiste, il limite
$$\lim_{y\to+\infty} f^{-1}\left(\frac{2y-3}{y+2}\right).$$

3. Considerata la funzione
$$f(x) = e^{-x^2} \sin\left(\sqrt{x}\right)$$
se ne determinino gli eventuali punti di massimo e di minimo nell'intervallo $[0, +\infty[$.

4. Determinare se esistono gli asintoti della funzione
$$g(x) = \frac{e^{x^2}}{\int_0^x e^{t^2}\, dt}.$$

5. Calcolare il seguente integrale
$$\int_{\log 10}^{\log 20} \frac{1}{e^x - 1}\, dx.$$