

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009

I Appello Ingegneria Edile (A-L)

Traccia A

1. Si studi la continuità della seguente funzione al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$f(x) = \begin{cases} 3x - \frac{1}{\alpha} & \text{se } x > 0 \\ x^2 - \alpha & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

2. Studiare la seguente funzione tracciandone un grafico approssimativo. In particolar modo si evidenzino gli eventuali punti di massimo o minimo relativo ed assoluto e gli eventuali punti di flesso.

$$y = (x - 2)e^{-2x} .$$

3. Verificare che sussistono le seguenti implicazioni

$$f \text{ pari} \Rightarrow f' \text{ dispari} , \quad f \text{ dispari} \Rightarrow f' \text{ pari}$$

4. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano vere e quali false giustificando le risposte.

- (a) ogni funzione limitata in un intervallo chiuso e limitato è integrabile
- (b) ogni funzione continua in un intervallo chiuso e limitato è integrabile
- (c) ogni funzione limitata ammette una primitiva
- (d) ogni funzione continua ammette una primitiva
- (e) le funzioni primitive sono tutte continue
- (f) ogni funzione primitiva di una funzione continua è di classe \mathcal{C}^1
- (g) esistono funzioni continue, non identicamente nulle, il cui integrale definito in un intervallo $[a, b]$ sia zero?

5. Dimostrare che l'equazione

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^x \sin t \, dt + 1 + x = 0$$

ammette una ed una sola soluzione nell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

6. Calcolare

$$\int_0^1 2x \log(x + 1) \, dx .$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009

I Appello Ingegneria Edile (A-L)

Traccia B

1. Trovare estremo superiore ed estremo inferiore dell'insieme

$$A = \left\{ \frac{1}{3^{n^2-3n+1}} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\cos x} \right)^{\frac{\sin x}{x^3}}.$$

3. Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Dire quali proprietà risultano vere:

- a) $f(A)$ intervallo;
- b) $f(A)$ chiuso e limitato;
- c) f derivabile ;
- d) f uniformemente continua;
- e) f ammette massimo.

Cambia qualcosa se A è un intervallo, o se A è un compatto? Giustificare le risposte.

4. Studiare la funzione $f(x) = \frac{\log x}{x}$.

5. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^{x^2} \frac{\sin t}{t} dt.$$

6. Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{1}{(x-1)^2(x^2+1)} dx.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009

I Appello Ingegneria Edile (A-L)

Traccia C

1. Si studi la continuità della seguente funzione al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + \alpha & \text{se } x > 0 \\ x^3 + \frac{2}{\alpha} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

2. Studiare la seguente funzione tracciandone un grafico approssimativo. In particolar modo si evidenzino gli eventuali punti di massimo o minimo relativo ed assoluto e gli eventuali punti di flesso.

$$y = (x - 1)e^{-3x} .$$

3. Verificare che sussistono le seguenti implicazioni

$$f \text{ dispari} \Rightarrow f' \text{ pari} , \quad f \text{ pari} \Rightarrow f' \text{ dispari} .$$

4. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano vere e quali false giustificando le risposte.

- (a) le funzioni primitive sono tutte continue
- (b) ogni funzione limitata in un intervallo chiuso e limitato è integrabile
- (c) ogni funzione limitata ammette una primitiva
- (d) ogni funzione continua in un intervallo chiuso e limitato è integrabile
- (e) ogni funzione continua ammette una primitiva
- (f) esistono funzioni continue, non identicamente nulle, il cui integrale definito in un intervallo $[a, b]$ sia zero?
- (g) ogni funzione primitiva di una funzione continua è di classe \mathcal{C}^1

5. Dimostrare che l'equazione

$$\int_0^x \frac{\cos t}{t} dt - 1 + x = 0$$

ammette una ed una sola soluzione nell'intervallo $[0, \frac{\pi}{2}]$

6. Calcolare

$$\int_0^1 x \log(2x + 1) dx .$$

1. Trovare estremo superiore ed estremo inferiore dell'insieme

$$A = \left\{ \frac{1}{2^{n^2-3n+2}} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\cos x} \right)^{\frac{\sin x}{x^3}}.$$

3. Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Dire quali proprietà risultano vere:

- a) $f(A)$ intervallo;
- b) f ammette massimo;
- c) f derivabile ;
- d) f uniformemente continua;
- e) $f(A)$ chiuso e limitato.

Cambia qualcosa se A è un intervallo, o se A è un compatto? Giustificare le risposte.

4. Studiare la funzione $f(x) = \frac{3 \log x}{2x}$.

5. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^{x^2} \frac{\cos t}{t} dt.$$

6. Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{1}{(x-2)^2(x^2+1)} dx.$$