Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 III Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia A

1. Siano $f : [0, 1] \to I\!R$ continua. Sia $d : [0, 1] \to I\!R$ definita da
$$d(x) = \left| f(x) - \int_0^1 f(t)dt \right| .$$
Quali delle seguenti affermazioni risultano vere:
a) $\inf_{[0,1]} d \leq 0$;
b) $\min_{[0,1]} d = 0$;
c) $\exists M \in I\!R$ tale che $\max_{[0,1]} d \leq M$.
Giustificare le risposte.

2. Sia $f(x) = 5x + x^3 + 2x^5$. Verificare che f è invertible e che la funzione inversa f^{-1} è derivabile. Calcolare $(f^{-1})'(0)$.

3. Considerata la funzione
$$f(x) = x^4 - 2\sqrt{\log x}$$
si determini dominio, eventuali asintoti e punti di massimo e di minimo assoluti e relativi.

4. Determinare una primitiva della funzione
$$\frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{x^3}.$$

5. Calcolare il seguente limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x e^{t^2}\, dt}{\sin x}.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 III Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia B

1. Sia $f : I\!R \to I\!R$ continua. Supponiamo che esistono finiti i limiti
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = l, \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = L.$$
Esiste $\bar{x} \in I\!R$ tale che $f(\bar{x}) = \bar{x}$?
Giustificare le risposte.

2. Sia $f(x) = x + 2x^3 + x^5$. Verificare che f è invertible e che la funzione inversa f^{-1} è derivabile. Calcolare $(f^{-1})'(1)$.

3. Considerata la funzione
$$f(x) = \sqrt[3]{e^{2x} - 1}$$
si determini dominio, eventuali asintoti e se ne studi la convessità.

4. Determinare una primitiva della funzione
$$e^x\sqrt{1+e^x}.$$

5. Calcolare il seguente limite
$$\lim_{x\to\pi} \frac{\int_\pi^x \frac{\sin t}{t}\, dt}{\sin x}.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 III Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia C

1. Siano $f : [0,1] \to I\!R$ continua. Sia $d : [0,1] \to I\!R$ definita da

$$d(x) = \left| f(x) - \int_0^1 f(t)dt \right|.$$

   Quali delle seguenti affermazioni risultano vere:
   a) $\inf_{[0,1]} d \leq 0$;
   b) $\min_{[0,1]} d = 0$;
   c) $\exists M \in I\!R$ tale che $\max_{[0,1]} d \leq M$.
   Giustificare le risposte.

2. Sia $f(x) = 2x + x^3 + 2x^5$. Verificare che f è invertible e che la funzione inversa f^{-1} è derivabile. Calcolare $(f^{-1})'(0)$.

3. Considerata la funzione

$$f(x) = \sqrt{|x^2 - 4|} - x$$

   determinare dominio, eventuali asintoti e punti di estremo relativo ed assoluto.

4. Calcolare il seguente integrale

$$\int_2^3 \frac{x}{x^3 - 1}\, dx.$$

5. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\int_0^x e^{t^2}\, dt}{1 - \cos x}.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Edile (A-L)

A.A. 2008-2009 III Appello Ingegneria Edile (A-L) Traccia D

1. Sia $f : I\!R \to I\!R$ continua. Supponiamo che esistono finiti i limiti
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = l, \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = L.$$
Esiste $\bar{x} \in I\!R$ tale che $f(\bar{x}) = \bar{x}$?
Giustificare le risposte.

2. Sia $f(x) = x + 3x^3 + 2x^5$. Verificare che f è invertible e che la funzione inversa f^{-1} è derivabile. Calcolare $(f^{-1})'(1)$.

3. Considerata la funzione
$$f(x) = \sqrt[3]{e^{4x} - 2}$$
si determini dominio, eventuali asintoti e se ne studi la convessità.

4. Calcolare il seguente integrale
$$\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{x^3}\, dx.$$

5. Calcolare il seguente limite
$$\lim_{x\to\pi} \frac{\int_\pi^x \frac{\sin t}{t}\, dt}{\cos(x - \frac{\pi}{2})}.$$