Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica II per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2003-2004 Appello I Traccia A

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia $A = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid 4 < x < 16,\ 2 \leq y < \sqrt{x}\} \cup \{(x,y) \in I\!R^2 \mid 16 \leq x \leq 20,\ y = 2\}$. Determinare $\mathring{A}$, ∂A, $\overline{A}$.

.....

.....

.....

2) Sia $f : I\!R^2 \to I\!R$ una funzione tale che $f(0,0) = 0$ e $\lim_{t\to 0} f(t, \frac{1}{2}t) = 0$. Si puó dire che f é continua in $(0,0)$? Giustificare la risposta.

.....

.....

.....

3) Sia dato il problema di Cauchy (P):

$$\begin{cases} x'(t) = \arctan(x^2 - 1); \\ x(0) = \alpha. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in I\!R$: a) (P) ammette soluzione unica; b)la soluzione di (P) é monotona crescente; c) la soluzione di (P) é monotona decrescente; d)la soluzione di (P) é periodica di periodo maggiore di zero.

.....

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

MODULO II

4) Sia $A \in I\!R^{2,2}$ una matrice quadrata e sia $F(x) = Ax$ per ogni $x \in I\!R^2$. Quali condizioni deve soddisfare la matrice A affinché risulti $\int_\Gamma F(x) \cdot d\tau = 0$ per ogni curva chiusa $\Gamma \subset I\!R^2$? Giustificare la risposta.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

5) Determinare per quali valori delle costanti A, B, C, D il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{Ax + By}{x^2 + y^2}, \frac{Cx + Dy}{x^2 + y^2} \right)$$

ammette un potenziale e calcolarlo. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

6) Calcolare l'integrale

$$\int_D \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2}} dxdy,$$

dove D é il trapezio di vertici $(2, 1)$, $(4, 2)$, $(4, -2)$, $(2, -1)$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte)

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica II per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2003-2004 Appello I Traccia B

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia $A = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid 2 < x < 4,\ 5 \leq y < x^2+1\} \cup \{(x,y) \in I\!R^2 \mid 4 \leq x \leq 6,\ y = 5\}$. Determinare $\mathring{A}$, ∂A, $\overline{A}$.

.....

.....

.....

2) Sia $A =]0,1[\times]0,1[$ e sia $f : A \to I\!R$ una funzione differenziabile e tale che $|\nabla f(x)| \leq 1$ per ogni $x \in A$. Esistono $x, y \in A$ tali che $|f(x) - f(y)| > 2$? Giustificare la risposta.

.....

.....

.....

3) Sia dato il problema di Cauchy (P):

$$\begin{cases} x'(t) = \arctan(1 - x^2); \\ x(0) = \alpha. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in I\!R$: a) (P) ammette soluzione unica; b)la soluzione di (P) é monotona crescente; c) la soluzione di (P) é monotona decrescente; d)la soluzione di (P) é periodica di periodo maggiore di zero.

.....

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

MODULO II

4) Sia $A \in I\!R^{2,2}$ una matrice quadrata, sia $B = B(0,1) \subset I\!R^2$ la palla unitaria e sia $F(x) = Ax$ per ogni $x \in I\!R^2$. Quali condizioni deve soddisfare la matrice A affinché risulti $\int_{\partial B} F(x) \cdot d\sigma \leq 1$? Giustificare la risposta.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

4) Determinare la lunghezza dell'arco di parabola Γ di equazione $y = x^2$ di estremi $(0,0)$ e (x, x^2) con $x > 0$.

6) Calcolare l'integrale

$$\int_D \sqrt{x^2 - y^2}\, dxdy,$$

dove D é il trapezio di vertici $(1,1)$, $(2,2)$, $(2,-2)$, $(1,-1)$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte)

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica II per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2003-2004 Appello I Traccia B

Cognome . . . . . Nome . . . . . N. matricola . . . . . .

MODULO I

1) Sia $A = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid 2 < x < 4,\ 5 \leq y < x^2+1\} \cup \{(x,y) \in I\!R^2 \mid 4 \leq x \leq 6,\ y = 5\}$. Determinare $\mathring{A}$, ∂A, $\overline{A}$.

.....

.....

.....

2) Sia $A =]0,1[\times]0,1[$ e sia $f : A \to I\!R$ una funzione differenziabile e tale che $|\nabla f(x)| \leq 1$ per ogni $x \in A$. Esistono $x, y \in A$ tali che $|f(x) - f(y)| > 2$? Giustificare la risposta.

.....

.....

.....

3) Sia dato il problema di Cauchy (P):

$$\begin{cases} x'(t) = \arctan(1 - x^2); \\ x(0) = \alpha. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in I\!R$: a) (P) ammette soluzione unica; b)la soluzione di (P) é monotona crescente; c) la soluzione di (P) é monotona decrescente; d)la soluzione di (P) é periodica di periodo maggiore di zero.

.....

.....

.....

.....

MODULO II

4) Sia $A \in I\!R^{2,2}$ una matrice quadrata, sia $B = B(0,1) \subset I\!R^2$ la palla unitaria e sia $F(x) = Ax$ per ogni $x \in I\!R^2$. Quali condizioni deve soddisfare la matrice A affinché risulti $\int_{\partial B} F(x) \cdot d\sigma \leq 1$? Giustificare la risposta.

.....

.....

.....

4) Determinare la lunghezza dell'arco di parabola Γ di equazione $y = x^2$ di estremi $(0,0)$ e (x, x^2) con $x > 0$.

6) Calcolare l'integrale

$$\int_D \sqrt{x^2 - y^2}\, dxdy,$$

dove D é il trapezio di vertici $(1,1)$, $(2,2)$, $(2,-2)$, $(1,-1)$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte)

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica II per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2003-2004 Appello Settembre 2004 Traccia A

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia $A = \{(x, y) \in I\!R^2 \mid -1 < x \leq 1\}$. Determinare $\mathring{A}$, ∂A, $\overline{A}$.

.....

.....

.....

2) Sia $A =]0, 1[\times]0, 1[$ e sia $f : A \to I\!R$ una funzione differenziabile. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

a) $\forall x \in A$, $\forall e \in I\!R^2$ $\exists$ $\dfrac{\partial f}{\partial e}(x)$;

b) $\exists c > 0$ tale che $\forall x \in A$, $\forall e \in I\!R^2$: $|\dfrac{\partial f}{\partial e}(x)| < c$.

Giustificare la risposta.

.....

.....

.....

3) Stabilire se il campo vettoriale

$$F(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2} \left(x^2 + y^2 + 2x, 2x^2y + 2y^3 + 2y\right)$$

ammette un potenziale ed, in caso affermativo, determinarlo. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Determinare l'area della regione piana interna alla curva data in coordinate polari da

$$\rho = \cos^2\theta, \quad \theta \in [0, 2\pi].$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte)

5) Sia $\Omega \subset I\!R^2$ un dominio regolare e sia $f : \Omega \to I\!R$ una funzione di classe C^1 tale che $f(x) = 0$ per ogni $x \in \partial\Omega$. Determinare il valore del seguente integrale e giustificare la risposta,

$$\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x} dx\, dy.$$

.....

.....

.....

6) Calcolare l'integrale

$$\int_D \frac{x^2}{1+xy}\, dxdy,$$

dove D é il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica II per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2003-2004 Appello Settembre 2004 Traccia B

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia $A = \{(x, y) \in I\!R^2 \mid -1 \leq y < 1\}$. Determinare $\mathring{A}$, ∂A, $\overline{A}$.

.....

.....

.....

2) Sia $A =]0, 1[\times]0, 1[$ e sia $f : A \to I\!R$ una funzione continua. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

a) $\forall x \in A$, $\forall e \in I\!R^2$ $\exists$ $\dfrac{\partial f}{\partial e}(x)$;

b) $\forall x \in A$, $\forall e \in I\!R^2$ $\exists$ $\lim\limits_{t \to 0} f(x + te)$.

Giustificare la risposta.

.....

.....

.....

3) Sia dato il problema di Cauchy (P):

$$\begin{cases} x'(t) = 1 - e^{x^2-1}; \\ x(0) = \alpha. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in I\!R$: a) (P) ammette soluzione unica; b)la soluzione di (P) é monotona crescente; c) la soluzione di (P) é monotona decrescente; d)la soluzione di (P) é periodica di periodo maggiore di zero.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

MODULO II

4) Trovare, al variare di $\alpha \in I\!R$, massimi e minimi relativi della funzione

$$f(x, y) = x^2 y e^{x+\alpha y}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte)

5) Sia $\Omega \subset I\!R^2$ un dominio regolare e sia $f : \Omega \to I\!R$ una funzione di classe C^1 tale che $f(x) = 0$ per ogni $x \in \partial\Omega$. Determinare il valore del seguente integrale e giustificare la risposta,

$$\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial y} dx\ dy.$$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

6) Calcolare l'integrale

$$\int_D \frac{x^2}{1 + xy}\ dxdy,$$

dove D é il trapezio di vertici $(\frac{1}{2}, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte)

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica I per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2005-2006 Appello IV Luglio 2006

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia $f : A \to I\!R$ una funzione continua. Dire quali proprietá risultano vere:
a) $f(A)$ intervallo;
b) $f(A)$ chiuso e limitato;
c) f derivabile .
d) f uniformemente continua.
Cambia qualcosa se A é un intervallo? Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

2) Sia $f : I\!R \to I\!R$ continua. Supponiamo che esistono finiti i limiti

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = l, \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = L.$$

Esiste $\bar{x} \in I\!R$ tale che $f(\bar{x}) = \bar{x}$?
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

3) Dire per quali valori del parametro reale a la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a(1-\sin^2 x) - x + x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ 2|x| & \text{se } x < 0. \end{cases} \tag{1}$$

risulta continua per $x = 0$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = |1+x|e^{\frac{1}{6x}}$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Siano $f : [0,1] \to I\!R$ continua. Sia $d : [0,1] \to I\!R$ definita da

$$d(x) = |f(x) - \int_0^1 f(t)dt|.$$

Quali delle seguenti affermazioni risultano vere:
a) $\inf_{[0,1]} d \leq 0$;
b) $\min_{[0,1]} d = 0$;
c) $\exists M \in I\!R$ tale che $\max_{[0,1]} d \leq M$.
Giustificare le risposte.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

6) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int e^x \sin^2 x \, dx.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica I per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2005-2006 Appello IV Luglio 2006

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia $f : I\!R \to I\!R$ una funzione continua, limitata e tale che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = c > 0$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x) = m < 0$. Dire quali condizioni devono essere necessariamente soddisfatte:
a) $f(I\!R)$ é un intervallo;
b) $f(I\!R)$ é chiuso e limitato;
c) f possiede massimo.
d) f possiede minimo.
e) Esiste $\bar{x} \in I\!R$ tale che $f(\bar{x}) = 0$.
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

2) Sia $f : I\!R \to I\!R$ continua. Supponiamo che esistono finiti i limiti

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = l, \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = L.$$

Esiste $\bar{x} \in I\!R$ tale che $f(\bar{x}) = \bar{x}$?
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

. . . . . .

3) Dire per quali valori del parametro reale a la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a(1-\sin^2 x) - x + x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ 1 - \cos|x| & \text{se } x < 0. \end{cases} \tag{2}$$

risulta continua per $x = 0$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \arctan \frac{1}{x} + \log \sqrt{1+x^2}$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Sia $f : I\!R \to I\!R$ continua e strettamente positiva. Sia $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ e sia $k > 0$ un numero reale assegnato. Esiste $\bar{x} \in I\!R$ tale che $F(x) \geq k \ \forall x \in [\bar{x}, +\infty[$?. Giustificare le risposte.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

6) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int x \log(x + \frac{1}{x})\, dx.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica II per Ingegneria Edile

A.A. 2005-2006 Appello II Luglio 2006

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Calcolare il seguente integrale generalizzato

$$\int_0^{\pi^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cos\sqrt{x}\, dx.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$y' = 3x^2 y + x^2, \quad y(0) = -1.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int e^x \sin^2 x\, dx.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Enunciare e dimostrare le formule di Gauss-Green nel piano.
(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Studiare, al variare del parametro reale k, i punti critici della funzione

$$f_k(x, y) = x^2 + 2xy + (k + 1)y^2 - \frac{y^4}{2}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int_D x^2 y^2 \, dx \, dy,$$

dove D é la porzione del primo quadrante compresa fra le iperboli $xy = 1$, $xy = 2$ e le rette $y = \frac{x}{2}$, $y = 2x$. (Suggerimento: Usare il cambio di variabili: $u = xy$, $v = \frac{y}{x}$).
(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica II per Ingegneria Edile

A.A. 2005-2006 Appello III Settembre 2006

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Calcolare il seguente integrale generalizzato

$$\int_1^{+\infty} x^2 e^{-x^3}\, dx.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Risolvere l'equazione differenziale

$$y' + \frac{y}{2e^x - 1} = x^2.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_4^{16} \frac{1}{x \log x}\, dx.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Enunciare e dimostrare le formule di Gauss-Green nel piano.
(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Studiare i punti critici della funzione

$$f(x,y) = (2x+y)e^{-x^2-y^2}$$

e determinarne la natura. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int_T x\log(1+y)\ dx\ dy,$$

dove

$$T = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq \frac{1}{x}\}$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2005-2006 Appello V Luglio 2006

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia $f : A \to I\!R$ una funzione continua. Dire quali proprietá risultano vere:
a) $f(A)$ intervallo;
b) $f(A)$ chiuso e limitato;
c) f derivabile .
d) f uniformemente continua.
Cambia qualcosa se A é un intervallo? Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

2) Sia $f : I\!R \to I\!R$ continua. Supponiamo che esistono finiti i limiti

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = l, \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = L.$$

Esiste $\bar{x} \in I\!R$ tale che $f(\bar{x}) = \bar{x}$?
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

3) Dire per quali valori del parametro reale a la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a(1-\sin^2 x) - x + x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ 2|x| & \text{se } x < 0. \end{cases} \tag{3}$$

risulta continua per $x = 0$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = |1+x|e^{\frac{1}{6x}}$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Studiare, al variare del parametro reale k, i punti critici della funzione

$$f_k(x,y) = x^2 + 2xy + (k+1)y^2 - \frac{y^4}{2}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int_D x^2y^2 \, dx \, dy,$$

dove D é la porzione del primo quadrante compresa fra le iperboli $xy = 1$, $xy = 2$ e le rette $y = \frac{x}{2}$, $y = 2x$. (Suggerimento: Usare il cambio di variabili: $u = xy$, $v = \frac{y}{x}$). (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2003-2004 Appello IV Traccia A

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Data $f : I\!R \to I\!R$, dire quali delle seguenti implicazioni risultano vere:
a) f monotona crescente $\Longrightarrow$ f continua;
b) f monotona crescente $\Longrightarrow$ f derivabile con derivata non negativa;
c) f derivabile con derivata non negativa $\Longrightarrow$ f monotona crescente;
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

2) Studiare la funzione $f(x) = 1 - x + \sqrt{x}\log x$ e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Determinare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{\arctan x}{x^2}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Sia dato il problema di Cauchy (P):

$$\begin{cases} x'(t) = \arctan(x^2 - 1); \\ x(0) = \alpha. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in I\!R$: a) (P) ammette soluzione unica; b)la soluzione di (P) é monotona crescente; c) la soluzione di (P) é monotona decrescente; d) la soluzione di (P) é periodica di periodo maggiore di zero.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

5) Sia $A \in I\!R^{2,2}$ una matrice quadrata e sia $F(x) = Ax$ per ogni $x \in I\!R^2$. Quali condizioni deve soddisfare la matrice A affinché risulti $\int_\Gamma F(x) \cdot d\tau = 0$ per ogni curva chiusa $\Gamma \subset I\!R^2$? Giustificare la risposta.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

6) Calcolare l'integrale

$$\int_D \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2}} dxdy,$$

dove D é il trapezio di vertici $(2, 1)$, $(4, 2)$, $(4, -2)$, $(2, -1)$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte)

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2003-2004 Appello IV Traccia B

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Date due funzioni reali f e g definite su $I\!R$, sia $f \circ g$ la funzione composta. Dire quali delle seguenti proposizioni risultano vere:
a) Se f é pari e g é dispari allora $f \circ g$ é pari;
b) Se g é pari allora $f \circ g$ é pari;
c) Se $f \circ g$ é pari allora g é pari;
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

2) Disegnare il grafico della funzione $e^{-x} + \cos^2 x$ sull'insieme $\{x \in I\!R \mid x \geq 0\}$. Determinare gli estremi inferiore e superiore su tale insieme e dire se sono rispettivamente minimo e massimo. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Determinare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Sia dato il problema di Cauchy (P):

$$\begin{cases} x'(t) = \arctan(1-x^2); \\ x(0) = \alpha. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in I\!R$: a) (P) ammette soluzione unica; b)la soluzione di (P) é monotona crescente; c) la soluzione di (P) é monotona decrescente; d)la soluzione di (P) é periodica di periodo maggiore di zero.

.....

.....

.....

.....

5) Sia $A \in I\!R^{2,2}$ una matrice quadrata, sia $B = B(0,1) \subset I\!R^2$ la palla unitaria e sia $F(x) = Ax$ per ogni $x \in I\!R^2$. Quali condizioni deve soddisfare la matrice A affinché risulti $\int_{\partial B} F(x) \cdot d\sigma \leq 1$? Giustificare la risposta.

.....

.....

.....

6) Calcolare l'integrale

$$\int_D \sqrt{x^2 - y^2} dxdy,$$

dove D é il trapezio di vertici $(1,1)$, $(2,2)$, $(2,-2)$, $(1,-1)$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte)

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2003-2004 Appello Settembre 2004

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Data una funzione $f : I\!R \to I\!R$, dire quali delle seguenti implicazioni risultano vere:
a) f derivabile $\Longrightarrow$ f uniformemente continua;
b) f continua $\Longrightarrow$ f limitata;
c) f derivabile $\Longrightarrow$ f continua;
d) f uniformemente continua $\Longrightarrow$ f derivabile;
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

2)Siano f e g due funzioni da $[0,1]$ in $I\!R$ continue in $[0,1]$, derivabili in $]0,1[$ e tali che $f(0) = g(0)$ e $f(1) = g(1)$. Esiste un punto z tale che $f'(z) = g'(z)$?
Giustificare la risposta.

.....

.....

.....

3) Determinare i valori del parametro $\alpha \in I\!R$ per cui la funzione

$$f(x) = \frac{|x|^\alpha}{\sin x}$$

(con $f(0) = 0$) risulti monotona crescente sull'intervallo $]-\pi, \pi[$ e studiare il grafico per $\alpha = 1$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Sia dato il problema di Cauchy (P):

$$\begin{cases} x'(t) = 1 - e^{1-x^2}; \\ x(0) = \alpha. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in I\!R$: a) (P) ammette soluzione unica; b) la soluzione di (P) é monotona crescente; c) la soluzione di (P) é monotona decrescente; d)la soluzione di (P) é periodica di periodo maggiore di zero.

.....

.....

.....

.....

5) Stabilire se il campo vettoriale

$$F(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2}\left(x^2+y^2+2x, 2x^2y+2y^3+2y\right)$$

ammette un potenziale e, in caso affermativo, determinarlo. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

6) Calcolare l'integrale

$$\int_D \frac{x^2}{1+xy}\, dxdy,$$

dove D é il trapezio di vertici $(\frac{1}{2},0)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte)

Politecnico di Bari

e

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2005-2006 Appello V Settembre 2006

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia $f : I\!R \to I\!R$ una funzione continua, limitata e tale che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = c > 0$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x) = m < 0$. Dire quali condizioni devono essere necessariamente soddisfatte:
a) $f(I\!R)$ é un intervallo;
b) $f(I\!R)$ é chiuso e limitato;
c) f possiede massimo.
d) f possiede minimo.
e) Esiste $\bar{x} \in I\!R$ tale che $f(\bar{x}) = 0$. Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

2) Sia

$$f(x) = e^x - x^2.$$

Dimostrare che per ogni numero reale k l'equazione $f(x) = k$ ha una ed una sola soluzione. Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

3) Dire per quali valori del parametro reale a la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a - x + x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ 1 - \cos|x| & \text{se } x < 0. \end{cases} \tag{4}$$

risulta continua per $x = 0$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \arctan \frac{1}{x} + \log \sqrt{1 + x^2}$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Studiare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (2x + y)e^{-x^2 - y^2}$$

e determinarne la natura. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int_T x \log(1 + y)\, dx\, dy,$$

dove

$$T = \{(x, y) \in I\!R^2 \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq \frac{1}{x}\}$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica I per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2005-2006 Appello IV Luglio 2006

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia $f : I\!R \to I\!R$ una funzione continua, limitata e tale che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = c > 0$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x) = m < 0$. Dire quali condizioni devono essere necessariamente soddisfatte:
a) $f(I\!R)$ é un intervallo;
b) $f(I\!R)$ é chiuso e limitato;
c) f possiede massimo.
d) f possiede minimo.
e) Esiste $\bar{x} \in I\!R$ tale che $f(\bar{x}) = 0$.
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

2) Sia $f : I\!R \to I\!R$ continua. Supponiamo che esistono finiti i limiti

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = l, \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = L.$$

Esiste $\bar{x} \in I\!R$ tale che $f(\bar{x}) = \bar{x}$?
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

. . . . . .

3) Dire per quali valori del parametro reale a la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a(1-\sin^2 x) - x + x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ 1 - \cos|x| & \text{se } x < 0. \end{cases} \tag{5}$$

risulta continua per $x = 0$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \arctan \frac{1}{x} + \log \sqrt{1+x^2}$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Sia $f : I\!R \to I\!R$ continua e strettamente positiva. Sia $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ e sia $k > 0$ un numero reale assegnato. Esiste $\bar{x} \in I\!R$ tale che $F(x) \geq k \ \forall x \in [\bar{x}, +\infty[$?. Giustificare le risposte.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

6) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int x \log(x + \frac{1}{x})\, dx.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica II per Ingegneria Edile

A.A. 2005-2006 Appello I Luglio 2006 Traccia B

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

Determinare se tale funzione é integrabile su $I\!R$ e, in caso affermativo, calcolarne l'integrale. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Determinare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' + y' - 2y = x^2 + 1.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\arctan(e^x)}{e^x + e^{-x}}\, dx.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Dato il campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\frac{2xy^2}{1+x^2} + 4xe^{2x^2+y^3}, 2y\log(x^2+1) + 3y^2 e^{2x^2+y^3} \right),$$

provare che F é conservativo e calcolarne tutti i potenziali.
(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Studiare, al variare del parametro $k > 0$, i punti critici della funzione

$$f(x,y) = x^2 \log y + 2ky^2 - y.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int_T xy \, dx \, dy,$$

dove $T =$ é il triangolo di $I\!R^2$ delimitato dagli assi coordinati e dalla retta

$$ax + by = 1, \quad (a > 0, b > 0).$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica II per Ingegneria Edile

A.A. 2005-2006 Appello I Luglio 2006 Traccia A

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia

$$f(x) = e^{-|x|}.$$

Determinare se tale funzione é integrabile su $I\!R$ e, in caso affermativo, calcolarne l'integrale. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Determinare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' + 2y' + y = \sin x - \cos x.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \sqrt{x} \log(x-1)\, dx.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Dato il campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\frac{y^2 + 2xy - x^2}{(x^2+y^2)^2}, -\frac{x^2 + 2xy - y^2}{(x^2+y^2)^2} \right),$$

provare che F é conservativo e calcolarne tutti i potenziali.
(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Studiare, al variare del parametro $k > 0$, i punti critici della funzione

$$f(x,y) = x^2 \log y + 2ky^2 - y.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int_T (x^2 + \sin y)\, dx\, dy,$$

dove

$$T = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica I per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2005-2006 I Esonero Traccia A

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

1 Date le relazioni $\mathcal{R} = \{(1,3),(2,6),(4,7),(1,4)\}$, $\mathcal{S} = \{(1,3),(4,5),(3,3),(9,1)\}$, determinare per entrambe il dominio e il dominio inverso e calcolare $\mathcal{S}\circ\mathcal{R}^{-1}$, $\mathcal{S}\circ\mathcal{S}^{-1}$ e $\mathcal{S}\circ\mathcal{R}$.

.....

.....

.....

.....

2) Sia $A \subset I\!R$, $A \neq \emptyset$, A limitato inferiormente con $\beta = \inf A$. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere e quali false: a) Esiste $x \in A$ tale che $x < \beta + \varepsilon$ per ogni $\varepsilon > 0$;
b) L'insieme $[\beta, \beta+1] \cap A$ é non vuoto;
c) Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $x \in A$ tale che $\beta - \varepsilon < x \leq \beta$.
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

.....

3) Sia $A = [-2, 4] \setminus 3 \cup 7, 8$. a) A é un aperto?; b) A é un chiuso?; c)A é limitato? Scrivere gli insiemi dei punti interni, di frontiera e di accumulazione di A.

.....

.....

.....

.....

.....

4) Determinare, al variare del parametro $a \in I\!R$, l'insieme di definizione della funzione:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2 + 2a \cos x}}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Calcolare, se esistono, iseguenti limiti:

$$1) \quad \lim_{n \to +\infty} \sqrt{n+5} - \sqrt{n+5}.$$

$$2) \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{n \sin n}{n^2 + 1}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica I per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2005-2006 I Esonero Traccia B

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

1 Date le relazioni $\mathcal{R} = \{(2,3),(5,6),(4,2),(1,4)\}$, $\mathcal{S} = \{(3,1),(4,5),(3,2),(9,1)\}$, determinare per entrambe il dominio e il dominio inverso e calcolare $\mathcal{S}\circ\mathcal{R}^{-1}$, $\mathcal{S}\circ\mathcal{S}^{-1}$ e $\mathcal{S}\circ\mathcal{R}$.

.....

.....

.....

.....

2) Sia $A \subset I\!R$, $A \neq \emptyset$, A limitato inferiormente con $\beta = \inf A$. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere e quali false:
a) Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste un minorante b di A tale che $\beta < b < \beta + \varepsilon$;
b) $A \setminus \{\beta\}$ ha minimo;
c) β é l'estremo superiore dei minoranti di A.
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

.....

3) Sia $A = [0,4] \setminus 2 \cup 5,6$. a) A é un aperto?; b) A é un chiuso?; Scrivere gli insiemi dei punti interni, di frontiera e di accumulazione di A.

.....

.....

.....

.....

.....

5) Sia

$$S = \{\frac{1}{n} + (-1)^n \mid n \in I\!N \setminus \{0\}\}.$$

Determinare $\inf S$ e $\sup S$, specificando se questi sono minimo e massimo. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Calcolare, se esistono, iseguenti limiti:

$$1) \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n + \sqrt{n}}}.$$

$$2) \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{(-1)^{n-1} - 2}{(-1)^n - 2}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica I per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2005-2006 Appello IV Luglio 2006

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Sia $f : A \to I\!R$ una funzione monotona. Dire quali condizioni devono essere soddisfatte affinché f risulti continua:
a) $f(A)$ intervallo;
b) $f(A)$ chiuso e limitato;
c) A intervallo.
d) A chiuso.
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

1) Sia $g : A \to I\!R$ tale che $g(x) \to 0$ per $x \to \bar{x}$ e sia $f : A \to I\!R$ tale che $|f(x) - l| \leq g(x)$ $\forall x \in A$. Cosa si puó dire su $\lim_{x\to\bar{x}} f(x)$?
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

3) Dire per quali valori del parametro reale a la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a - x + x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ |x| & \text{se } x < 0. \end{cases} \tag{6}$$

risulta continua per $x = 0$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

4) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Siano $f, g : [0, 1] \to I\!R$ due funzioni continue, derivabili in $]0, 1[$ e tali che $f(0) = g(0)$ e $f(1) = g(1)$. Esiste $\bar{x} \in [0, 1]$ tale che $f'(\bar{x}) = g'(\bar{x})$? Inoltre, sia $d : [0, 1] \to I\!R$ definita da $d(x) = |g(x) - f(x)|$. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano vere.
a) Esiste $M > 0$ tale che $d(x) \leq M$ $\forall x$;
b) d é derivabile;
c) $\min_{x \in [0,1]} d(x) \geq 0$;
Giustificare le risposte.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

6) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int x \arctan x \, dx.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica I per Ingegneria Edile-Architettura

A.A. 2006-2007 Febbraio 2007

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1 Sia dato l'insieme $A =]-4,-2[\cap[-3,0]$. Determinare l'insieme dei punti di accumulazione, l'estremo inferiore e l'estremo superiore di A.

.....

.....

.....

2) Sia $f : [0,1] \to I\!R$ una funzione continua. Dire quali implicazioni sussistono tra le seguenti affermazioni:
a) f é ingettiva;
b) f non ha punti di minimo o massimo locale interni;
c) f é strettamente monotona;
d) $f([0,1]) \subset [0,1]$;
e) $\min f_{x\in[0,1]} \geq 0$;
f) $\min f_{x\in[0,1]} = c > 0$;
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

3) Calcolare, se esiste, il numero reale $\alpha > 0$ tale che:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^5 + \sqrt{x}\sin^3 x}{(\sqrt{x})^\alpha} = K \neq 0.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

1) Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - x|}{e^x} & \text{se } x \geq 0 \\ xe^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Sia $f : [a, b] \to I\!R$ una funzione di classe C^1 tale che $f(a)f(b) < 0$ e f' non si annulla mai in $[a, b]$. L'equazione $f(x) = 0$ ammette soluzioni? In caso affermativo quale é il numero di tali soluzioni?
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

.....

3) Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1} + 1}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

1 Sia dato l'insieme $A =]-4, -2[\cup I\!N \subset \overline{R}$. Determinare l'insieme dei punti di accumulazione, l'estremo inferiore e l'estremo superiore di A.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

2) Sia $f : [0,1] \to I\!R$ una funzione derivabile e tale che $f(0) = 0$ e $f'(x) > 2x$ $\forall x \in [0,1]$. Dire se l'equazione $f(x) = x^2$ ammette soluzioni in $[0,1]$ e, in caso affermativo, determinare tali soluzioni. Giustificare le risposte.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

3) Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{1 - \cos x} - \frac{2}{\sin^2 x} \right).$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2006-2007 luglio I 2007

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1 Dati gli insiemi $A_1 = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid x \geq 0\}$, $A_2 = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid y \geq 0\}$, $A_3 = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid x^2 + y \leq 1\}$, determinare $A = A_1 \cap A_2 \cap A_3$, dire se A risulta aperto o chiuso e scrivere l'insieme dei punti interni $\mathring{A}$ e dei punti di bordo ∂A.

.....

.....

.....

.....

2) Sia $f : [a,b] \to I\!R$ una funzione di classe C^1 tale che $f(a)f(b) < 0$ e f' non si annulla mai in $[a,b]$. L'equazione $f(x) = 0$ ammette soluzioni? In caso affermativo quale é il numero di tali soluzioni?
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

.....

3) Dire se l'equazione

$$xe^{\frac{1}{\sqrt{x}}} - 1 = 0$$

possiede soluzioni in $]0, +\infty[$ e, in caso affermativo, indicarne il numero. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

1) Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x + 2}$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Si consideri il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{px + qy}{x^2 + y^2}, \frac{rx + sy}{x^2 + y^2} \right)$$

definito su $I\!R^2 \setminus \{0, 0\}$. Dire per quali valori di p, q, r, s il campo risulta conservativo su $I\!R^2 \setminus \{0, 0\}$ e in tal caso calcolarne un potenziale.
(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Osservando che $|x| + |y| \geq \sqrt{x^2 + y^2}$, calcolare

$$\lim_{r \to +\infty} \int_{B_r} e^{|x|+|y|} dx\, dy,$$

dove $B_r = \{(x, y) \in I\!R^2 \mid x^2 + y^2 \leq r^2\}$.
(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

1. Studiare i punti critici della funzione

   $$f(x, y) = (3x + y)e^{-xy}$$

   determinandone la natura. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2. Calcolare l'integrale

   $$\int_D y^2 dxdy$$

   dove $D = \{(x, y) \in I\!R^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \leq -x^2 + 1\}$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3. Stabilire se il campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\log(1+y), \frac{1+x}{1+y}\right)$$

ammette un potenziale e, in caso affermativo, determinarlo. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2006-2007 luglio II 2007

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1 Dati gli insiemi $A_1 = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid x < 0\}$, $A_2 = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid y > 0\}$, $A_3 = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid y - e^x \leq 1\}$, determinare $A = A_1 \cap A_2 \cap A_3$, dire se A risulta aperto o chiuso e scrivere l'insieme dei punti interni $\mathring{A}$ e dei punti di bordo ∂A.

.....

.....

.....

.....

2) Dati $a, b > 0$, sia $f : [a,b] \to I\!R$ una funzione di classe C^1 tale che $f'(x) > 1$ $\forall x \in]a,b[$. Sia $f(a) = a$. Dire se f ammette minimo in $[a,b]$ e, in caso affermativo, quale é il suo valore.
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

.....

3) Calcolare il limite

$$\lim_{x\to+\infty}[x - x^2 \lg(1+\frac{1}{x})]$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

1) Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico.

$$f(x) = \frac{\lg x}{1 + x \lg x}$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Disegnare la curva Γ la cui equazione in coordinate polari é

$$\rho = 1 - \cos\vartheta,$$

con $\vartheta \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Calcolare l'area della regione di piano compresta fra Γ e l'ase delle ordinate. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Sia dato il seguente Problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y' = 1 - e^{y^2} \\ y(0) = \alpha. \end{cases} \tag{7}$$

Dire per quali valori del parametro reale α la soluzione di tale problema risulta strettamente crescente. Inoltre, fissato un valore $\alpha > 0$, calcolare inf e sup della corrispondente soluzione. (Giustificare la risposta).

.....

.....

.....

.....

1. Studiare i punti critici della funzione

$$f(x,y) = (3x+y)e^{-xy}$$

determinandone la natura. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2. Calcolare l'integrale

$$\int_D y^2 dxdy$$

dove $D = \{(x,y) \in I\!R^2 : x^2+y^2 \leq 1, y \leq -x^2+1\}$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3. Stabilire se il campo vettoriale

$$F(x,y) = \left(\log(1+y), \frac{1+x}{1+y}\right)$$

ammette un potenziale e, in caso affermativo, determinarlo. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2006-2007 maggio 2007

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1 Dati gli insiemi $A_1 = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid x \geq 0\}$, $A_2 = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid y \geq 0\}$, $A_3 = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid x + y \leq 1\}$, determinare $A = A_1 \cap A_2 \cap A_3$, dire se A risulta aperto o chiuso e scrivere l'insieme dei punti interni $\mathring{A}$ e dei punti di bordo ∂A.

.....

.....

.....

.....

2) Sia $f : [0,1] \to I\!R$ una funzione continua. Dire quali implicazioni sussistono tra le seguenti affermazioni:
a) f é ingettiva;
b) f non ha punti di minimo o massimo locale interni;
c) f é strettamente monotona;
d) $f([0,1]) \subset [0,1]$;
e) $\min f_{x\in[0,1]} \geq 0$;
f) $\min f_{x\in[0,1]} = c > 0$;
Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

3) Calcolare, se esiste, il numero reale $\alpha > 0$ tale che:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^5 + \sqrt{x} \sin^3 x}{(\sqrt{x})^\alpha} = K \neq 0.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

1) Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - x|}{e^x} & \text{se } x \geq 0 \\ x e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Sia $A \in I\!R^{2,2}$ una matrice quadrata e sia $F(x) = Ax$ per ogni $x \in I\!R^2$. Quali condizioni deve soddisfare la matrice A affinché risulti $\int_\Gamma F(x) \cdot d\tau = 0$ per ogni curva chiusa $\Gamma \subset I\!R^2$? Giustificare la risposta.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

3) Calcolare l'integrale

$$\int_D x^{-3} e^{\frac{y}{x}} \, dx \, dy,$$

dove $D = [a, b] \times [0, 1]$ con $0 < a < b$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

1. Studiare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (3x + y)e^{-xy}$$

determinandone la natura. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2. Calcolare l'integrale
$$\int_D y^2 dxdy$$
dove $D = \{(x, y) \in I\!R^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \leq -x^2 + 1\}$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3. Stabilire se il campo vettoriale
$$F(x, y) = \left(\log(1 + y), \frac{1 + x}{1 + y}\right)$$
ammette un potenziale e, in caso affermativo, determinarlo. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2006-2007 settembre 2007

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Siano dati gli insiemi $A_1 = \{(x, y) \in I\!R^2 \mid 0 < y \leq x^2\}$, $A_2 = \{(x, y) \in I\!R^2 \mid y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$. Determinare $A = A_1 \cap A_2$, dire se A risulta aperto o chiuso e scrivere l'insieme dei punti di accumulazione di A, l'insieme dei punti interni $\mathring{A}$ e dei punti di bordo ∂A.

.....

.....

.....

.....

2) Sia $f : I\!R \to I\!R$ una funzione continua e sia $A \subset I\!R$ un sottoinsieme limitato. Dire quali delle seguentin affermazioni risultano vere.

1. $f(A)$ é chiuso;
2. $f(A)$ é limitato;
3. $f(A)$ é chiuso e limitato;
4. $f_{|A}$ é uniformrmrnte continua;

Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

. . . . . .

. . . . . .

3) Si consideri la funzione $f : I\!R \to I\!R$ data da $f(x) = x + x^3$. Mostrare che f é invertibile e, posto $g = f^{-1}$, calcolare $g'(0)$ e $g''(0)$.
(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

1) Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico.

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{|x(x-1)|}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Calcolare il seguente integrale.

$$\int_D \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}\, dxdy,$$

dove $D = B_1 \setminus B_2$ con

$$B_1 = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid (x - \frac{1}{2})^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}\},$$

$$B_2 = \{(x,y) \in I\!R^2 \mid x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}\}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2yy' = 1 + y^2 \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

1. Studiare i punti critici della funzione

$$f(x,y) = (3x + y)e^{-xy}$$

determinandone la natura. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2. Calcolare l'integrale
$$\int_D y^2 dxdy$$
dove $D = \{(x, y) \in I\!R^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \leq -x^2 + 1\}$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3. Stabilire se il campo vettoriale
$$F(x, y) = \left(\log(1 + y), \frac{1 + x}{1 + y}\right)$$
ammette un potenziale e, in caso affermativo, determinarlo. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica I per Ingegneria Edile M-Z

A.A. 2007-2008 Esonero Novembre 2007 Traccia A

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

1) Siano date le seguenti relazioni $\mathcal{R} = \{(3,4),(1,2),(0,2)\}$, $\mathcal{S} = \{(4,1),(3,2),(5,0)\}$. Calcolare $\mathcal{R}^{-1}$, $\mathcal{S}^{-1}$, $\mathcal{R}^{-1} \circ \mathcal{S}$, $\mathcal{S}^{-1} \circ \mathcal{R}$ e dire se tali relazioni sono funzionali.

.....

.....

.....

.....

2) Sia $f : [0, \frac{1}{2}] \to I\!R$ una funzione continua tale che $f(0) = 1$ e $f(\frac{1}{2}) < \frac{1}{4}$. Dire se l'equazione $f(x) - x^2 = 0$ ammette soluzioni in $]0, \frac{1}{2}[$. Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

.....

3) Siano dati $A = \{x \in I\!R \mid x|x+3| < 4\}$ e $B = \{x \in I\!R \mid x^2 - |x-2| > 0\}$. Dopo aver individuato gli insiemi A, B e $A \setminus B$ calcolare $\sup A$ e $\inf(A \setminus B)$ dicendo se sono massimo e/o minimo. Determinare, inoltre, l'insieme dei punti di accumulazione di $A \setminus B$.

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

4) Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\lg(1 + x + x^2)}{\sin x^2}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Risolvere la seguente equazione

$$|z|\bar{z} = 2i.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica I per Ingegneria Edile M-Z

A.A. 2007-2008 Esonero Novembre 2007 Traccia B

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

1) Siano date le seguenti relazioni $\mathcal{R} = \{(3,4),(2,2),(0,3)\}$, $\mathcal{S} = \{(4,1),(1,0),(3,0)\}$. Calcolare $\mathcal{R}^{-1}$, $\mathcal{S}^{-1}$, $\mathcal{R}^{-1} \circ \mathcal{S}$, $\mathcal{S}^{-1} \circ \mathcal{R}$ e dire se tali relazioni sono funzionali.

.....

.....

.....

.....

2) Sia $f : [0,1] \to [0,1]$ una funzione continua tale che $f(0) = 1$. Esiste $\bar{x} \in [0,1]$ tale che $f(\bar{x}) = \frac{1}{2}$? Cambia qualcosa se si aggiunge l'ipotesi $f(1) = 0$? Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

.....

3) Siano dati $A = \{x \in I\!R \mid \sqrt{x|x+2|} > 2x\}$ e $B = \{x \in I\!R \mid |x-1| < \frac{1}{2}\}$. Dopo aver individuato gli insiemi A, B e $A \cap B$ calcolare $\inf A$ e $\inf B$ e $\sup(A \cap B)$ dicendo se sono minimo e/o massimoo. Determinare, inoltre, l'insieme dei punti di accumulazione di $A \cap B$.

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

4) Dire se esiste il seguente limite

$$\lim_{x \to \pi} \frac{\sin x}{|x - \pi|}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Risolvere la seguente equazione

$$z^2 + z\bar{z} = 1 + i.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica I per Ingegneria Edile M-Z

A.A. 2007-2008 Appello I Febbraio 2008 Traccia A

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

Modulo I

1) Siano date le funzioni

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x^2 - 4|}}$$

$$g(x) = \arcsin x$$

Determinare l'insieme di definizione della funzione $h = g \circ f$.

.....

.....

.....

2) Calcolare, se esistono, i valori di m e q per cui é vero che

$$\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{2x^3 - x^2}{2x^2 - 1} - mx - q \right) = 0.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Sia $f : [0, 1] \to I\!R$ una funzione continua. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

1. Esiste $c \in I\!R$ tale che $f(x) \geq c \ \forall x \in [0, 1]$.
2. Esiste $c \geq 0$ tale che $\min |f(x)| = c$.
3. Esiste $x_0 \in [0, 1]$ tale che $f'(x_0) = 0$.

Giustificare le risposte.

.....

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Modulo II

1) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = (2x^2 - x + 1)e^x$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Si considerino le funzioni

$$f(x) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{\cos^2 x} + 2\right)\tan x,$$

$$g(x) = \frac{1}{3}\tan^3 x + \tan x + 3.$$

Si verifichi che le derivate delle funzioni sono uguali. La verifica eseguita basta per affermare che $f = g$? In caso contrario si determini la relazione tra le due funzioni esplicitando quali sono i teoremi utilizzati per ricavarla. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Siano f e g due funzioni reali definite sull'intervallo $[0, 1]$ ivi continue e derivabili in $]0, 1]$. Se $f(x) > 0$, $g(x) > 0$ in $]0, 1]$ e se $f(0)g(0) = 0$, mentre $f(1)g(1) = 1$, esiste un punto x_0 tale che

$$D(\lg f)(x_0) + D(\lg g)(x_0) = 1?$$

Giustificare le risposte.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica I per Ingegneria Edile M-Z

A.A. 2007-2008 Appello I Febbraio 2008 Traccia B

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Siano date le funzioni

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x^2 - 4|}}$$

$$g(x) = \arcsin x$$

Determinare l'insieme di definizione della funzione $h = g \circ f$.

.....

.....

.....

2) Calcolare, se esistono, i valori di m e q per cui é vero che

$$\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{2x^3 - x^2}{2x^2 - 1} - mx - q \right) = 0.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Sia $f : [0, 1] \to I\!R$ una funzione continua. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

1. Esiste $c \in I\!R$ tale che $f(x) \geq c \ \forall x \in [0, 1]$.
2. Esiste $c \geq 0$ tale che $\min |f(x)| = c$.
3. Esiste $x_0 \in [0, 1]$ tale che $f'(x_0) = 0$.

Giustificare le risposte.

.....

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Modulo II

1) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{2x^3}{1+x^3}$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Si considerino le funzioni

$$f(x) = (1 + \sin x - \cos x)^2 + (1 - \sin x + \cos x)^2$$

$$g(x) = 2(1 - \sin 2x).$$

Si verifichi che le derivate delle funzioni sono uguali. La verifica eseguita basta per affermare che $f = g$? In caso contrario si determini la relazione tra le due funzioni esplicitando quali sono i teoremi utilizzati per ricavarla. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Sia $f : [a, b] \to I\!R$ una funzione continua e derivabile in $[a, b]$ tale che $f(a)f(b) < 0$. L'equazione $f(x) = 0$ ammette soluzioni? In caso affermativo é possibile conoscere il numero di tali soluzioni? Cambia qualcosa se la funzione é derivabile con derivata prima continua e mai nulla in $[a, b]$?

Giustificare le risposte.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2007-2008 Appello 2, Febbraio 2008 Traccia A

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Siano date le funzioni

$$f(x) = 2 - |x - |x^2 + x + 1||$$

$$g(x) = \log x$$

Determinare l'insieme di definizione della funzione $h = g \circ f$.

.....

.....

.....

2) Sia $f : [0, 1[\to I\!R$ una funzione continua. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

1. Esiste $c \in I\!R$ tale che $f(x) \geq c \ \forall x \in [0, 1[$.
2. Esiste $c \geq 0$ tale che $|f(x)| = c$.

Cambia qualcosa se f ammette un prolungamento continuo su $I\!R$? Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

3) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \left| \frac{x^2 - 4x + 3}{x} \right|$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$2yy' = 1 + y^2, \quad y(1) = 1.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Calcolare il seguente integrale

$$\int_D \frac{x^2 + xy^2}{y^3} dx\, dy,$$

$$D = \{(x, y) \in I\!R^2 |\ \frac{1}{2} \leq \frac{x^2}{y} \leq 1, \frac{1}{2} \leq \frac{x}{y} \leq 1\}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Per ogni $k \in I\!R$, sia $F : I\!R^2 \to I\!R^2$ definita da

$$F_k(x, y) = (k\frac{x^2}{y}, y^2 + kx^2).$$

Discutere, al variare di $k \in I\!R$ il problema

$$\text{Minimizzare } \varphi(x, y) = \det JF.$$

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2007-2008 Appello 2, Febbraio 2008 Traccia A

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

MODULO I

1) Siano date le funzioni

$$f(x) = 1 - \left|\frac{2x-1}{x-1}\right|$$

$$g(x) = \log x$$

Determinare l'insieme di definizione della funzione $h = g \circ f$.

.....

.....

.....

2) Sia $f : [0,1[\to I\!R$ una funzione continua. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

1. Esiste $c \in I\!R$ tale che $f(x) \geq c \ \forall x \in [0,1[$.
2. Esiste $c \geq 0$ tale che $|f(x)| = c$.

Cambia qualcosa se f ammette un prolungamento continuo su $I\!R$? Giustificare le risposte.

.....

.....

.....

.....

3) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \left| \frac{x^2 - 4x + 3}{x} \right|$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$2yy' = 1 + y^2, \quad y(1) = 1.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Calcolare il seguente integrale

$$\int_D \frac{x^2 + xy^2}{y^3} dx\, dy,$$

$$D = \{(x, y) \in I\!R^2 |\ \frac{1}{2} \leq \frac{x^2}{y} \leq 1, \frac{1}{2} \leq \frac{x}{y} \leq 1\}.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Per ogni $k \in I\!R$, sia $F : I\!R^2 \to I\!R^2$ definita da

$$F_k(x, y) = (k\frac{x^2}{y}, y^2 + kx^2).$$

Discutere, al variare di $k \in I\!R$ il problema

$$\text{Minimizzare } \varphi(x, y) = |\text{div} F|^2.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).