

## *Capitolo sesto*

---

# *Modellazione numerica*



La modellazione numerica è un espediente atto ad ottenere una riproduzione della struttura che si vuole studiare. A tal proposito, è bene ricordare che attraverso un'operazione di questo tipo possono essere affrontati due tipi di problema:

- Il problema di analisi o problema diretto: consiste nel determinare le sollecitazioni e deformazioni di un sistema soggetto a carichi, siano essi statici o dinamici. Tale approccio viene utilizzato per la progettazione di una struttura e lo si applica fino a ch  non si raggiungono le condizioni prefissate o il livello di sicurezza richiesto in sede di progetto.
- Il problema di identificazione o problema inverso: conoscendo la risposta di un sistema a certe sollecitazioni, se ne vogliono determinare le caratteristiche strutturali.

Entrambi i problemi, sono analizzabili con un modello numerico, inteso come una “rappresentazione degli aspetti essenziali di un sistema esistente o da costruire, la quale contiene informazioni sul sistema in modo che queste possano essere utilizzate ai fini pratici” [38].

In base agli obiettivi e agli scopi che si vuole raggiungere il modello numerico   pi  o meno accurato. Nel caso analizzato   stato affrontato il problema inverso: infatti conoscendo la risposta della struttura grazie alle prove sperimentali, sono stati tarati alcuni parametri, in modo tale che la risposta del modello numerico fosse il pi  possibile aderente ai risultati sperimentali. La taratura del modello   avvenuta tramite le frequenze proprie e le forme modali della struttura. Una volta eseguita questa prima identificazione e l'intervento sulla struttura, sono stati svolti nuovamente i test e le operazioni di identificazione. Lo scopo di tutto   riuscire a determinare la localizzazione del danno attraverso la sensibilit  di alcuni parametri.

Per la modellazione numerica della struttura   stato utilizzato il codice di calcolo ad elementi finiti Ansys<sup>®</sup>.

---

## *Criterio di identificazione dinamica*

---

Le tecniche di identificazione strutturale utilizzate per la soluzione di casi concreti sono molteplici. Solitamente tali tecniche si appoggiano ad un criterio di errore, attraverso cui stimare la discrepanza tra modello e realtà sperimentale. I lavori di questo genere possono essere classificati in base a:

1. Tipo di modello:
  - parametrico;
  - non parametrico.
2. Criterio adottato nella funzione obiettivo in dipendenza della funzione statistica delle grandezze in gioco<sup>29</sup>:
  - metodo dei minimi quadrati;
  - metodo di massima verosimiglianza;
  - metodi bayesiani.
3. Natura della risposta sperimentale:
  - parametri modali;
  - storia temporale;
  - spettri di risposta e funzioni di trasferimento.
4. Natura dell'approccio risolutivo:
  - inverso;
  - diretto.

Per l'identificazione dinamica è stato adottato un modello parametrico, ed è stato effettuato un confronto sulla base dei parametri modali.

---

<sup>29</sup> Per un maggior approfondimento si veda [2], [29].

Di seguito è rappresentato un diagramma di flusso in cui sono state indicate le operazioni svolte per giungere al risultato finale della modellazione numerica:

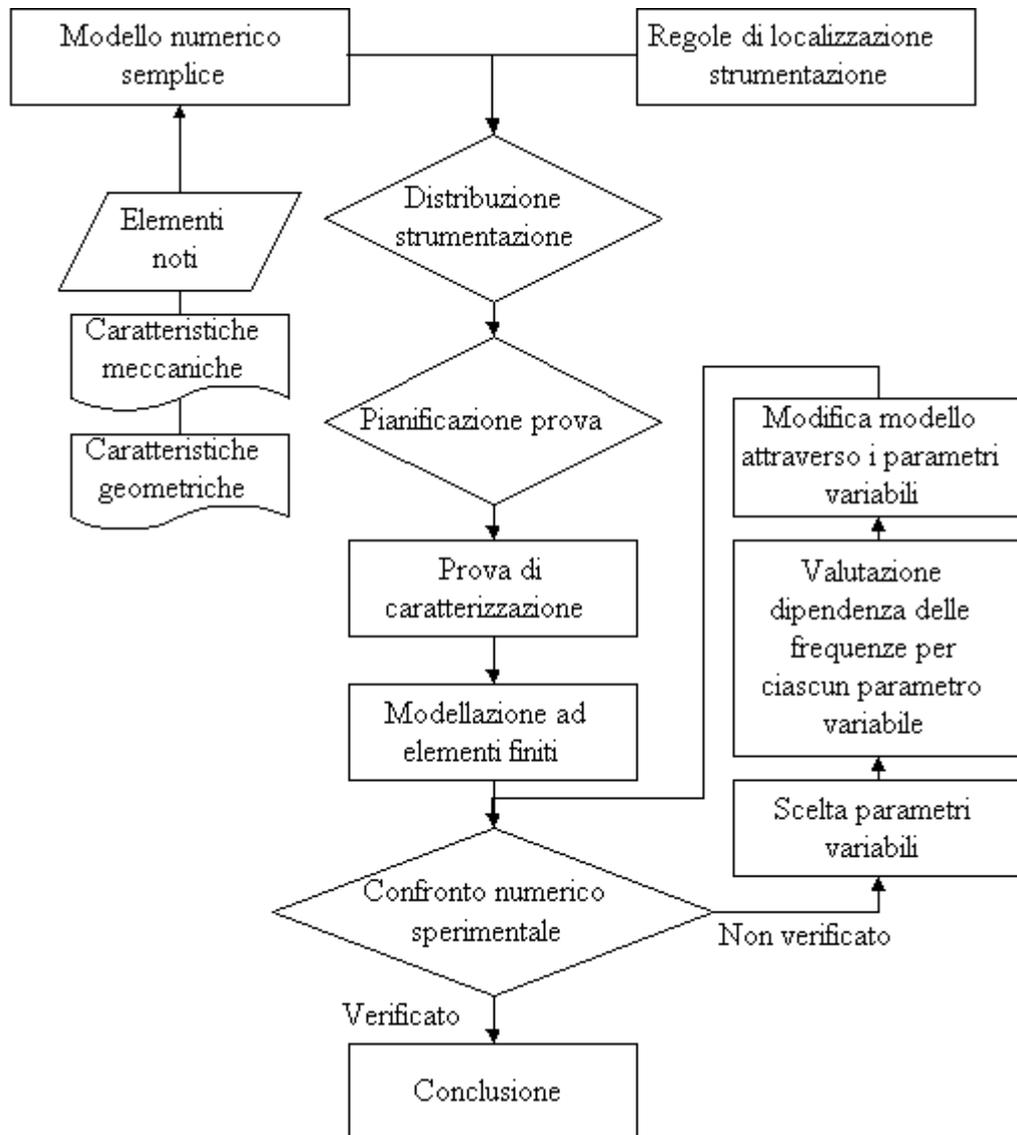


Figura 60 - Flow chart del lavoro svolto per giungere all'identificazione della struttura.

Nello svolgimento del lavoro i parametri che hanno maggiormente influenzato l'identificazione sono: il modulo elastico della calcarenite, la posizione del danno e il relativo modulo elastico. Tra questi parametri è stata fissata la posizione delle lesioni, che, derivando da un rilievo effettuato in loco, può essere considerata un parametro meno incerto rispetto agli altri. Durante la localizzazione del danno nel modello è stato possibile notare l'importanza di un'individuazione corretta del danno, in quanto la struttura, in particolare modo nel caso di lesioni di una certa

entità, ne risente notevolmente. Una volta “posizionato il danno” è iniziata la fase di identificazione. Rimasti come parametri il modulo elastico della calcarenite e del danneggiamento, sono state eseguite delle analisi facendo variare un solo parametro alla volta, in modo tale da comprendere l'influenza di questo sul comportamento della struttura. Una volta individuata la dipendenza dai singoli parametri si è agito su entrambi fino ad ottenere i valori delle frequenze sperimentali e la relativa corrispondenza delle forme modali.

## *Il modello di palazzo Geraci*

---

Nel caso in esame il problema consiste nella modellazione di una parete in calcarenite vincolata a piastre metalliche che poggiano direttamente sul terreno. Tali appoggi per la loro rigidità e solidità costituiscono un incastro per la parete; il modello risulta inoltre isolato, cioè non a contatto con altre strutture. Da un punto di vista puramente geometrico le operazioni di modellazione sono semplici, fatta eccezione per la parte ad arco sopra l'apertura principale. Considerando la dimensione, vuoto per pieno, della facciata, risulta una parete di 8.0 m di lunghezza per 4.0 di larghezza con uno spessore di 0.7 m. Tali dimensioni in conseguenza delle sollecitazioni imposte alla struttura fanno pensare ad uno stato piano di tensione. Per tale motivo è stato realizzato agli elementi finiti un modello piano. D'altronde, uno degli scopi della tesi è quello di valutare l'efficacia di modelli "semplici" per l'identificazione dinamica di una struttura, per cui l'ipotesi di modello piano risulta pienamente giustificata e, come si vedrà dai risultati, valida.

Prima di iniziare i test sperimentali è stato realizzato in Ansys un modello piuttosto semplice, allo scopo di evidenziare in via qualitativa le forme modali. Con tali risultati e con le regole di localizzazione della strumentazione è stato così possibile studiare in maniera accurata la disposizione della strumentazione. In seguito ad un'analisi di convergenza sul modello, è stata infittita la mesh, utilizzando come parametro di confronto il valore delle frequenze proprie, fino ad arrivare a quella utilizzata per l'identificazione, per cui l'errore era trascurabile.

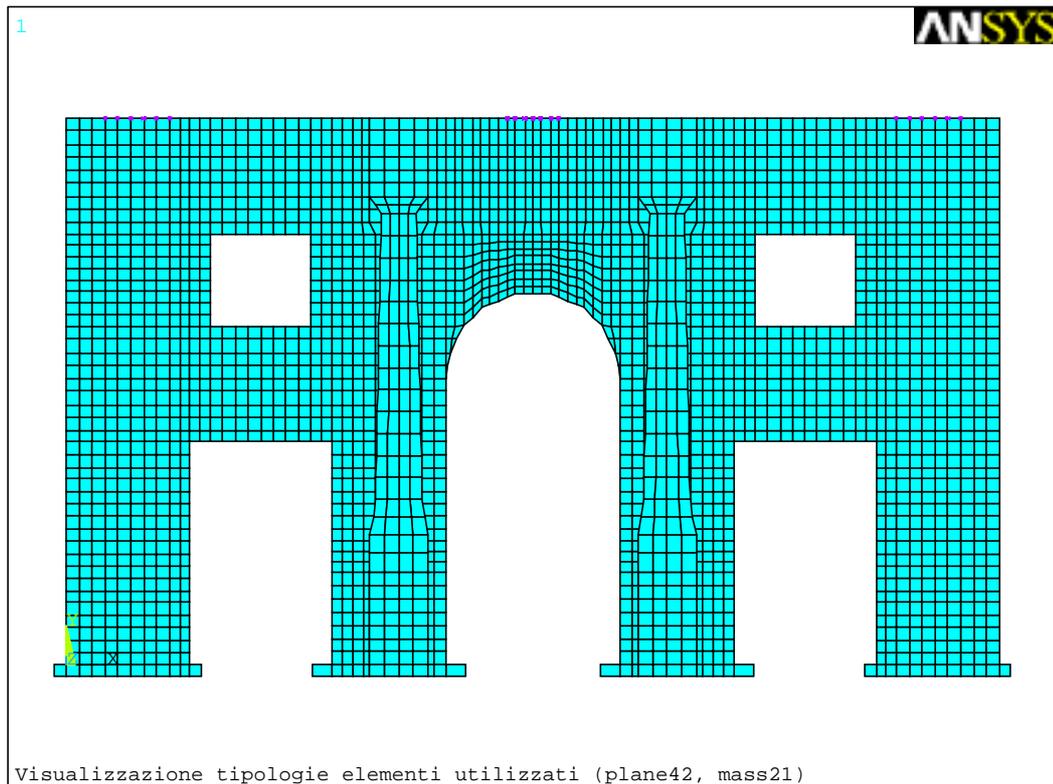


Figura 61 – Visualizzazione delle tipologie di elementi utilizzati per la modellazione. Sulla sommità della facciata i puntini viola rappresentano gli elementi MASS21.

Per la modellazione sono state utilizzate due tipologie di elementi:

- PLANE42 per la rappresentazione dell'intera struttura;
- MASS21 per considerare il contributo fornito dalle piastre di attacco dello shaker sulla parte terminale della struttura e la massa dello shaker stesso.

Di seguito sono riportate le caratteristiche del modello numerico. È stato scelto di descrivere prima le costanti reali piuttosto che le caratteristiche dei materiali, perché, mentre le prime sono note, e necessitano pertanto solo di una modellazione corretta, le seconde derivano dal processo di identificazione svolto.

### *Le costanti reali del modello numerico*

Le costanti reali del modello realizzato dipendono dalla tipologia di elemento utilizzato per la modellazione stessa. Pertanto per il PLANE42 la costante è lo spessore dell'elemento, mentre per il MASS21 la massa. Gli spessori assunti sono quelli reali della struttura, gli unici accorgimenti sono stati presi per le traversine in legno e per le colonne. Le traversine in legno (dimensione 10x10x150 cm) sono

quattro per ogni apertura, intervallate da una distanza di 10 cm; per la costante reale è stato assunto il valore di 40 cm, cioè come se fossero un unico blocco.

Per le colonne il calcolo è stato piuttosto interessante, infatti esse sono elementi tronco conici, e rappresentarne il comportamento dinamico in maniera corretta attraverso un'unica dimensione non era possibile; si è ricorso allora ad un piccolo espediente: tenendo conto dei fattori che influenzano il comportamento dinamico, ossia la rigidità della colonna e la sua massa, e operando su un sistema di due equazioni in due incognite, sono stati ricavati i valori di larghezza e di densità, tali da ottenere una colonna quadrata con stesso momento d'inerzia e massa dell'originale.

Elemento costruttivo	Elemento	Materiale <sup>30</sup>	Costante reale
1 – Blocchi in calcarenite	Plane 42	1 - 4	0.700
2 – Colonne	Plane 42	5	0.206
3 – Traversine in legno	Plane 42	2	0.400
4 – Basi di metallo	Plane 42	3	2.000
5 – Capitelli superiori e inferiori	Plane 42	5	0.265
6 – Architrave e base delle colonne	Plane 42	4 - 1	0.500
7 – Blocco sopra colonne	Plane 42	4	1.200
8 – Parte più in alto	Plane 42	1	1.400
9 – Base bassa delle colonne	Plane 42	1	1.300
10 – Masse centrali: piastra attaccata alla struttura	Mass21	3	8.420
11 – Masse centrali: shaker più supporto per connessione alla piastra della struttura	Mass21	3	15.000
12 – Masse laterali	Mass21	3	9.830

Tabella 4 - Valori associati alle costanti reali.

Per le parti che sporgono dal piano della facciata, ad esempio le basi delle colonne, si è agito direttamente sul valore della costante reale, aumentandone il valore rispetto a quello del resto della facciata. La colonna, non essendo direttamente collegata al piano della facciata, presenta una sovrapposizione di elementi con quest'ultima. Questo fatto si verifica anche per gli elementi colorati in verde nella figura 62, in quanto staccati anche dal resto della facciata.

<sup>30</sup> L'elenco dei materiali è riportato nella pagina seguente.

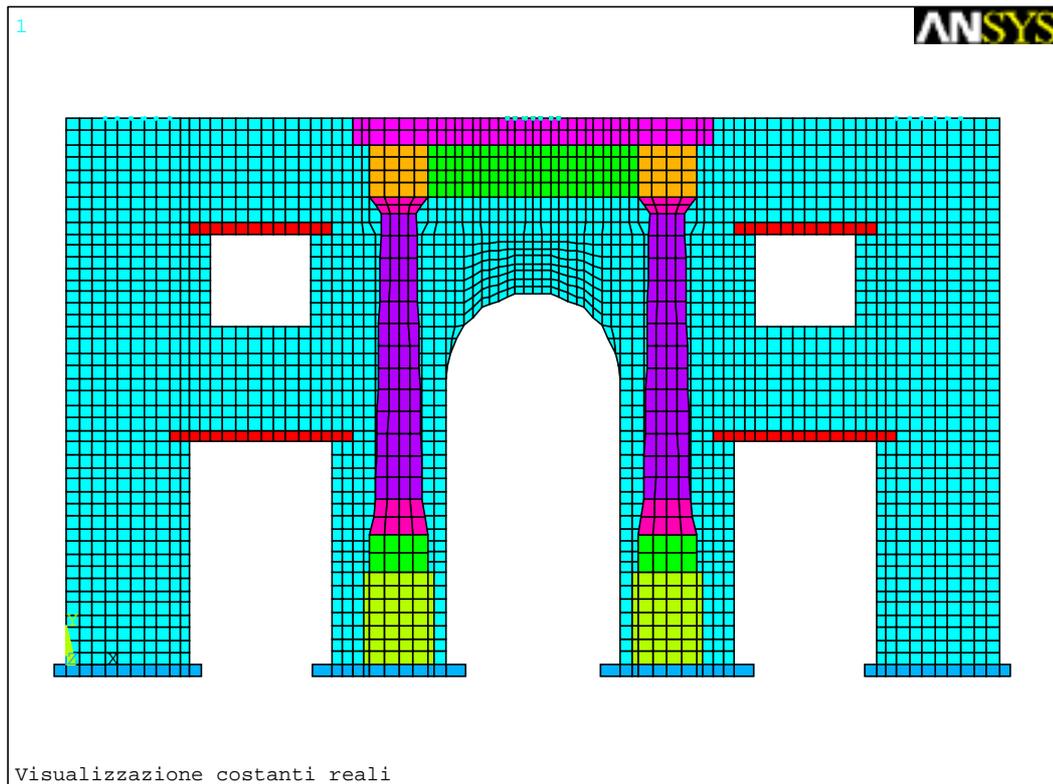


Figura 62 - Rappresentazione delle costanti reali.

### *L'identificazione delle caratteristiche meccaniche del modello*

Nel seguito si riporta il risultato dell'identificazione svolta sul modello di Palazzo Geraci grazie al confronto con i risultati sperimentali.

Le caratteristiche meccaniche dei materiali utilizzate per il modello, in altre parole il modulo elastico di Young, il coefficiente di Poisson e la densità sono riportati in tabella 5.

Materiale	$E_x$ [N/m <sup>2</sup> ]	$\nu_{xy}$	Dens [kg/m <sup>3</sup> ]
1 – Calcarenite	8.8E+08	0.2	1630
2 – Legno	5.00E+09	0.4	510
3 – Acciaio	2.00E+11	0.3	7950
4 – Calcarenite	3.33E+08	0.2	2190

Tabella 5 – Proprietà dei materiali.

Tali valori sono il risultato del processo di identificazione. Come si può notare il numero di materiali utilizzati è superiore a quello effettivo (tre sono i materiali della

struttura: acciaio, calcarenite e legno), per riuscire a simulare al meglio il comportamento dinamico della struttura. Infatti per le colonne è stato necessario abbassare notevolmente il valore del modulo elastico. In conseguenza del fatto che le colonne sono costituite da elementi monolitici posti uno sopra l'altro praticamente a secco, pertanto è come se fossero danneggiate. Questo causa una diminuzione della rigidità, rappresentabile con una variazione del modulo elastico.

Anche la calcarenite dei blocchi della struttura ha un valore del modulo elastico diverso da quello riportato nel paragrafo "Prove di compressione semplice su provini di calcarenite" a pag. 96: il valore indicato deriva da prove su un blocco di calcarenite, per il modello fisico invece la situazione è leggermente differente perché si analizza un'intera parete e di conseguenza il modulo elastico senz'altro più basso per l'effetto negativo indotto dalla presenza dei giunti.

Il danneggiamento è intervenuto nella taratura del modello in seguito ai rilievi eseguiti sulla struttura<sup>31</sup>. Poiché l'analisi modale è di tipo lineare non serve a nulla l'utilizzo di legami costitutivi non lineari; quindi, per la modellazione del danno si è scelto di attribuire alla zona danneggiata un modulo elastico inferiore a quello del materiale integro. Così facendo si ritiene di poter simulare in maniera corretta la presenza del danno strutturale, essendo quest'ultimo nient'altro che una perdita di rigidità della zona dove è localizzato e pertanto rappresentabile con una variazione locale del modulo elastico. A tale proposito è stato introdotto un nuovo materiale, indicato con il numero 5, con le seguenti caratteristiche:

Materiale	$E_x$ [N/m <sup>2</sup> ]	$\nu_{xy}$	Dens[kg/m <sup>3</sup> ]
5 – Calcarenite	1.77E+06	0.2	1630

Tabella 6 – Caratteristiche meccaniche del danneggiamento.

In figura 63 è riportata la posizione e l'etichetta dei materiali considerati per la modellazione nonché la localizzazione delle lesioni.

<sup>31</sup> L'identificazione dinamica è stata fatta sul modello così ottenuto, tenendo quindi conto del danneggiamento.

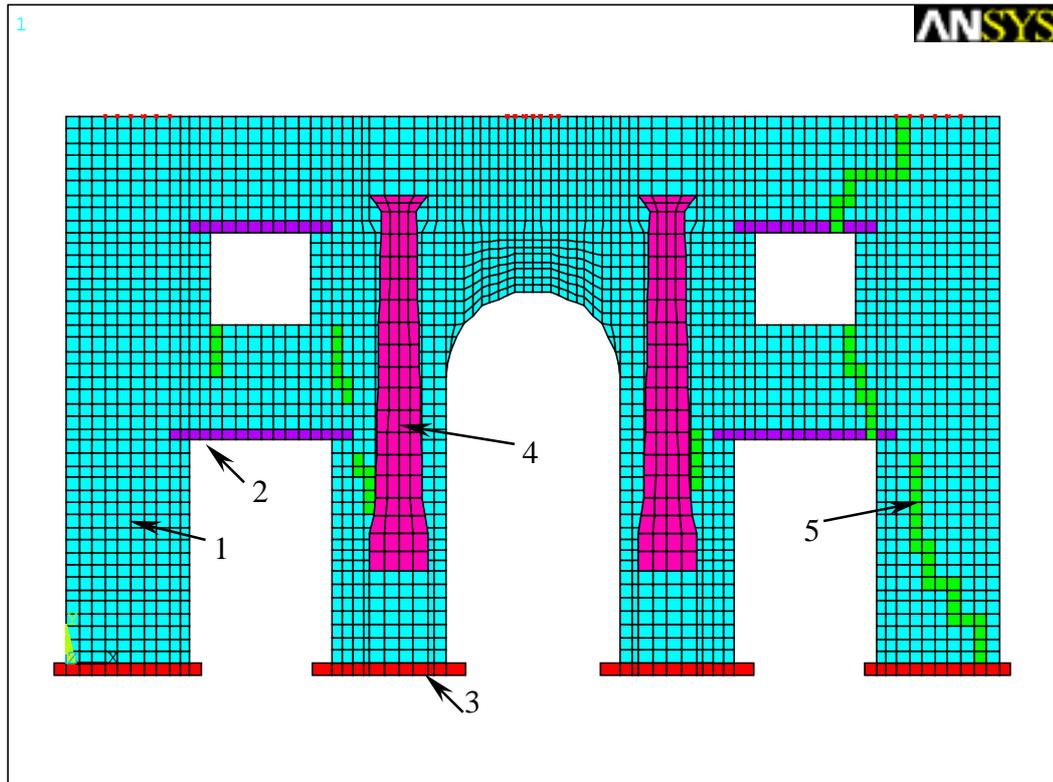


Figura 63 - Visualizzazione delle diverse tipologie di materiale e indicazione del numero d'identificazione. In verde le lesioni introdotte sulla base del rilievo effettuato in situ.

## Le forme modali pre-intervento

Le forme modali associate alle frequenze attraverso la densità spettrale di potenza sono state ottenute con l'utilizzo di routine programmate in Matlab<sup>®</sup>. Per determinarle sarebbe stato possibile utilizzare il metodo già descritto in Analisi dei dati a pag. 69, ma purtroppo non è stato registrato il segnale d'impatto del martello per calcolare le funzioni di trasferimento. Per questo motivo è stato utilizzato un altro metodo che consiste nel considerare ciascuna frequenza singolarmente e, con l'utilizzo del programma Matlab<sup>®</sup>, è stato realizzato un filtro passa-banda tale da isolare la frequenza corrispondente a quel picco. Una volta filtrati i segnali, è stato assunto un accelerometro come riferimento ed è stata rappresentata la relazione tra quest'ultimo e tutti gli altri. Le figure così ottenute sono utili per dedurre informazioni circa la deformata qualitativa della struttura. Una situazione come quella di figura 64, a sinistra, indica che i due accelerometri si stanno muovendo nella stessa direzione (concordi), mentre a destra è rappresentato il caso opposto (discordi). Purtroppo possono presentarsi casi intermedi per cui non è facile dare un

giudizio; ne sono riportati degli esempi in figura 65, dove a sinistra è rappresentata una situazione piuttosto incerta e a destra un grafico indicante che i due segnali non sono correlati tra loro.

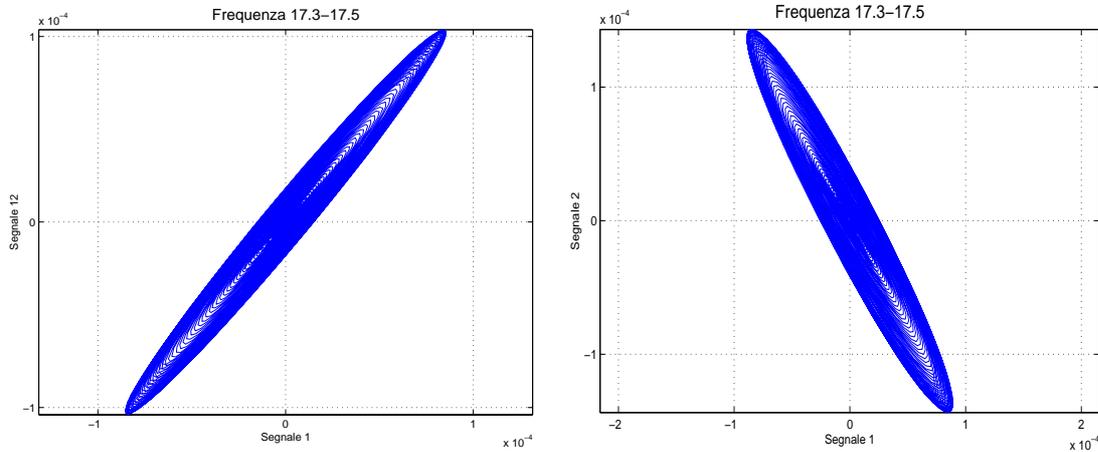


Figura 64 – Rappresentazioni accelerazione-accelerazione. A destra segnali tra loro concordi, a sinistra discordi.

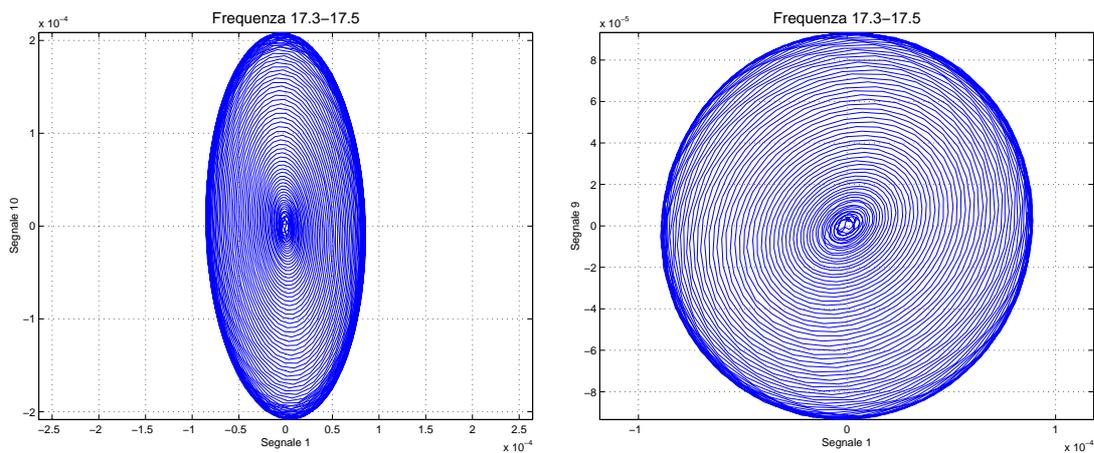


Figura 65 - Rappresentazioni accelerazione-accelerazione. A sinistra segnali la cui utilità è incerta, a destra, invece, segnali non correlati.

L'operazione di filtraggio e analisi descritta è stata svolta sia per i test con il rumore ambientale, sia per le prove con il martello. La rappresentazione delle forme modali sperimentali è stata realizzata indicando sulla facciata del palazzo, per mezzo di frecce, la direzione di spostamento di ogni accelerometro rispetto agli altri. Dove è stato indicato l'accelerometro con una croce è perché il comportamento non è comprensibile (si ottengono in pratica delle forme tipo quella rappresentata in figura 65). In questi casi il confronto con il modello numerico è basato solo sui segnali certi

e per gli altri si ipotizza un comportamento come quello indicato dal modello numerico.

Di seguito è riportato il confronto tra i risultati sperimentali e quelli numerici, sia dal punto di vista delle frequenze proprie di vibrazione sia delle forme modali della struttura.

Modo	Sperimentale [Hz]	Numerico [Hz]	Modo	Sperimentale [Hz]	Numerico [Hz]
1	7.5	7.5	5	25.2	19.7
2	14.2	14.2	6		24.1
3	15.6	15.6	7		27.0
4	16.5	15.8			

*Tabella 7 – Confronto frequenze sperimentali – numeriche pre-intervento.*

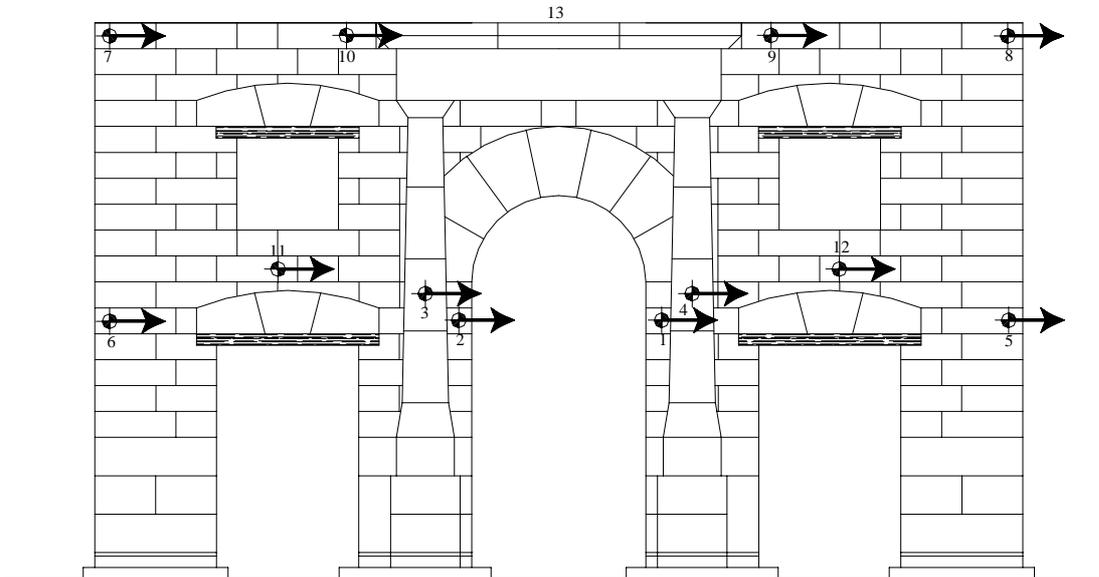


Figura 66 - Primo modo sperimentale di vibrare, corrispondente alla frequenza di 7.5 Hz.

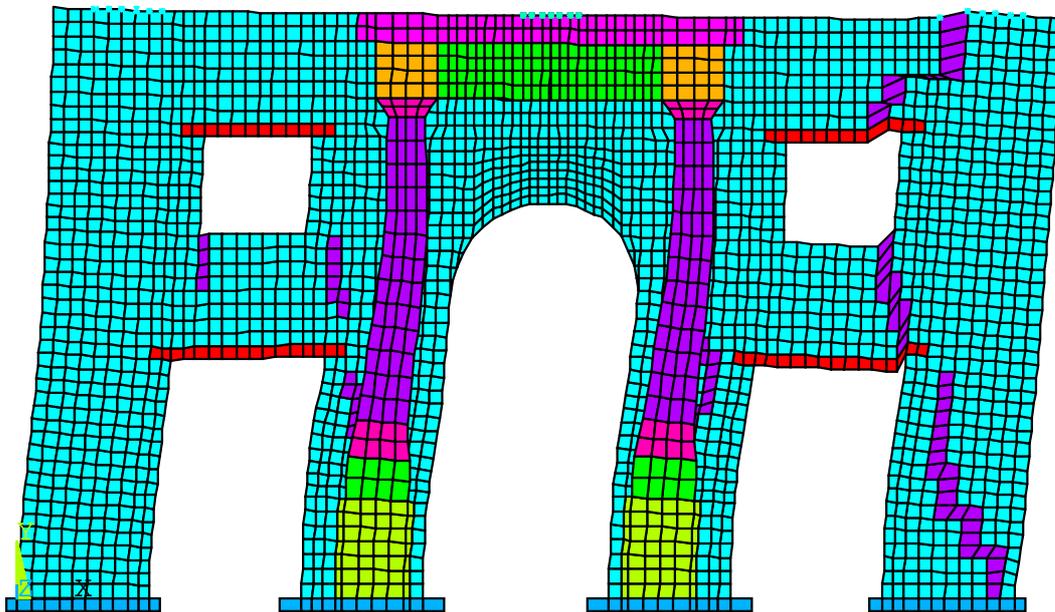


Figura 67 - Primo modo numerico di vibrare, corrispondente alla frequenza di 7.5 Hz.

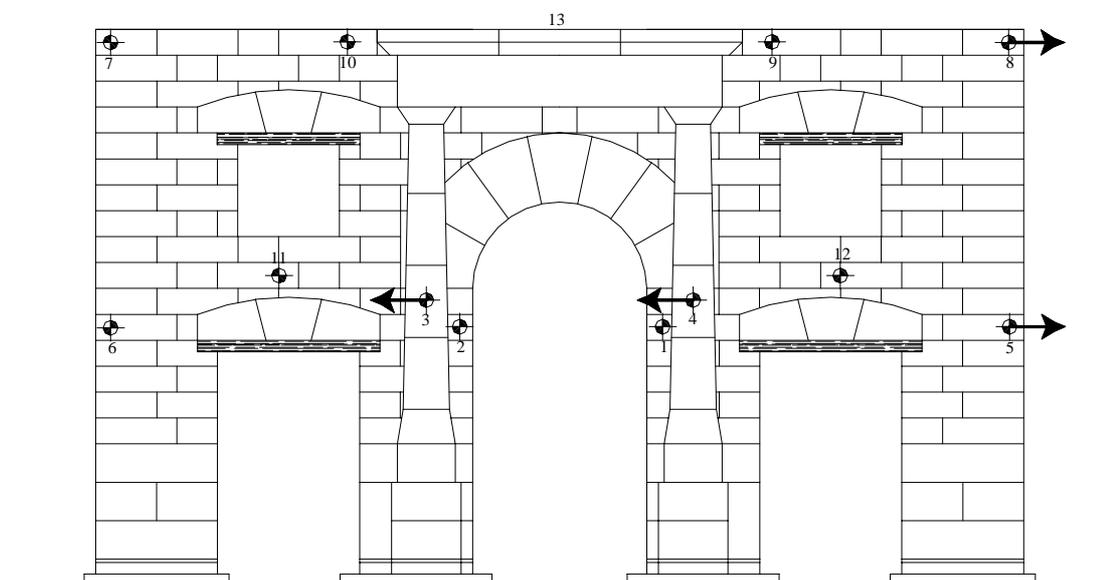


Figura 68 - Secondo modo sperimentale di vibrare, corrispondente alla frequenza di 14.2 Hz.

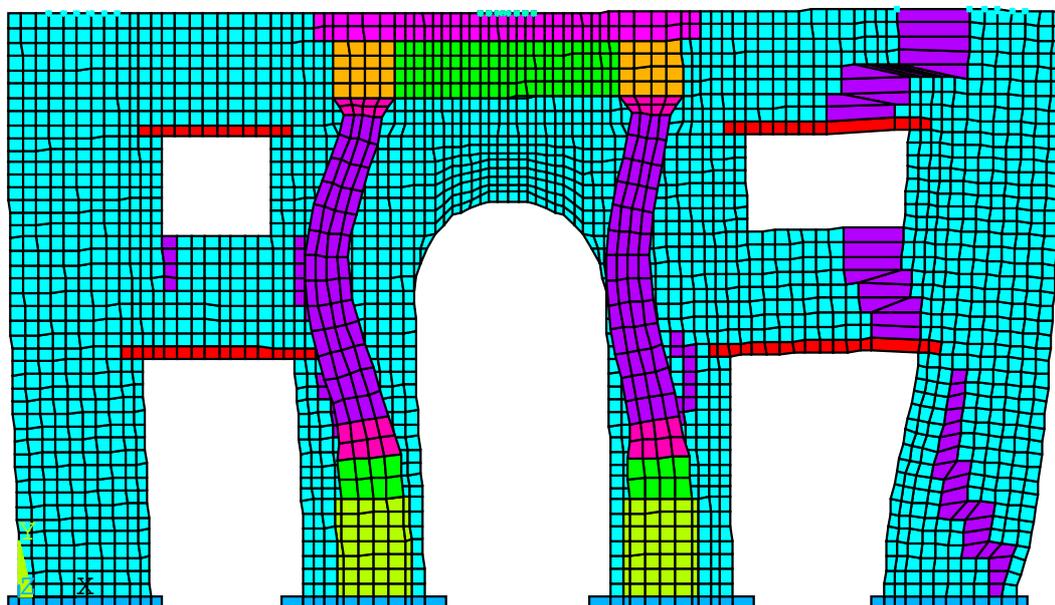


Figura 69 - Secondo modo numerico di vibrare, corrispondente alla frequenza di 14.2 Hz.

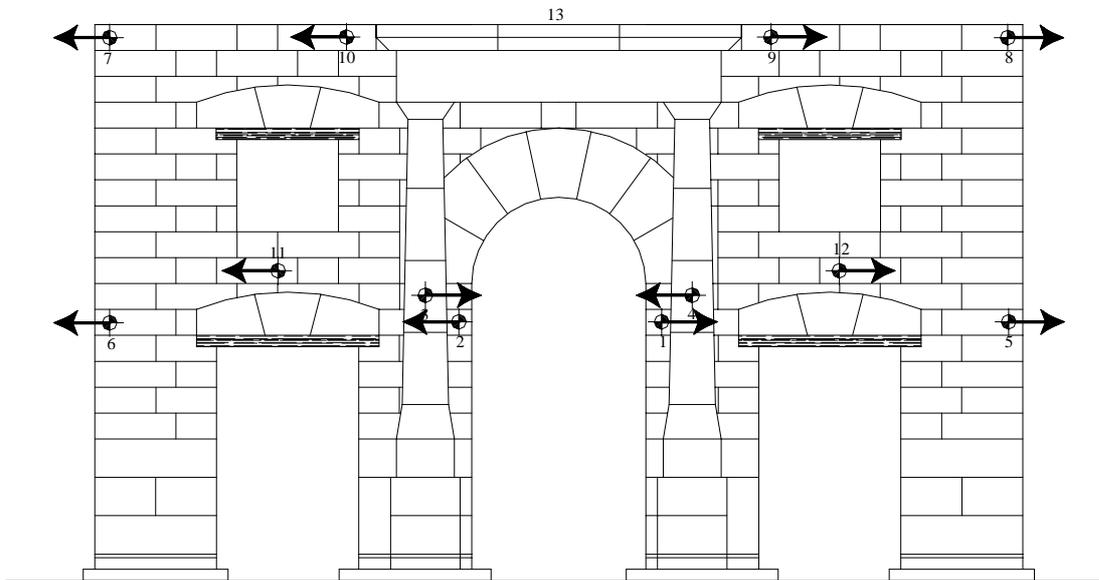


Figura 70 - Terzo modo sperimentale di vibrare, corrispondente alla frequenza di 15.6 Hz.

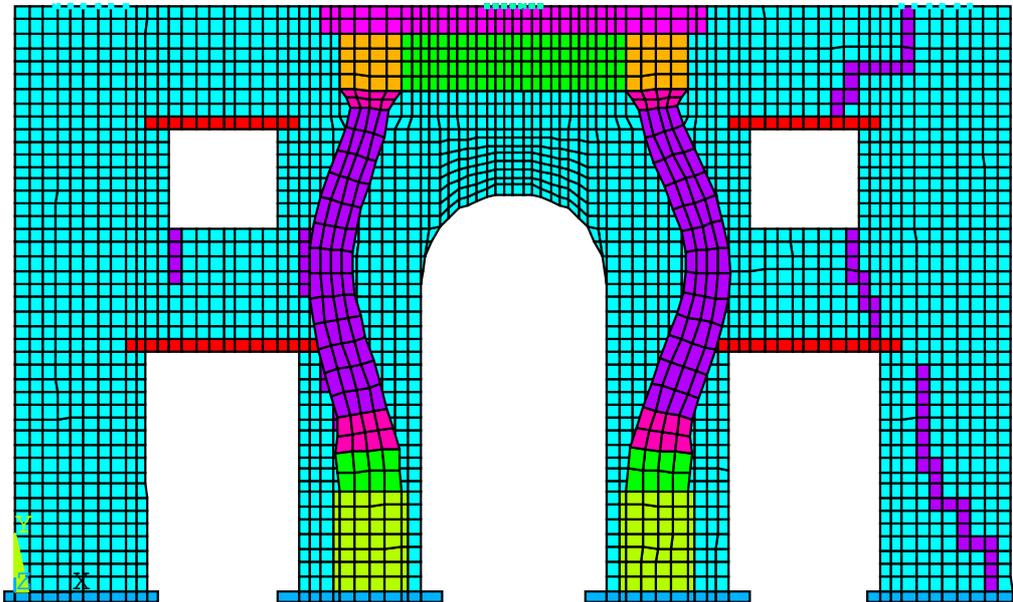


Figura 71 - Terzo modo numerico di vibrare, corrispondente alla frequenza di 15.6 Hz.

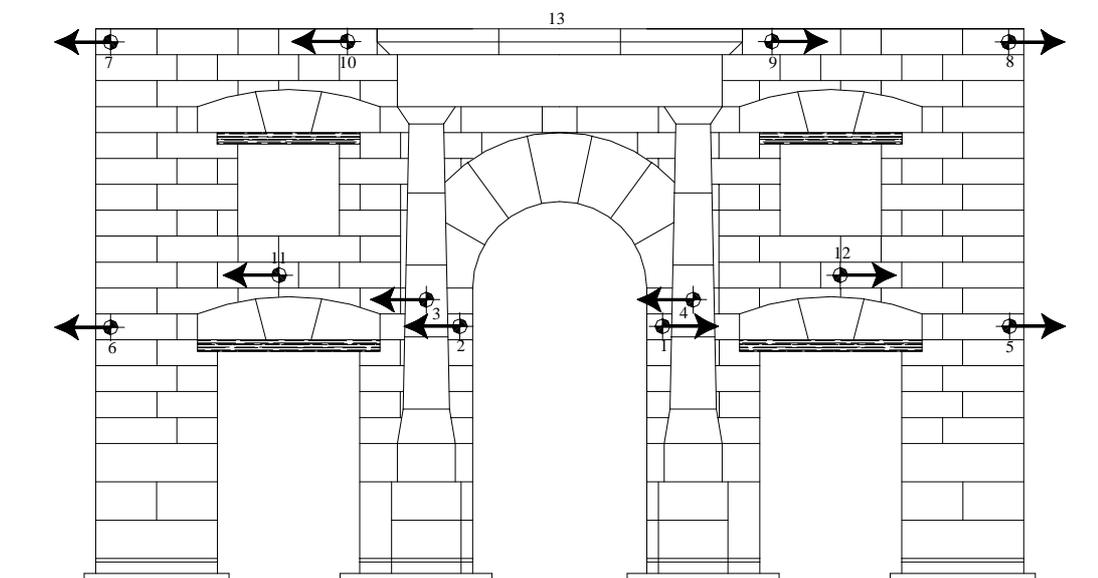


Figura 72 - Quarto modo sperimentale di vibrare, corrispondente alla frequenza di 16.5 Hz.

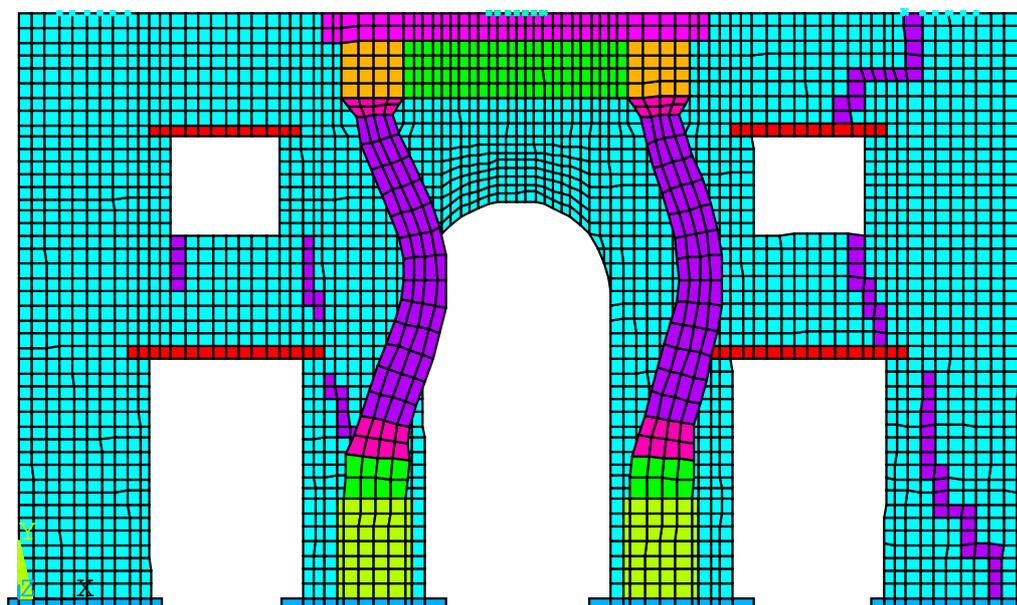


Figura 73 - Quarto modo numerico di vibrare, corrispondente alla frequenza di 15.8 Hz.

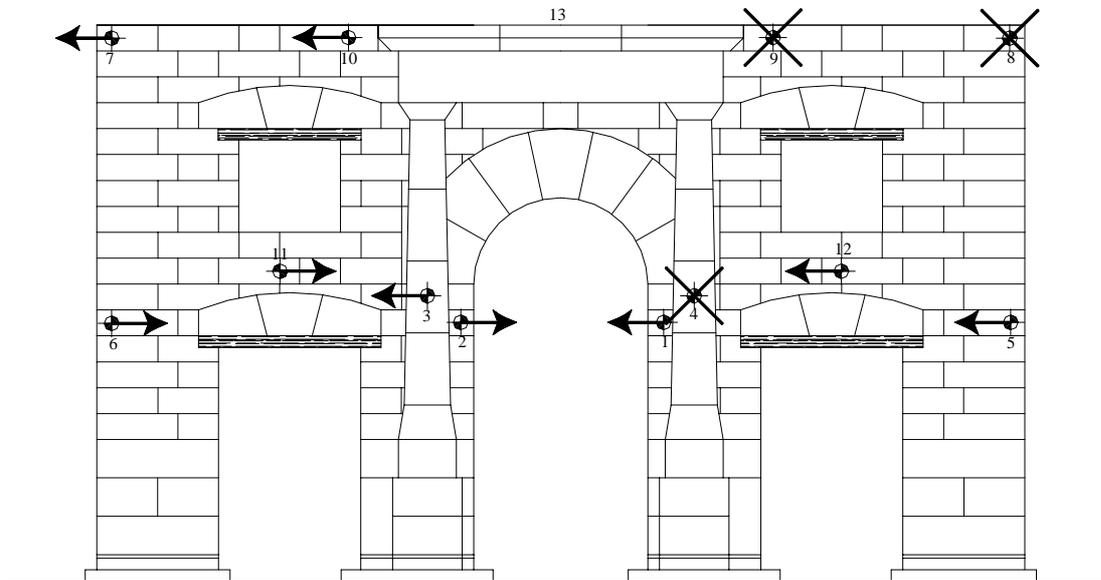


Figura 74 - Quinto modo sperimentale di vibrare, corrispondente alla frequenza di 25.2 Hz.

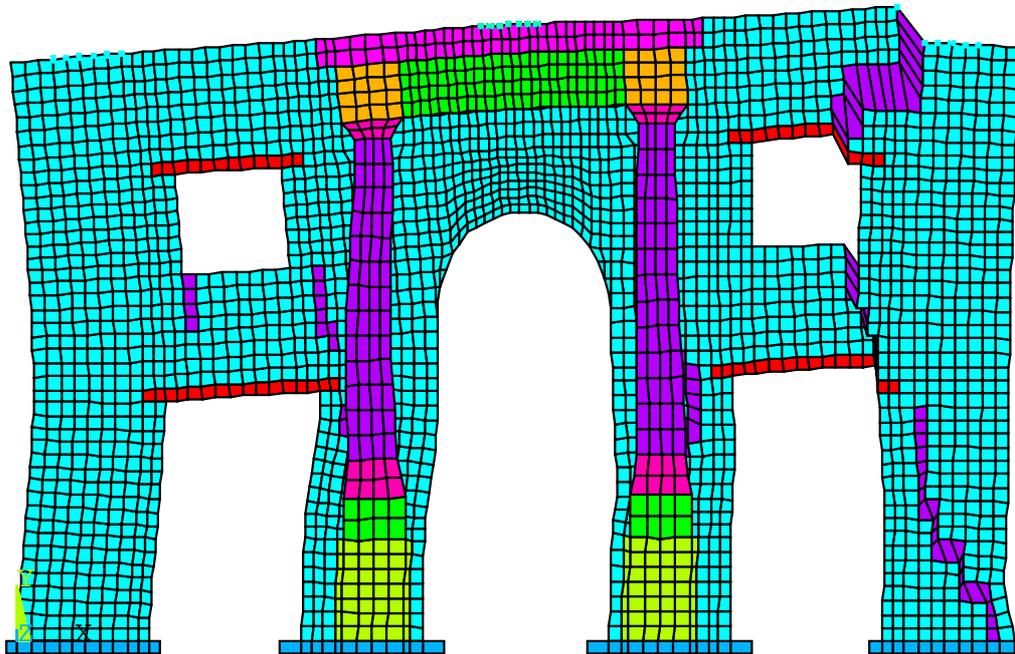


Figura 75 - Sesto modo numerico di vibrare, corrispondente alla frequenza di 24.1 Hz.

Come si può vedere in tabella 7 a pag. 151, alcuni valori numerici non compaiono tra quelli sperimentali. Questi valori riguardano la parte destra, cioè dove è localizzato il maggior danno. Le diversità riscontrate sono dovute al fatto che, in un'analisi modale, non è possibile introdurre un vincolo monolatero. Un maggior approfondimento al riguardo sembra essere necessario. Nel modello numerico è stato simulato il danno attraverso l'utilizzo di un materiale con modulo elastico molto basso, questo consente spostamenti strutturali tali da violare la congruenza, tali per cui è possibile avere la sovrapposizione di elementi durante un modo di vibrare della struttura; questo si verifica perché le prove con il martello sono, per la maggior parte, in campo non lineare. Tale violazione nella realtà non è possibile, è consentito alla parte danneggiata solo lo spostamento verso la destra cioè sul lato dove non c'è la struttura. Come è noto per "saltare" una forma modale basta una forza, anche molto piccola, che si opponga al moto e questo non avviene. Quindi è possibile capire perché in alcuni casi le forme modali numeriche non trovino riscontro nella realtà; ad esempio il modo a 19.7 Hz associa ad uno spostamento verso destra della parte bassa uno verso sinistra della parte alta, quest'ultimo movimento essendo vincolato, fa "saltare" il modo. Come per il modo a 19.7 Hz così anche a 27.0 Hz è verificato lo stesso problema.

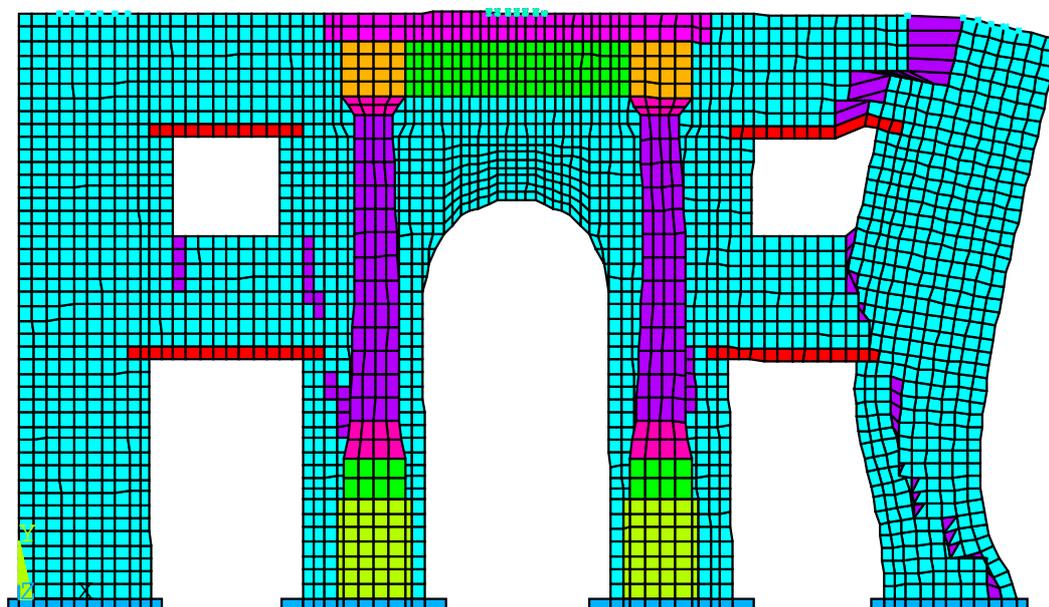


Figura 76 - Forma modale numerica corrispondente alla frequenza di 19.7 Hz.

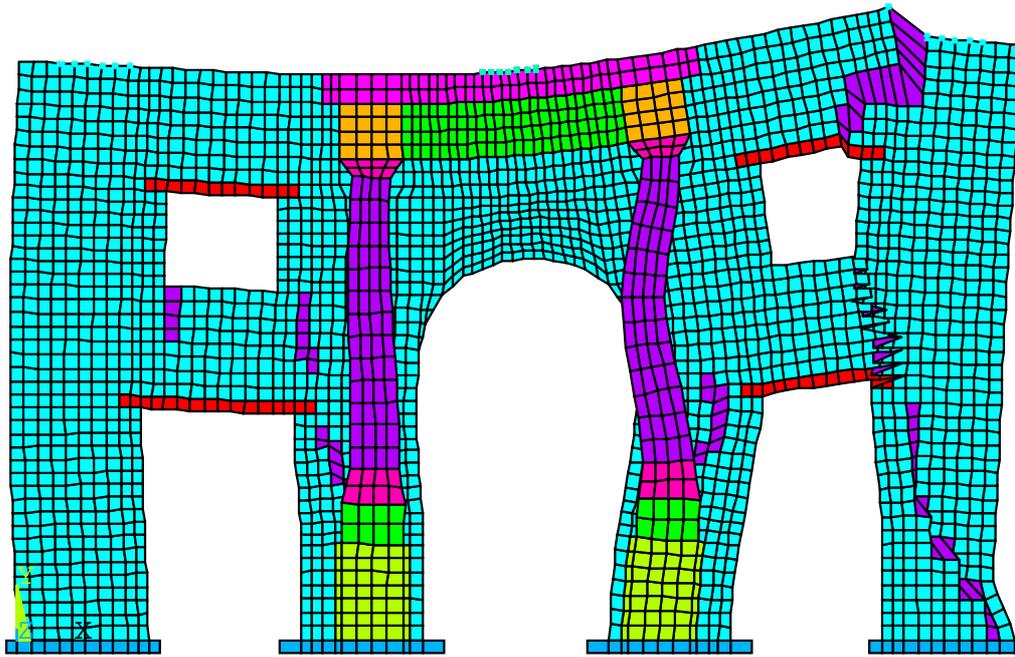


Figura 77 - Forma modale numerica corrispondente alla frequenza di 27.0 Hz.

## *Le forme modali post-intervento*

Per ottenere il modello post-risarcitura occorre modificare quello già realizzato. Avendo realizzato il primo modello in maniera corretta, per ottenere quello attuale basta agire su un unico parametro: il danneggiamento.

Non è pensabile attribuire al materiale rappresentante il danno un valore del modulo elastico come quello della calcarenite integra, perché:

- Non è stato possibile accertarsi sulla buona riuscita dell'intervento: infatti potrebbe essere che in una parte delle lesioni non sia penetrata la malta. Per appurare ciò sarebbe stato necessario eseguire prove soniche o micro-carotature, ma per mancanza di tempo non è stato possibile eseguirle.
- I tempi di maturazione della malta sono stati ridotti a 20 giorni, come già precisato in precedenza, quindi il modulo elastico non era al livello massimo raggiungibile.

In conseguenza di quanto esposto è stato assegnato al danneggiamento un valore superiore a quello precedentemente utilizzato, ma inferiore al valore del modulo elastico della calcarenite. Procedendo in maniera iterativa si è giunti al valore riportato in tabella 8.

Materiale	Ex [N/m <sup>2</sup> ]
5 – Calcarenite	3.8E+07

Tabella 8 – Caratteristiche meccaniche del danneggiamento dopo l'intervento.

Con tale valore il confronto tra le frequenze sperimentali e numeriche è stato ottimale, potendo individuare i primi cinque modi di vibrare della struttura.

Modo	Sperimentale [Hz]	Numerico [Hz]	Modo	Sperimentale [Hz]	Numerico [Hz]
1	8.8	8.8	4	25.1	25.2
2	15.8	15.7	5	28.3	28.2
3	15.9	15.8			

Tabella 9 – Confronto frequenze sperimentali – numeriche post-intervento.

Di seguito sono riportate, in analogia ai risultati pre-intervento, le forme modali sperimentali e quelle numeriche, queste ultime ricavate dai grafici accelerazione di un sensore in funzione dell'accelerazione di un altro filtrati alle rispettive frequenze.

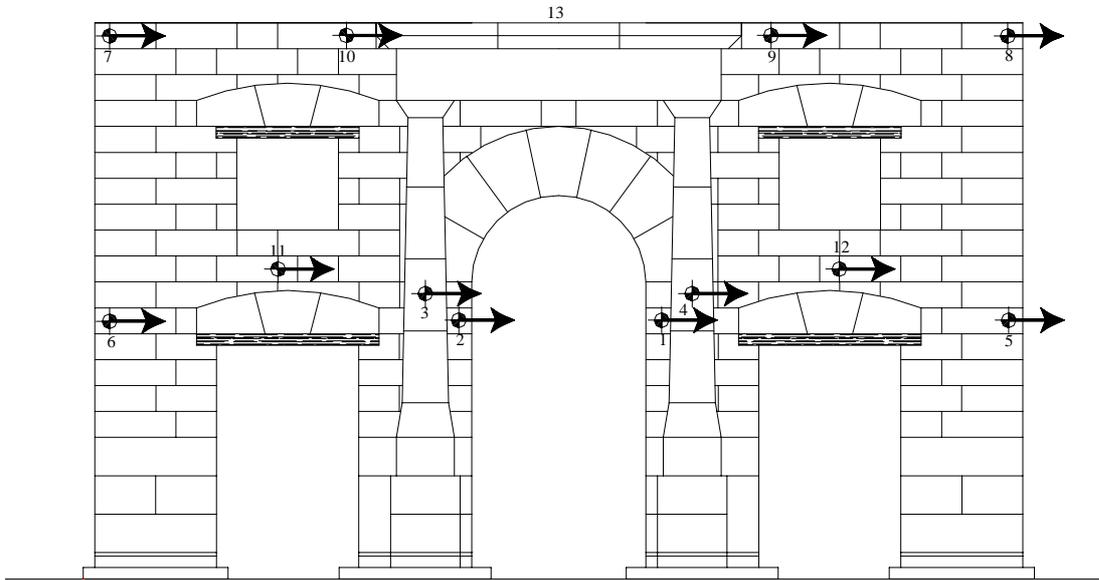


Figura 78 - Primo modo sperimentale di vibrare, corrispondente alla frequenza di 8.8 Hz.

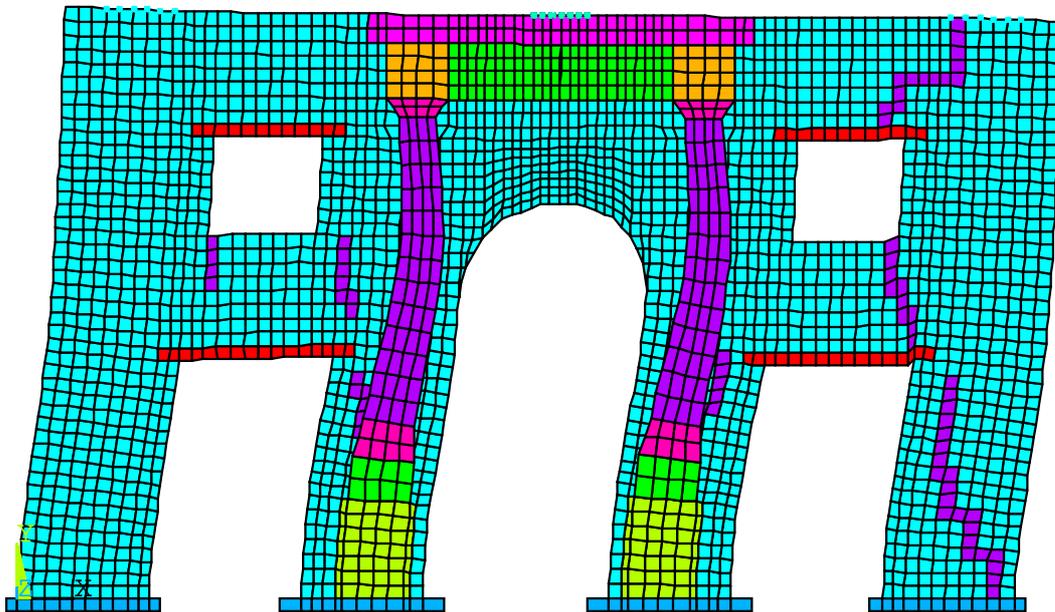


Figura 79 - Primo modo numerico di vibrare, corrispondente alla frequenza di 8.8 Hz.

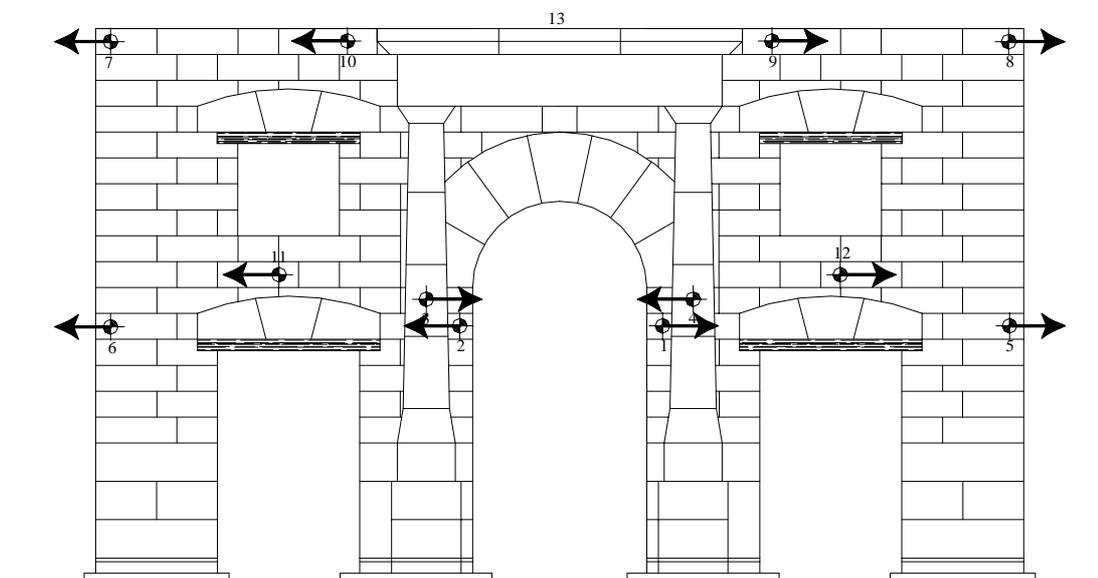


Figura 80 - Secondo modo sperimentale di vibrare, corrispondente alla frequenza di 15.8 Hz.

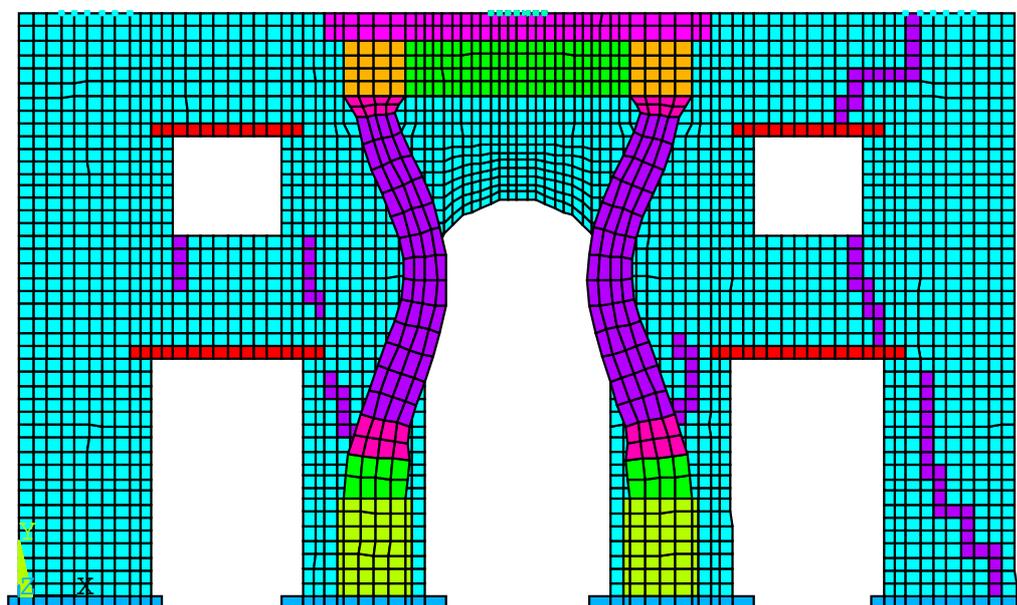


Figura 81 - Secondo modo numerico di vibrare, corrispondente alla frequenza di 15.7 Hz.

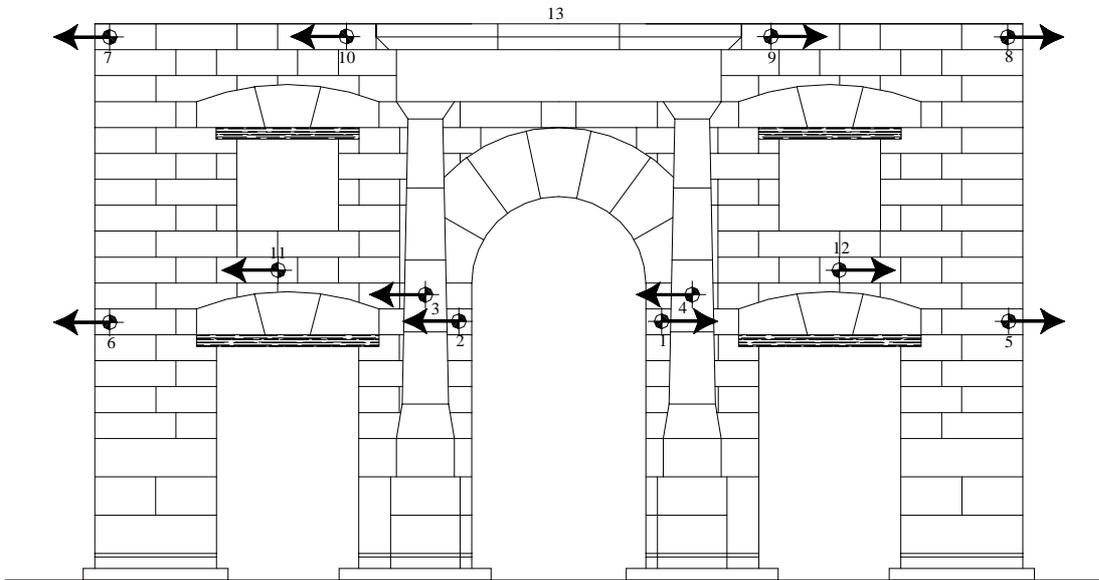


Figura 82 - Terzo modo sperimentale di vibrare, corrispondente alla frequenza di 15.9 Hz.

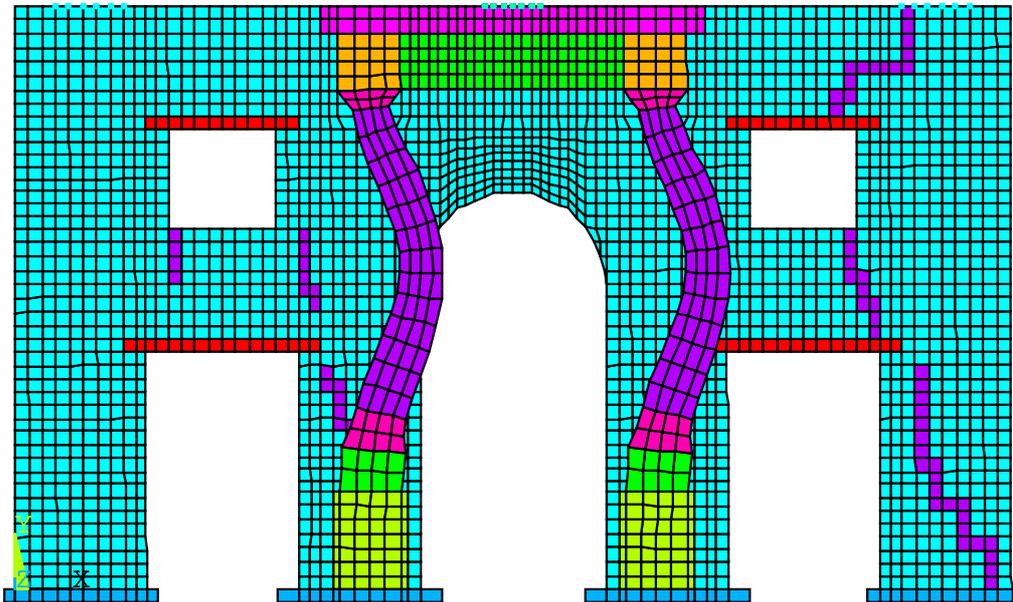


Figura 83 - Terzo modo numerico di vibrare, corrispondente alla frequenza di 15.8 Hz.

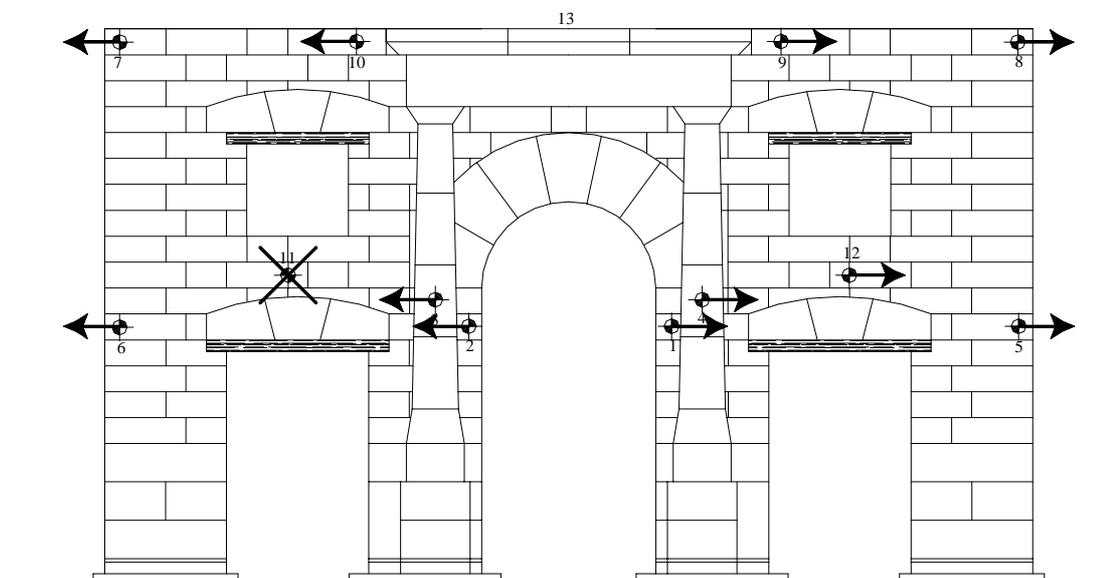


Figura 84 - Quarto modo sperimentale di vibrare, corrispondente alla frequenza di 25.1 Hz.

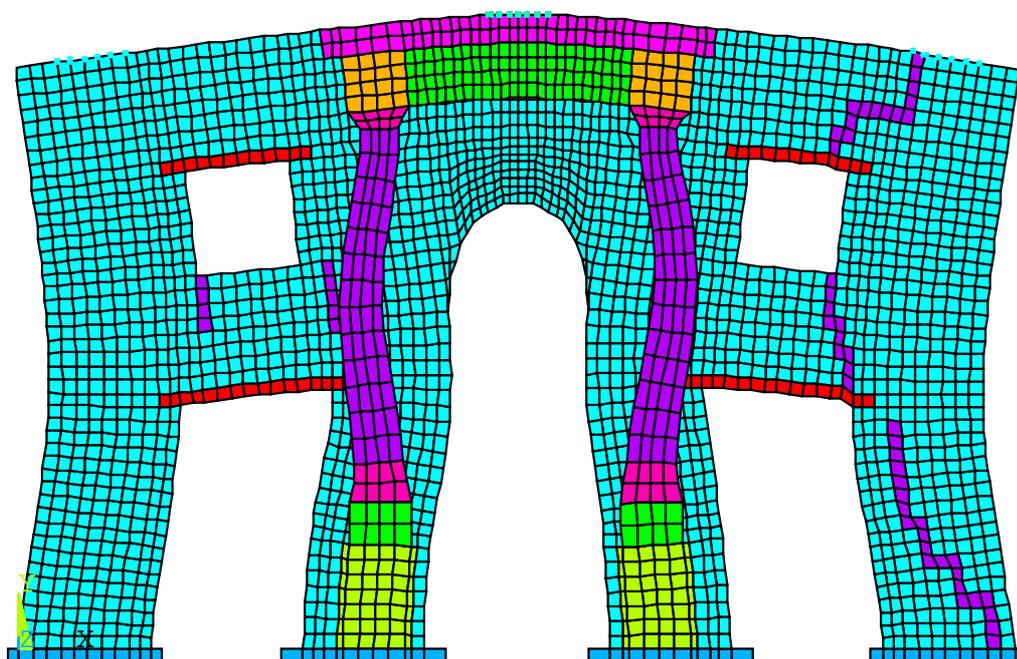


Figura 85 - Quarto modo numerico di vibrare, corrispondente alla frequenza di 25.2 Hz.

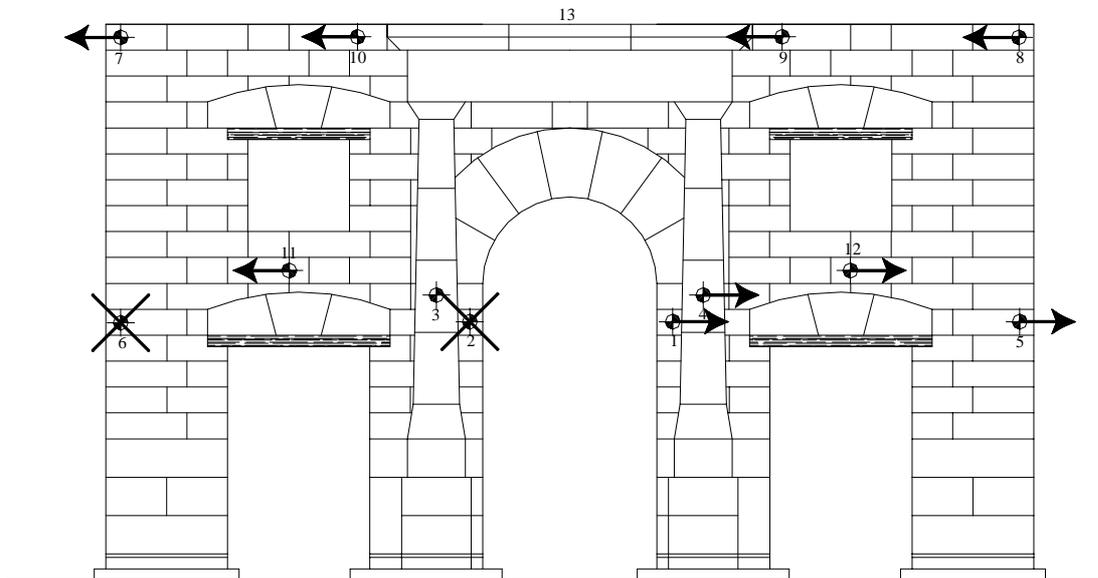


Figura 86 - Quinto modo sperimentale di vibrare, corrispondente alla frequenza di 28.3 Hz.

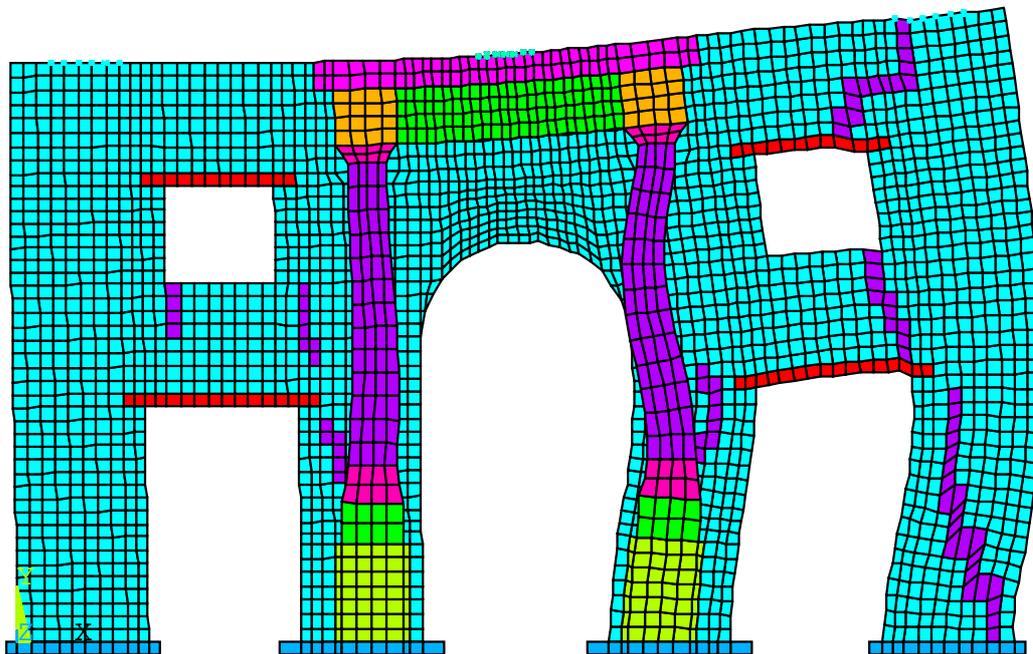


Figura 87 - Quinto modo numerico di vibrare, corrispondente alla frequenza di 28.2 Hz.

---

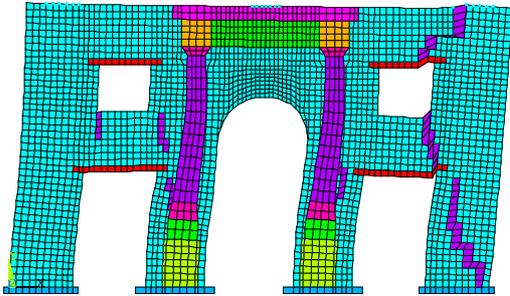
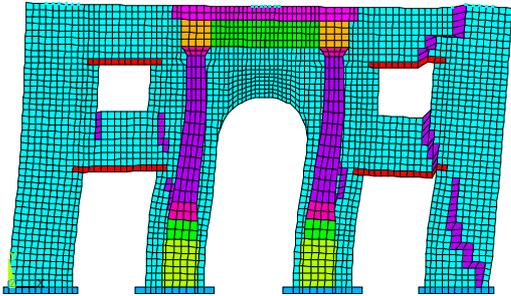
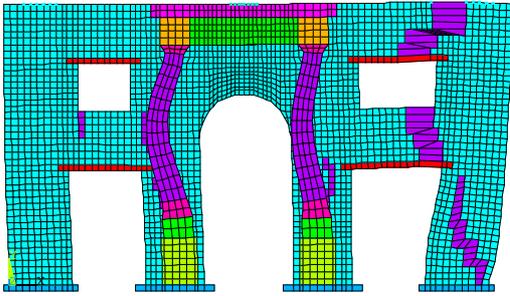
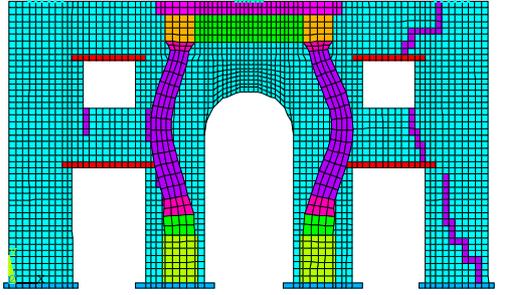
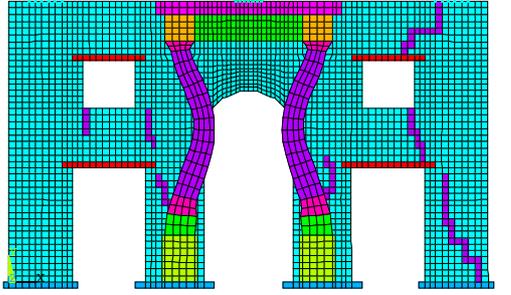
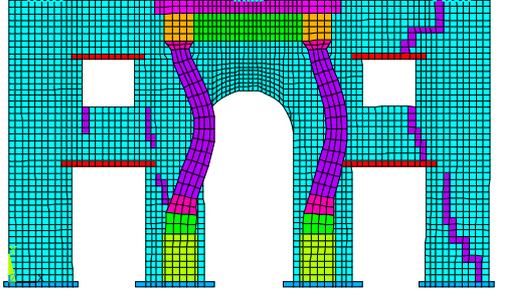
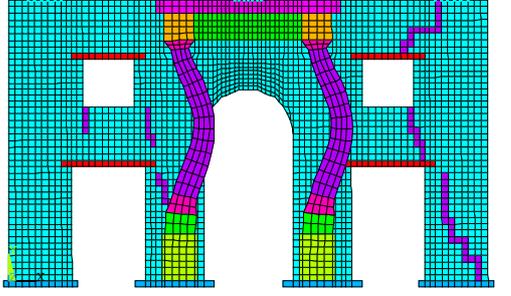
## *Il confronto pre/post-intervento*

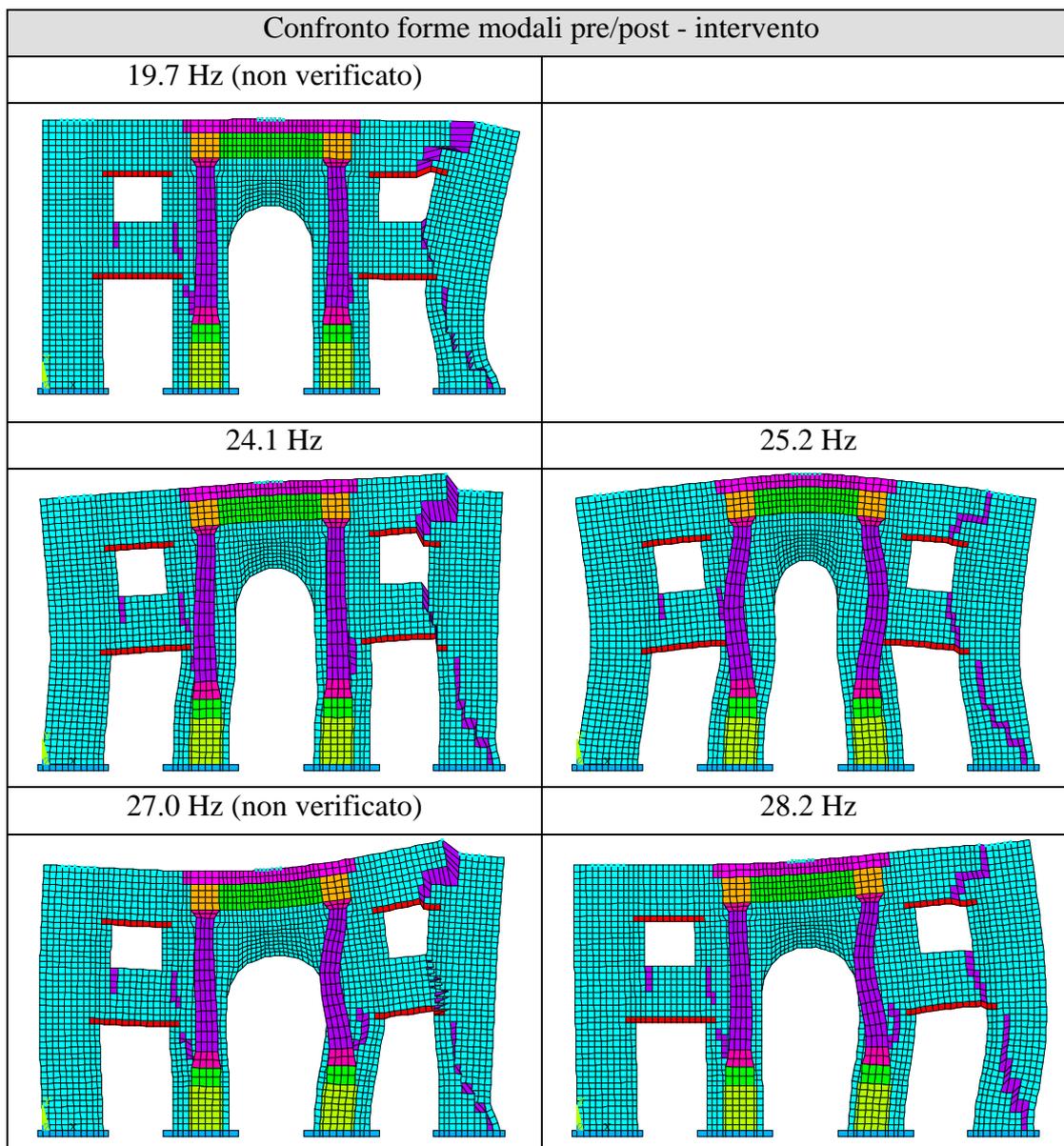
---

Nella pagina successiva è riportata una tabella riportante il confronto tra le forme modali pre e post intervento. Nella prima colonna sono rappresentate i modi di vibrare pre-intervento e, nella seconda quelli post-intervento.

Come è possibile notare, le prime forme modali corrispondono ad altrettanti modi presenti nei test post-intervento. Sono scomparsi i modi a 14.2 Hz e a 19.7 Hz (questo non avveniva sperimentalmente per i motivi descritti in precedenza), che erano appunto forme locali dovuti alla lesione principale che presentava la struttura. Inoltre l'ultimo modo a 28.2 Hz, nella modellazione post-intervento, è realizzabile a differenza di quanto succedeva prima; questo fatto risulta anche dai test sperimentali post-intervento in cui il picco a 28.2 Hz è più evidente.

Emerge inoltre dal confronto come la presenza di un danno strutturale interferisca in particolare modo sulle forme modali più elevate. Infatti, pur alzando il valore del primo picco, le differenze più evidenti sono sui modi alti che comparando o scomparendo indicano la presenza o meno di un danno.

Confronto forme modali pre/post - intervento	
7.5 Hz	8.8 Hz
	
14.2 Hz	
	
15.6 Hz	15.7 Hz
	
15.8 Hz	15.8 Hz
	



Desiderando esprimere un giudizio sulla modellazione numerica così realizzata si può affermare che questa approssima in maniera piuttosto buona i risultati sperimentali; inoltre riesce a tenere conto anche di un danneggiamento, pur rimanendo in ambito lineare. Questo è un buon risultato, perché sfruttando una metodologia semplice si ottengono risultati plausibili. Quindi il punto di forza del metodo applicato consiste nella sua semplicità. Ciò non è trascurabile, soprattutto in considerazione del fatto che gli studi nel campo della caratterizzazione dinamica sono sempre più complessi e spesso comprensibili solo per gli “addetti ai lavori”.

