

Indice

1	TRASPORTO DEL RADON IN MEZZI POROSI	2
1.1	IPOSTESI GENERALI E DEFINIZIONI	2
1.1.1	Permeabilità	6
1.1.2	Porosità, frazione di saturazione	7
1.1.3	Massa totale, densità.	9
1.1.4	Attività, concentrazione.	10
1.2	GENERAZIONE DEL ^{222}Rn	13
1.3	DECADIMENTO DEL ^{222}Rn	16
1.4	DIFFUSIONE DEL ^{222}Rn	17
1.4.1	Mezzi isotropi, anisotropi, omogenei e non omogenei.	18
1.4.2	Coefficiente di diffusione D.	19
1.5	EQUAZIONE GENERALE DEL TRASPORTO	20
1.5.1	Pressione atmosferica assoluta.	22
1.5.2	Equazione del trasporto in un mezzo omogeneo e isotropo nel caso unidimensionale.	23

Capitolo 1

TRASPORTO DEL RADON IN MEZZI POROSI

1.1 IPOTESI GENERALI E DEFINIZIONI

Si vuole descrivere il fenomeno del trasporto del Radon-222 in un sottosuolo costituito da terreni, associabili a mezzi porosi, nei quali siano assenti faglie e/o fratture.

Definiamo il mezzo poroso come un mezzo costituito da granuli solidi di terreno separati fra loro da aria o acqua, come illustrato in fig.1-1. La generazione e il trasporto del Radon in questi mezzi coinvolge le fasi solide, liquide e gassose nei processi di emanazione, diffusione, avvezione, assorbimento e adsorbimento[Rogers & Nielson 1991].

Si suppone che gli atomi di Rn nel suolo siano distribuiti in questi quattro modi: (1) contenuti all'interno dei granuli solidi, (2) adsorbiti sulla superficie dei granuli solidi, (3) assorbiti e disciolti nell'acqua contenuta nei pori del suolo, (4) dispersi nell'aria contenuta nei pori[Nazarova 1992].

Consideriamo quindi il trasporto del Radon-222 attraverso un volume $\pm V = \Phi_x + \Phi_y + \Phi_z$ di questo mezzo poroso.

Il Radon viene emanato dal Ra-226 presente nei granuli di terreno per effetto di rinculo

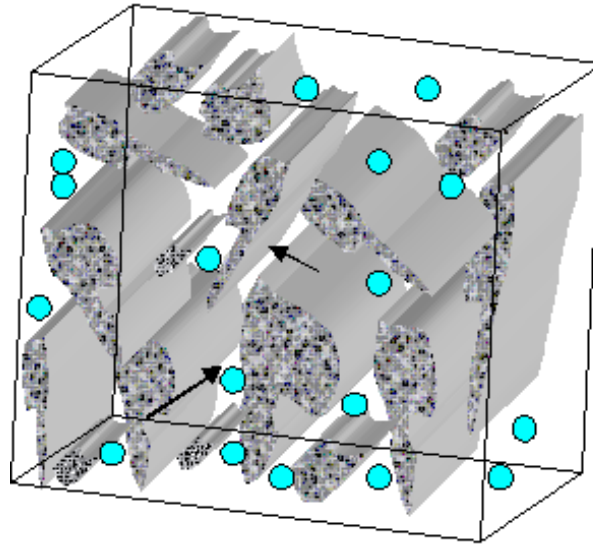


Figura 1-1: Schema di un volumeto di un mezzo poroso

nel decadimento $^{226}\text{Ra} \rightarrow ^{222}\text{Rn} + \alpha$. Una parte di questo, nella parte più interna degli stessi granuli, non riesce a fuoriuscire [Tanner 1980]. L'altra parte, che riesce a fuoriuscire, subisce tali processi (vedi anche ...g1-2) :

1. trasporto per diffusione all'interno dell'aria e dell'acqua presente nei pori del mezzo;
2. trasporto per avvezione nell'aria presente nei pori del mezzo;
3. assorbimento da parte dell'acqua presente nei pori del mezzo;
4. adsorbimento, nel trasporto, da parte delle superfici esterne dei granuli.

In questo modello si suppone che il mezzo poroso abbia una temperatura uniforme, e quindi che il processo di convezione naturale sia trascurato, e che esistano condizioni stazionarie per l'umidità presente nel suolo. La seconda ipotesi implica che si può trascurare l'avvezione del Rn-222 presente nei pori di acqua poichè il movimento dell'acqua nei pori del mezzo è così lento che tale fenomeno avveztivo non contribuisce significativamente al trasporto del Rn. Tale approssimazione non consente di prevedere informazioni su suoli

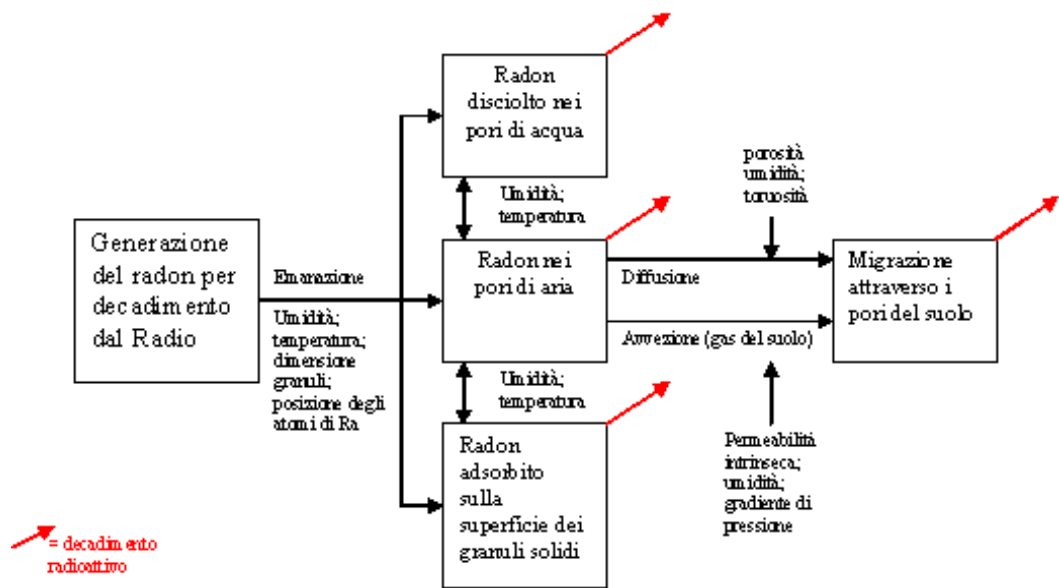


Figura 1-2: Rappresentazione schematica della produzione e migrazione del radon

soggetti a flussi di acqua causati da precipitazioni o evaporazioni, visto che questi eventi modificano significativamente le condizioni di umidità del suolo e generano un processo avveztivo non più trascurabile nel trasporto del Rn. Per calcolare esattamente l'effetto del flusso di acqua sul trasporto del ^{222}Rn è necessario costruire un ulteriore modello che descriva il comportamento e quindi il movimento dell'acqua nel suolo [Koarashi]. Tale modello andrebbe poi accoppiato al modello di trasporto del Rn nel quale si dovrebbe considerare l'ulteriore fenomeno di avvezione del Rn presente nei pori di acqua (vedi ...g.1-3). Quanto descritto potrebbe diventare oggetto, in futuro, di una nuova linea di ricerca, comprendente sia l'accoppiamento di tali modelli, sia l'installazione di una stazione meteorologica la quale consenta di monitorare lo stato di un suolo e di ottenere dati, quali le variazioni di temperatura ed i gradienti di pressione, di evaporazione, la piovosità, etc..

Supponiamo il gas incompressibile, cioè

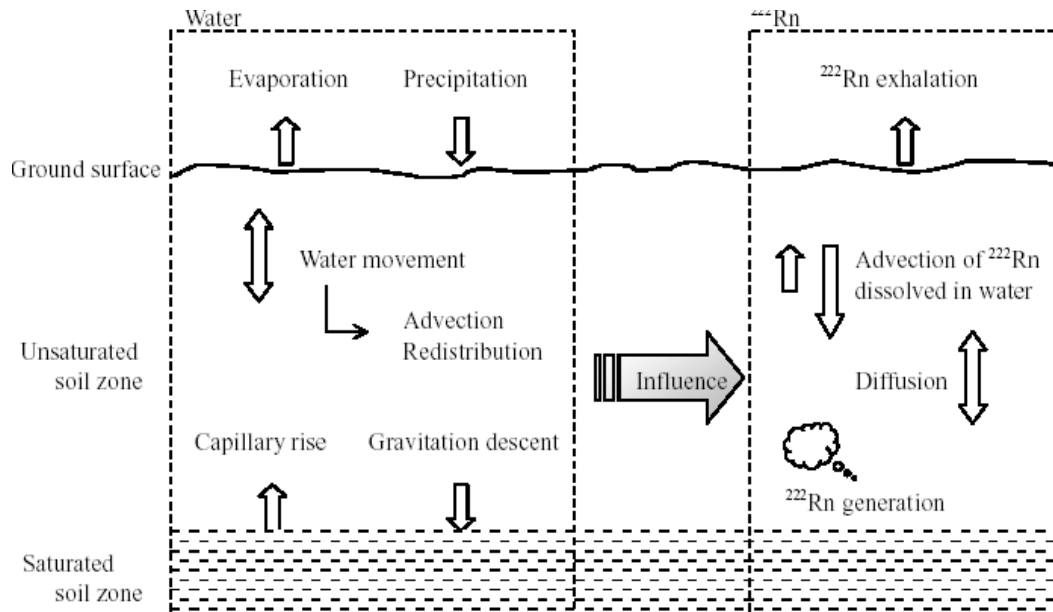


Figura 1-3: Schema dei modelli per il movimento dell'acqua nel suolo e per il trasporto del Rn in suoli insaturi

$$h \text{ e } v = 0 \quad (1.1)$$

e che il flusso del gas sia lineare in accordo alla legge di Darcy:

$$l_v = i \frac{k}{\mu} \tau P \quad (1.2)$$

ovvero siamo in condizioni di flusso laminare con una resistenza al flusso dominata dalla viscosità del fluido. Anche sia valida la legge di Darcy il numero di Reynolds $R = \frac{d_g v}{\nu}$ deve essere minore o inferiore a 4. Vediamo i parametri definiti: k è la permeabilità intrinseca del suolo (in m^2), μ è la viscosità dinamica del gas (in Pa·s), ν è la viscosità cinematica del fluido, d_g la dimensione caratteristica dei granuli di solido, P è la pressione

del gas (in Pa) nei pori del mezzo, l_v è il vettore velocità superficiale ovvero la densità del flusso del gas (in $\frac{m^3}{sm^2}$). La definizione più esatta di l_v è la seguente: l_v rappresenta la velocità di un volume del flusso, che attraversa una sezione di area unitaria, mediata su una regione del mezzo grande rispetto alla dimensione dei singoli pori ma piccola rispetto alle dimensioni totali del suolo.

Il volumetto del mezzo considerato può essere suddiviso in tre parti:

$\pm V_g$ che rappresenta il volume occupato dai granuli di terreno nel mezzo;

$\pm V_w$ che rappresenta il volume occupato dall'acqua nel mezzo;

$\pm V_a$ che rappresenta il volume occupato dall'aria nel mezzo.

In totale si avrà:

$$\pm V = \pm V_w + \pm V_g + \pm V_a$$

1.1.1 Permeabilità

Una caratteristica fisica dei suoli molto importante per la migrazione del Radon è la permeabilità k , la quale fisicamente descrive con che velocità un fluido, nel nostro caso l'aria, può fluire attraverso il mezzo. I suoli a grana fine come l'argilla e il fango hanno permeabilità più piccole rispetto a quelle dei suoli a grana grossa, come la sabbia. Maggiore è la permeabilità del suolo maggiore è la velocità del flusso di aria dovuto al processo di avvezione. Quindi nei suoli con alta permeabilità nel processo di trasporto del Rn avrà molto peso l'avvezione, mentre nei suoli con k basso il trasporto sarà dovuto soprattutto al processo di diffusione.

La permeabilità dipende chiaramente dalle caratteristiche microscopiche del suolo: la dimensione, la forma, il numero e l'orientazione dei pori e, in particolare, il contenuto d'umidità. I suoli a grana grossa, solitamente, hanno un'alta k poiché i pori presenti in questi sono grandi e quindi l'attrito che il fluido incontra, nell'attraversamento, sulle superfici dei granelli è basso rispetto a quello che incontrerebbe nei suoli a grana fine.

Una approccio più approfondito al problema è stato proposto da Kozeny il quale cercò di relazionare proprietà geometriche di un mezzo poroso e permeabilità mediante la risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes (equazioni di bilancio del momento per un fluido) per una serie di canali di varie sezioni. Quando il flusso risultante può essere considerato in accordo con la legge di Darcy la legge ottenuta da Kozeny è la seguente:

$$k = \frac{c^2}{TS^2} \quad (1.3)$$

in cui c è una costante che dipende dalla forma dei pori e, teoricamente varia da 0,5 a 0,67; ϵ è la porosità; T è un fattore empirico ($\epsilon > 1; 0$), denominato tortuosità, introdotto per tenere conto del fatto che i canali di flusso in un mezzo poroso sono non rettilinei; S è l'area della superficie occupata dai granuli solidi contenuti nel volumetto di riferimento del mezzo. Per particelle sferiche, uniformi si ha:

$$S = \frac{6(1-\epsilon)}{d}$$

dove d è il diametro della particella ovvero del granulo solido. In definitiva k varierà approssimativamente con il quadrato del diametro della particella. La formula 1.3 vale solamente per suoli completamente saturi del fluido considerato.

In generale, la permeabilità di un suolo varia al variare della saturazione del fluido. La permeabilità dell'aria in un suolo resta costante per valori della frazione di saturazione (vedi definizione 1.7) inferiori a 0,4 e diminuisce rapidamente per valori superiori a 0,4.

Un fattore che può influenzare il trasporto del R_n in un suolo è l'anisotropia e la non omogeneità della permeabilità in esso.

Fessure, fratture ed altri spaziature strutturali possono influenzare significativamente la permeabilità del suolo.

1.1.2 Porosità, frazione di saturazione

Definiamo la porosità totale ϵ come:

$$n = \frac{\pm V_w + \pm V_a}{\pm V} \quad (1.4)$$

la porosità dell'acqua come

$$n_w = \frac{\pm V_w}{\pm V} \quad (1.5)$$

la porosità dell'aria

$$n_a = \frac{\pm V_a}{\pm V} \quad (1.6)$$

Definiamo la frazione di saturazione in acqua del volume del poro $\pm V_a + \pm V_w$ come

$$\#_v = \frac{\pm V_w}{\pm V_a + \pm V_w} = \frac{n_w}{n} \quad (1.7)$$

che rappresenta il contenuto volumetrico in acqua del poro. Si hanno i due seguenti casi:

1. $\#_v = 1$ se i pori sono completamente costituiti da acqua
2. $\#_v = 0$ se i pori sono costituiti completamente da aria

1.1.3 Massa totale, densità.

La massa totale dell'elemento di volume di riferimento è:

$$\pm M = \pm M_g + \pm M_w$$

dove $\pm M_g$ è la massa del granulo di materiale e $\pm M_w$ la massa dell'acqua, riferiti sempre all'elemento di volume $\pm V$. Si è trascurata la massa dell'aria.

La densità del granulo di materiale è:

$$\rho_g = \frac{\pm M_g}{\pm V_g} \quad (1.8)$$

Per un ampio range di terreni si ha che ρ_g cade nell'intervallo $(2,65 \div 2,75) \text{Kg/m}^3$.

La densità dell'acqua è

$$\rho_w = \frac{\pm M_w}{\pm V_w} = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad (1.9)$$

La densità del suolo umido (wet soil) per una data porosità e per un dato contenuto di acqua può essere calcolata come:

$$\rho_{ws} = \frac{\pm M}{\pm V} = (1 - v) \rho_g + v \rho_w \quad (1.10)$$

mentre la densità del suolo asciutto:

$$\rho_{ds} = \frac{\pm M_g}{\pm V} = (1 - v) \rho_g \quad (1.11)$$

De...niamo ora la quantità di acqua per massa di suolo asciutto (ciò il contenuto gravimetrico di acqua) come:

$$\#_g = \frac{\pm M_w}{\pm M_g} = \frac{\frac{1}{2}_w \pm V_w}{\frac{1}{2}_g \pm V_g} = \frac{\frac{2}{1} \frac{1}{2}_w}{\frac{2}{1} \frac{1}{2}_{ds}} = \frac{2}{1} \frac{1}{2}_w \#_v \quad (1.12)$$

quindi se la porosità del suolo è $\theta = 0,3$ e se $\#_v = 100\%$ allora $\#_g = 16\%$, cioè la quantità di acqua per massa secca è circa del 16%.

1.1.4 Attività, concentrazione.

Abbiamo supposto che il Rn-222 venga generato dal Ra-226 che si trova esclusivamente nei granuli di terreno contenuti nel mezzo poroso.

L'attività totale del Radon-222 nell'elemento di volume $\pm A$ può essere suddivisa in tre parti:

$\pm A_g$ è l'attività del Radon-222 nei granuli contenuti in $\pm V$

$\pm A_w$ è l'attività del Radon-222 nell'acqua contenuta in $\pm V$

$\pm A_a$ è l'attività del Radon-222 nell'aria contenuta in $\pm V$

De...niamo la concentrazione di Radon nei pori riempiti di aria come

$$C_a = \frac{\pm A_a}{\pm V_a} \quad (1.13)$$

e la concentrazione di radon nei pori riempiti di acqua come

$$C_w = \frac{\pm A_w}{\pm V_w} \quad (1.14)$$

L'attività del Rn-222 nei granuli del terreno, $\pm A_g$, si può dividere in due parti:

1. $\pm A_{g,s}$: questa rappresenta la parte di attività di radon che viene adsorbita durante il trasporto da parte della superficie dei granuli;
2. $(\pm A_g - \pm A_{g,s})$: questa rappresenta la parte di attività che non contribuisce al trasporto in quanto resta contenuta nel granulo di materiale per effetto del rinculo.

Quindi non tutto il Rn-222 prodotto nel granulo di terreno riesce ad oltrepassare la superficie del granulo.

Dovendo tenere conto dell'adsorbimento che si ha sulla superficie dei granuli introduciamo la concentrazione di Radon adsorbita per Kg di massa secca:

$$C_s = \frac{\pm A_{g:s}}{\pm M_g} \quad (1.15)$$

dove $\pm M_g$ è la massa dei granuli in $\pm V$.

Assumiamo ora che la cinetica dello scambio¹ (inteso come assorbimento e adsorbimento) di Rn-222 fra granuli, aria e acqua sia rapida in modo tale che ripartizione del radon fra tali elementi possa essere considerata in equilibrio (cioè lo scambio di particelle di Radon fra granuli-aria-acqua avviene così velocemente che può essere considerato in equilibrio) in ogni punto del suolo. In base a tale ipotesi si possono scrivere le seguenti [Rogers & Nielson 1991]:

$$C_w = LC_a \quad (1.16)$$

$$C_s = KC_a \quad (1.17)$$

dove L è il coefficiente di partizione di Ostwald² (ovvero la solubilità del Radon in acqua) e K è il coefficiente di assorbimento superficiale del Radon (il quale conteg-

¹ Il radon contenuto nei granuli solidi diffonde nella fase gassosa con un processo molto lento e trascurabile nel bilancio degli scambi. Per tale ragione si prendono in considerazione, in tale bilancio, solo i processi di assorbimento e adsorbimento.

² L è un coefficiente adimensionale che è funzione della temperatura. Valori tipici di L sono: 0,506 a 0°C, 0,340 a 10°C, 0,245 a 20°C, 0,193 a 31,6°C.

il Rn che nel trasporto viene adsorbito sulle superfici dei granuli). Questa assunzione di equilibrio semplifica il problema considerevolmente in modo tale che possiamo esprimere l'attività totale del Radon che viene trasportata riferendoci alla concentrazione di una sola "fase". Solitamente viene presa come riferimento la concentrazione C_a del Radon nella "fase" aria.

L'attività totale che viene trasportata in $\pm V$ sarà:

$$\frac{\pm A_{g;s} + \pm A_w + \pm A_a}{\pm V} = \frac{\pm A_a \pm V_a}{\pm V_a \pm V} + \frac{\pm A_w}{\pm V} + \frac{\pm A_{g;s}}{\pm V} \quad (1.18)$$

Dalle relazioni 1.16 e 1.17 si ottengono le seguenti:

$$1.16 \Rightarrow \frac{\pm A_w}{\pm V_w} = L \frac{\pm A_a}{\pm V_a} \Rightarrow \pm A_w = L \frac{\pm A_a}{\pm V_a} \pm V_w$$

$$1.17 \Rightarrow \frac{\pm A_{g;s}}{\pm M_g} = K \frac{\pm A_a}{\pm V_a} \Rightarrow \pm A_{g;s} = K \frac{\pm A_a}{\pm V_a} \pm M_g$$

le quali, sostituite nella 1.18 danno la seguente:

$$\frac{\pm A_{g;s} + \pm A_w + \pm A_a}{\pm V} = \frac{\pm A_a \pm V_a}{\pm V_a \pm V} + \frac{\pm A_w}{\pm V} + \frac{\pm A_{g;s}}{\pm V} = \frac{\pm A_a \pm V_a}{\pm V_a \pm V} + \frac{\pm A_a}{\pm V_a} L \frac{\pm V_w}{\pm V} + \frac{\pm M_g}{\pm V} K \frac{\pm A_a}{\pm V_a} = \frac{\pm A_a}{\pm V_a} \left(\frac{\pm V_a}{\pm V} + L \frac{\pm V_w}{\pm V} + \frac{\pm M_g}{\pm V} K \right) = C_a \left(\tau_a + L''_w + k \frac{1}{2} ds \right)$$

definiamo

$$\tau = \tau_a + L''_w + k \frac{1}{2} ds \quad (1.19)$$

che rappresenta la "partition corrected" porosity. Il fattore τ corrisponde alla porosità effettiva in cui il Rn è distribuito includendo i volumi della fase liquida, della fase gassosa e un volume equivalente per il Rn assorbito sulle superfici dei granuli, ovvero dei pori solidi. Si ottiene:

$$\frac{\pm A_{g;s} + \pm A_w + \pm A_a}{\pm V} = \tau C_a \quad (1.20)$$

Se il mezzo è asciutto e se non si ha assorbimento di Radon (emesso dall'interno del granulo) da parte della superficie dei granuli di terreno si ottiene $\tau = \tau_a$:

L'approssimazione fatta semplifica notevolmente il problema. Infatti in assenza di

questa ipotesi avremmo dovuto considerare distintamente tre problemi accoppiati: la variazione di concentrazione per il Rn contenuto nei pori di aria, la variazione di concentrazione per il Rn contenuto nei pori di acqua, la variazione di concentrazione del Rn adsorbito.

1.2 GENERAZIONE DEL ^{222}Rn

Abbiamo supposto il Ra-226 presente solo nei granuli di terreno, ovvero nei pori solidi. Possiamo, dunque, definire la velocità di generazione del Rn per volume di poro (in Bq/sm³) come:

$$G = \lambda_{\text{Rn}}^{-1} E = \lambda_{\text{Rn}}^{-1} E \frac{1}{\lambda_{\text{Rn}}} \quad (1.21)$$

dove λ_{Rn} è la costante di decadimento del Rn ($2,09838 \cdot 10^{-6} \text{si}^{-1}$) ed E è la "Radon emanation rate".

Non tutto il Rn prodotto nei granuli riesce a sfuggire da essi per essere trasportato, assorbito e adsorbito. Per tale motivo si definisce E che rappresenta il numero di atomi al secondo per Kg di materiale asciutto che sfugge dalla parte solida del materiale:

$$E = f A_{\text{Ra}} \quad (1.22)$$

dove f è la "frazione di emanazione", o "potere emanante" ed A_{Ra} è la concentrazione di attività totale di Ra-226 presente nei granuli (in Bq/Kg), cioè il numero di atomi totale di Rn su Kg presenti nei granuli. Il parametro f dipende dalla distribuzione del Rn nei granuli, dalla dimensione dei granuli, dalla presenza di umidità tra i granuli. Teoricamente può assumere valori da 0 a 100%. Per esempio la presenza di acqua tra i granuli può moderare il processo di emanazione. Per i suoli il valore tipico massimo di f è 20%. Per un dato materiale (con distribuzione della dimensione dei granuli fissata, etc.) la f è una funzione dell'umidità nel campione.

Le misurazioni sperimentali della frazione di emanazione delle rocce e dei suoli sono state fatte da parecchi studiosi. Questi dati indicano un range approssimato di $0,05 \pm 0,7$ per i suoli [Nazarov 1992].

Vediamo qualitativamente come avviene il processo di emanazione. Il Ra-226, da fermo, emette un α particella in moto in una certa direzione e, in conseguenza a ciò, l'atomo di Rn-226 restante acquista una quantità di moto in base alla conservazione dell'impulso. L'energia cinetica con la quale viene emanato il Rn nel decadimento è 86 KeV per il ^{222}Rn e 103 KeV per il ^{220}Rn [Koarashi]. Il nuovo atomo che viene a formarsi nel decadimento, ovvero il radon, viaggia nel mezzo ...nchè tutta la sua energia non viene trasferita agli atomi circostanti. La distanza percorsa dipende dalla densità e dalla composizione del materiale. Il range di rinculo del ^{222}Rn risulta essere 0,02-0,07 μm per minerali comuni, 0,1 μm per l'acqua e 63 μm per l'aria.

Le analisi del processo di emanazione per suoli senza fratture con un uniforme distribuzione del Rn nei granelli solidi porta a valori della frazione di emanazione più bassi rispetto a quelli osservati.

Per ovviare a questa discrepanza sono state avanzate diverse ipotesi. Una prima ipotesi è che il radon sia distribuito non uniformemente ma sia concentrato in ...ms secondari sulla superficie dei granelli di terreno. Una seconda ipotesi suggerisce che la corrosione chimica e, in particolare, la radiazione emessa nel decadimento degli atomi precursori del radon danneggino la struttura cristallina nell'intorno dell'atomo di radon, creando così dei canali preferenziali di fuoriuscita per il radon e aumentando, di conseguenza, la frazione di emanazione. Queste ipotesi non sono mutuamente esclusive.

Un'ulteriore ipotesi, a conferma degli alti valori sperimentali della frazione di emanazione, è quella dell'esistenza di pori con dimensioni inferiori al micron.

È stato dimostrato che il contenuto di umidità ha un grande effetto sulla frazione di emanazione. f è minore se il materiale sorgente del radon è asciutto rispetto a un materiale umido in cui si verifica un aumento di f . La spiegazione di questo fenomeno

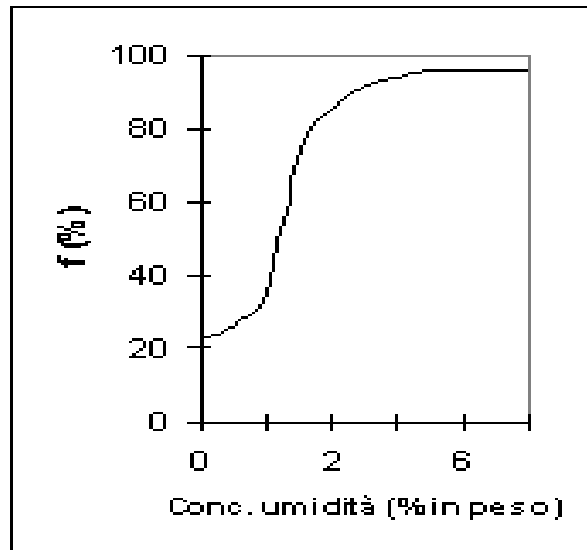


Figura 1-4: Variazione della frazione di emanazione f al variare dell'umidità

può ricercarsi nel diverso range che hanno gli atomi di radon nell'acqua e nell'aria. Infatti, assumendo la dimensione media di un poro nel range $0,5-50 \mu\text{m}$, un atomo di radon ha una probabilità più alta di terminare il suo rinculo in un poro pieno di acqua piuttosto che in poro riempito d'aria, poichè in quest'ultimo adrebbe a impattare con la superficie di un altro granello adiacente al poro, subendo adsorbimento. Nell'acqua, invece, avendo un range basso, il radon verrebbe fermato e poi trasferito rapidamente in un poro d'aria.

Anche la temperatura è un fattore determinante per f , sebbene sul range di temperature comuni per le superfici dei suoli questo effetto possa essere considerato di minore importanza.

Materiale	Numero	Contenuto di umidità	Emanation coefficient
Rock (crushed)	58	sconosciuto	0,084 § 0,086
minerals: apatite	3	asciutto	0,09 § 0,14
monazite	3	asciutto	0,07 § 0,07
uraninite	1	asciutto	0,019
aircon	4	asciutto	0,00006 § 0,00005
Soil	21	sconosciuto	0,30 § 0,16
Soil	1		0,25
Soil	1	33% in peso	0,68
Soil	1	asciutto	0,41
Soil	2	13-20% in peso	0,22, 0,32
Soil	1	4% in peso	0,38 § 0,08
Various soil (Hawaiian)		sconosciuto	
lava fields		sconosciuto	0,02
thin organic soils		sconosciuto	0,55
deep agricultural soils		sconosciuto	0,70
Danish soils	70	0-70% in peso	0,22 § 0,13
Sand	1	saturo	0,243
Various soils	56	sconosciuto	0,22 § 0,07
Uranium ore	6	saturo	0,19 § 0,10
Uranium ore (crushed)	17	saturo	0,28 § 0,16
Tailings	2	saturo	0,29 § 0,31

1.3 DECADIMENTO DEL ^{222}Rn

Il processo di disintegrazione del ^{222}Rn contenuto in tutte le forme sopra descritte è regolato dalla legge:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1.23)$$

dove λ è la costante di decadimento del Rn ($2,09838 \times 10^{-6} \text{si}^{-1}$). L'attività del Rn contenuto nei pori di aria sarà

$$A_a = \frac{dN_a}{dt} = \lambda N_{a0} e^{-\lambda t} = \lambda N_a$$

e la concentrazione di attività riferita ad un elemento di volume V sarà

$$C_a = \frac{A}{V} = \lambda \frac{N_a}{V}$$

da cui si può ricavare la variazione di C_a relativa al decadimento radioattivo:

$$\frac{dC_a}{dt} = -\lambda C_a$$

Nel nostro caso, in cui l'attività totale trasportata è ${}^{-}C_a$, la porzione di questa attività che subisce decadimento radioattivo sarà soggetta a tale legge:

$$\frac{d{}^{-}C_a}{dt} = -\lambda {}^{-}C_a \quad (1.24)$$

1.4 DIFFUSIONE DEL ${}^{222}\text{Rn}$

A causa del moto molecolare casuale c'è una netta migrazione delle molecole di gas dalle regioni ad alta concentrazione di radon a quelle a bassa concentrazione. Il processo di diffusione spontaneo del gas attraverso i pori è regolato dalla Legge di Fick, che nel nostro caso si scriverà

$$\frac{d{}^{-}C_a}{dt} = -D \nabla^2 ({}^{-}C_a) \quad (1.25)$$

dove D è il coefficiente di diffusione del gas nel mezzo (in m^2/s).

1.4.1 Mezzi isotropi, anisotropi, omogenei e non omogenei.

Nel caso in cui il mezzo è isotropo, cioè le proprietà diffusive del mezzo non variano al variare della direzione, e omogeneo, cioè D non è una funzione di x, y, z e di C , la legge di Fick si può scrivere come

$$\frac{dC}{dt} = D r^2 C$$

Nei mezzi non omogenei D può dipendere dalla concentrazione della sostanza che si diffonde e dalle coordinate x, y, z . In tal caso si ha:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{dC}{dx} \left(D \frac{dC}{dx} \right) + \frac{dC}{dy} \left(D \frac{dC}{dy} \right) + \frac{dC}{dz} \left(D \frac{dC}{dz} \right)$$

Se sussiste anche la dipendenza temporale

$$\begin{aligned} & D = f(t) \\ & \Rightarrow \frac{dC}{dt} = r^2 C \end{aligned}$$

$$: dT = f(t) dt$$

In un mezzo anisotropo, invece, le proprietà di diffusione del mezzo sono diverse al variare delle direzioni. Esempi comuni di mezzi anisotropi sono i cristalli, le fibre tessili, i films di polimeri in cui le molecole hanno una direzione di orientazione preferenziale. Per tali mezzi non è vero che la direzione del flusso della sostanza che si diffonde è normale, in ogni punto, alla superficie contenente valori costanti di concentrazione. Ciò significa che la prima legge di Fick $F = -j D \frac{\partial C}{\partial x}$ va riscritta così:

$$\begin{aligned} j F_x &= D_{11} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{12} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{13} \frac{\partial C}{\partial z} \\ j F_y &= D_{21} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{22} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{23} \frac{\partial C}{\partial z} \\ j F_z &= D_{31} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{32} \frac{\partial C}{\partial y} + D_{33} \frac{\partial C}{\partial z} \end{aligned} \quad (1.26)$$

F è il flusso, cioè la velocità di trasferimento della sostanza che si diffonde attraverso una sezione di area unitaria. In questo caso F_x dipende non solo da $\frac{\partial C}{\partial x}$; ma anche da $\frac{\partial C}{\partial y}$ e $\frac{\partial C}{\partial z}$: $D_{13} \frac{\partial C}{\partial z}$ è il contributo al flusso nella direzione x dovuto alla componente del gradiente di concentrazione nella direzione z ; gli altri termini hanno significato uguale a questo già spiegato.

Dalle equazioni 1.26, se le varie D sono costanti, ovvero se il mezzo è omogeneo, si ottiene la seguente:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{11} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + D_{33} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + (D_{23} + D_{32}) \frac{\partial^2 C}{\partial y \partial z} + (D_{31} + D_{13}) \frac{\partial^2 C}{\partial z \partial x} + (D_{12} + D_{21}) \frac{\partial^2 C}{\partial x \partial y} \quad (1.27)$$

nel caso di mezzi non omogenei l'estensione della 1.27 è banale, come si è visto in precedenza.

1.4.2 Coefficiente di diffusione D.

Il coefficiente di diffusione del ^{222}Rn in aria è $D_0 = 1,2 \times 10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, se si considera il mezzo omogeneo e isotropo.

Se consideriamo la diffusione del Radon attraverso i pori del suolo dobbiamo includere nella descrizione altri due effetti dovuti alla matrice solida presente nel mezzo poroso: l'area attraverso la quale il Radon può diffondere è ridotta e il cammino medio che il radon deve compiere per raggiungere un punto da un altro è maggiore. I risultati di misurazioni conducono a un valore medio di $3 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ per il coefficiente di diffusione in suoli di media umidità. Si nota che questo valore è inferiore a quello di D relativo alla diffusione del Radon in aria, ovvero D_0 :

L'acqua gioca un ruolo importante nell'influenzare il coefficiente di diffusione nel suolo. In suoli saturi il coefficiente di diffusione può essere ridotto fino a $2 \times 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Tale valore risulta molto più basso rispetto a D_0 : una spiegazione qualitativa è che l'acqua occupa una frazione dello spazio esistente fra i pori bloccando il trasporto per diffusione. Si è riscontrato che per suoli non saturi di acqua D varia poco al variare dell'umidità, mentre per suoli saturi le variazioni di D sono considerevoli. Ciò è dovuto al fatto che il trasporto del gas attraverso i pori di grandi dimensioni è prevalente rispetto a quello che avviene che si ha nei pori di piccole dimensioni. Infatti si ha che, nei suoli non saturi, l'acqua è distribuita soprattutto sulla superficie dei granuli solidi e nei pori di piccole

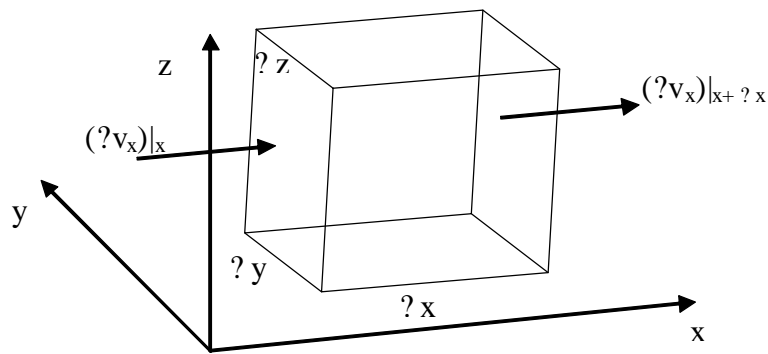


Figura 1-5: bilancio di massa

dimensioni, per questo il trasporto, in questo caso, è poco limitato. Nei suoli saturi, invece, l'acqua è presente anche nei pori di grandi dimensioni e perciò anche un piccolo incremento dell'umidità fa decrescere il coefficiente di diffusione.

1.5 EQUAZIONE GENERALE DEL TRASPORTO

Riprendendo ora in esame l'elemento di volume $\pm V$ ed effettuando un bilancio di massa (vedi fig. 1-5)

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V c \, dV = \int_V \frac{\partial c}{\partial t} \, dV = \int_V \frac{\partial c}{\partial t} \, dV - \int_V \frac{\partial c}{\partial t} \, dV$$

variazioni di massa accumulata in $\pm V$ = variazioni di massa in ingresso - variazioni di massa in uscita

su questo troviamo una equazione di continuità che, nel nostro caso, rappresenta l'equazione generale del trasporto.

Per il flusso di un fluido generico in un mezzo poroso (in approssimazione di flusso lineare, cioè obbediente alla legge di Darcy) non soggetto a fenomeni di diffusione, generazione e decadimento, l'equazione di continuità è [Bird]:

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = \rho (k - C_a v) \quad (1.28)$$

sostituendo l'espressione $v = \frac{k}{\rho} \frac{\partial C_a}{\partial x}$ nella 1.28 otteniamo:

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = \rho (k - C_a \frac{k}{\rho} \frac{\partial C_a}{\partial x})$$

che diventa

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = C_a \frac{k}{\rho} \frac{\partial^2 C_a}{\partial x^2} + \rho (k - C_a \frac{k}{\rho} \frac{\partial C_a}{\partial x})$$

poichè abbiamo supposto che il gas sia incompressibile abbiamo $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$, ovvero $\frac{\partial^2 C_a}{\partial x^2} = 0$; si ha:

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = \rho (k - C_a \frac{k}{\rho} \frac{\partial C_a}{\partial x}) \quad (1.29)$$

Nel nostro caso il fluido subisce i fenomeni di generazione, decadimento e diffusione come descritto precedentemente. Dobbiamo inglobare, quindi, nella equazione di continuità tali fenomeni, aggiungendo i termini a destra delle equazioni, 1.24 , 1.25 più il termine "G, che quantifica la generazione del radon, a destra dell'equazione 1.29. Si ottiene:

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = \rho (k - C_a \frac{k}{\rho} \frac{\partial C_a}{\partial x}) + G + \rho (D \frac{\partial^2 C_a}{\partial x^2} - \lambda C_a) \quad (1.30)$$

Nel caso in cui k e λ non variano spazialmente l'equazione diventa

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = \frac{k}{\rho} \rho \frac{\partial^2 C_a}{\partial x^2} + G + \rho (D \frac{\partial^2 C_a}{\partial x^2} - \lambda C_a) \quad (1.31)$$

Il primo termine della 1.31 rappresenta il trasporto di radon nei pori dovuto al processo di avvezione: le differenze di pressione possono indurre, nel suolo, flussi di aria che, a loro volta, trasportano il radon per avvezione. Le cause principali dei movimenti di aria in suoli senza fratture sono probabilmente i cambiamenti della pressione atmosferica. Si rimanda al paragrafo successivo per la descrizione sulla pressione P che rappresenta la pressione atmosferica assoluta.

Anche le variazioni di temperatura nel suolo danno luogo a un processo di diffusione, detta "diffusione termica", che descrive la tendenza del gas di diffondere sotto l'influenza di un gradiente di temperatura. Nel nostro caso, però, abbiamo considerato il suolo a temperatura uniforme, quindi tale processo non viene preso in considerazione.

Gli altri termini sono responsabili uno della generazione del radon, l'altro della diffusione e l'ultimo del decadimento, come spiegato nei paragrafi precedenti.

1.5.1 Pressione atmosferica assoluta.

Per quanto riguarda la pressione atmosferica assoluta $P = P(x; y; z; t)$, possiamo scrivere che

$$P(x; y; z; t) = P_0 - \rho_{a,0} g z + p(x; y; z; t)$$

dove P_0 è la pressione media sulla superficie del mezzo a contatto con l'atmosfera (circa 10^5 Pa), $\rho_{a,0}$ è la densità media dell'aria ad una data temperatura ($\approx 1,3$ Kg/m³), $g=9,8$ m/s², z è la profondità sotto la superficie atmosferica, p è un campo di pressione di disturbo.

Si può assumere che il campo di pressione di disturbo sia trascurabile rispetto alla pressione aerostatica P_H

$$P_H(z) = P_0 - \rho_{a,0} g z$$

e quindi

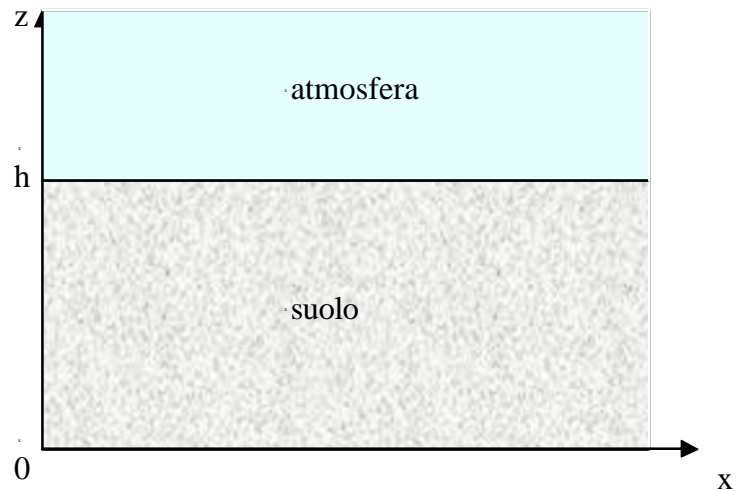


Figura 1-6:

$$P(x; y; z; t) = P_0 e^{-\frac{1}{2} \rho_a g z} = P_H(z) \quad (1.32)$$

1.5.2 Equazione del trasporto in un mezzo omogeneo e isotropo nel caso unidimensionale.

Analizziamo il caso di un suolo, considerato solamente lungo la direzione dell'asse z , di altezza h in cui k e ρ non variano spazialmente e in cui D sia tale da considerare il mezzo omogeneo e isotropo (Vedi Fig.1-6). Lungo l'asse x l'estensione del mezzo viene considerata infinita.

L'equazione 1.31 si riduce in questo caso a questa:

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = \frac{k}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \frac{\partial C_a}{\partial z} + G + D \frac{\partial^2 C_a}{\partial z^2} \quad (1.33)$$

Supponiamo i parametri α , β , D , k , ρ , G noti e da definire. Supponiamo che la pressione $P(x; y; z; t)$ sia data dalla 1.32 cosicchè la precedente diventa

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} = \alpha \frac{k}{1 + k} g \frac{\partial C_a}{\partial z} + \beta G + D \frac{\partial^2 C_a}{\partial z^2} - \rho C_a \quad (1.34)$$

Il parametro incognito è $C_a(z; t)$.

Vediamo le condizioni ai bordi:

$$\mu \frac{\partial C_a}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (1.35)$$

questa implica che la parte bassa del mezzo è isolata, cioè il flusso di radon alla base del mezzo, per $z=0$, è nullo;

$$C_a(h; t) = 0 \quad (1.36)$$

questa condizione significa che per $z=h$ si ha una concentrazione nulla: ciò può essere giustificato supponendo che sulla superficie del suolo a contatto con l'atmosfera il radon accelera il processo di diffusione diluendosi nell'aria in modo tale da poter considerare la concentrazione nulla.

La condizione iniziale è

$$C_a(z; 0) = C_{a,0} \quad (1.37)$$

Bibliogra...a

- [Rogers & Nielson 1991] Rogers V.C.;Nielson K.K., Multiphase Radon Generation and transport in porous materials, Health Physics, Vol.60. No.6,pp.807-815,1991
- [Tanner 1980] Tanner A.B., Radon migration in the ground: a supplementary review, In: Gessel, T.F.; Lowder, W.M., eds. The natural radiation environment III. Springfield, VA: National Technical Information Service; CONF-780422; 1980
- [Nazzaro^α 1992] Nazzaro^α W.W., Radon transport from soil to air, Review of Geophysics, 30, pp. 137-160, 1992
- [Koarashi] J. Koarashi^{1,2}, H. Amano¹, T. Iida², H.Yamazawa¹and H. Nagai¹,Department of Environmental Sciences, Japan Atomic Energy Research Institute,Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki, 319-1195, Japan Department of Nuclear Engineering, Nagoya University,Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya, 464-8603, Japan,Development of Model for Dynamical Behavior of Water and ²²²Rn in Unsaturated Soil
- [Bossus 1984] Bossus, D.A.W., Emanating power and specific surface area, Radat.Prot.Dosim., 7, 73-76, 1984

[Bird] R.B.Bird, W.E.Stewart, and E.N.Lightfoot, Transport phenomena, John Wiley & Sons, 1960

[Crank] Crank J., The mathematics of diffusion, 1975