Part quatr – Introdussion a l'òtica fìsica

An costa part i parloma d'onde eletromagnétiche e an particolar ëd cole luminose. I vardoma la polarisassion dj'onde e cos i voroma d' con coerensa arferìa a j'onde luminose. Peui i vardoma l'prinsipi 'd Huygens-Fresnel, l'interferensa dj'onde luminose e la difrassion, andova i vëddroma ij lìmit d'aplicassion dl'òtica geométrica. Tuta sta part a l'è giusta n'introdussion. I androma pì ant l'ancreus ant la session dedicà a j'onde eletromagnériche, che i vëddroma dòp la session d'eletricità e magnetism. A la fin i giontoma quaicòs an sl'arpresentassion dj'onde e an sle aprossimassion che a ven-o fàite. Si a ven bin parlé un pòch dla trasmission dj'onde travers element òtich.

TÀULA DLA PART QUATR

TÀULA DLE FIGURE DLA PART QUATR

J'ONDE LUMINOSE

I l'oma già acenà a cose còse cand i l'oma parlà dla lus, mentre an particolar i l'oma vist an acùstica j'equassion dj'onde 'd pression e j'onde dë spostament dle partìcole. A son concét che i tnima present an costa part, andova i arpijoma 'l dëscors an sla lus. Ij prinsìpi dl'òtica geométrica ch'i l'oma vist a peulo nen spieghé la difrassion e l'interferensa, che a ciamo anvece 'd consideré la natura ondulatòria dla lus.

Arciam an sj'onde an general

Da na mira fìsica i podoma dëscrive la lus coma n'onda eletro-magnética trasversal che a l'ha n'equassion dël tipo:

$$Y = f(x - ct)$$

andova x a l'è la coordinà ant la diression ëd propagassion dl'onda, t al'è 'l temp, c a l'è la velocità 'd propagassion e Y a l'è 'l vetor che a ossila, an diression normal a la diression ëd propagassion. Ël segn – a ìndica na propagassion ant ël vers dle x ch'a chërso.

I l'oma 'dcò vist che ògni përturbassion a peul esse scomponùa an série 'd fonsion sinusoidaj (série 'd Fourier), e sòn a pòrta a consideré onde sinusoidaj, dont la pì sempia a l'è dëscrivùa da l'equassion:

$$Y = A\cos\left[k(x - ct)\right]$$

andova A e k a son costant.

I ciamoma T ël perìod dl'ossilassion e λ la longhëssa d'onda, vis-a-dì lë spostament dël profil ant ël perìod T. che a corispond a la distansa fra doi màssim consecutiv. I disoma 'ncora che f a l'è la frequensa dl'onda, vis-a-dì 'l nùmer d'ossilassion al second, i l'avroma che $f = \frac{1}{T}$ e i definima la "***pulsassion***" $\omega = 2\pi f$. Tnisend cont che fra frerquensa e longhessa d'onda a val la relassion $\lambda = \frac{c}{f}$ i podoma scrive, antlora, nòstra equassion coma:

$$Y = A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right)$$

J'onde eletro-magnétiche

Ant ël cas dla lus la grandëssa anteressà a la vibrassion a l'è un camp elétrich ***E*** orientà an manera normal a la propagassion. La diression ëd vibrassion e la diression ëd propagassion a andividuo un pian che a l'è 'l pian ëd polarisassion dël camp elétrich ëd costa radiassion elementar.

La radiassion elétrica a l'è sempe socià a la vibrassion trasversal d'un càmp magnétich ***B*** che as treuva an s'un pian normal al pian ëd vibrassion dël camp elétrich, ant la manera che i l'oma

arpresentà an figura 1. I podoma donca scrive doe equassion për l'onda eletromagnética che as propaga an diression *x* (is arferima a la sòlita trien-a cartesian-a)

$$\vec{E}_y = E_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right) \;;\; \vec{B}_z = B_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right)$$

e as peul dimostré che a esist la relassion $E_0 = c\,B_0$

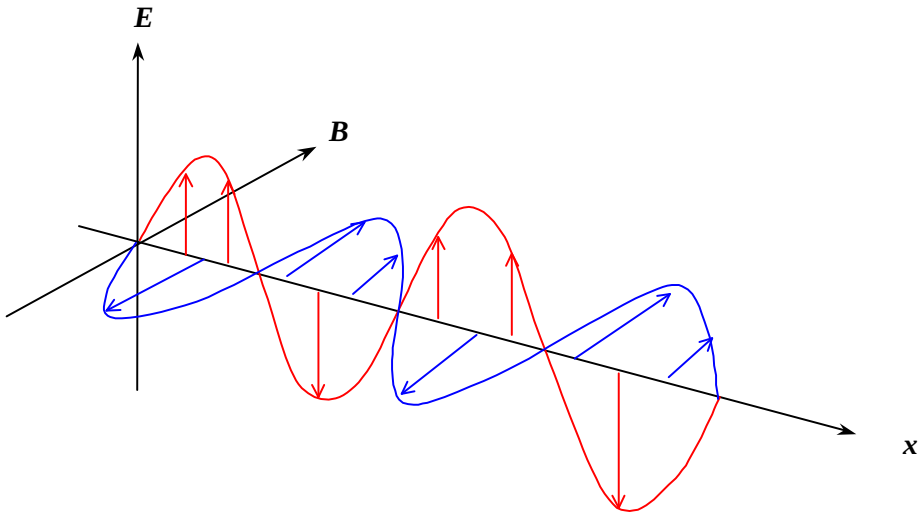

Figura 1 - Propagassion dël camp eletro-magnétich

La velocità 'd propagassion dël camp a dipend da la natura dël mojen andova 'l camp midem as propaga. Sòn i l'oma già vistlo parland dl'ìndes d'arfrassion dij materiaj.

A diferensa dle vibrassion mecàniche, le vibrassion eletro-magnéiche as propago bin ant ël veuid, sensa damanca d'un supòrt material, che ansi, a pròvoca mach assurbiment.

Dòp ch'i l'avroma parlà d'eletrissità e 'd magnetism i tornroma an sla costion dj'onde an manera pì rigorosa. I podroma definì tute le grandësse anteressà, e via fòrt. Për lòn ch'i voroma dì ambelessì e për adéss an basta parèj.

J'onde luminose

Com i l'oma già dit, mach na cita part dj'onde eletro-magnétiche a fan part dle radiassion luminose. A son cole che a l'han la longhëssa d'onda λ comprèisa fra *360 nm* e *720 nm* (un nanométer a l'è un su un miliard ëd meter). La longhëssa d'onda (ò la frequensa) a stabiliss ël color dla lus a parte dal ross (*700 nm*) fin-a al violet (*400 nm*). La lus bianca coma cola ch'a riva dal sol, a l'è na mës-cia ëd coste frequense con në spetr an pràtica contìnuo, e a corispond a l'emission luminosa d'un còrp scaodà a pì ò manch *6000° K*.

La lus bianca, donca, a l'è tut d'àutr che monocromàtica, l'intensità an sle diferente frequense a l'è nen l'istéssa, e gnanca la sensibilità dl'euj a l'è l'istessa për le diferente frequense, an efét a l'ha un màssim për longhësse d'onda antorna a *555 nm* (lus fra vèrd e giàun). I arpetoma che la velocità dla lus ant ël veuid (e, an pràtica, 'dcò ant l'atmosféra) a l'è ëd *299 792 458 m/s*.

La polarisassion

I l'oma vist che la radiassion luminosa a l'è fàita da na vibrassion elétrica e un-a magnética normàj fra 'd lor e a la diression ëd propagassion. Un ragg ëd lus a l'è fàit da vàire onde che a l'han pian d'ossilassion diferent e che a cambio ant ël temp soa diression. Se donca as supon ëd misuré, dàita na trien-a cartesian-a dont l'ass *x* a l'è col ëd propagassion, ël camp elétrich medi ant le diferente diression an sël pian *z, y*, as treuva che cost a l'è l'istéss an tute le diression. Un ragg parèj, che a l'è col dla lus natural ch'a riva da na sors com ël sol, as dis ch'a l'è "***nen polarisà*** ". As peul dì che sta lus a ven generà an manera disordinà da le sostanse ancandessente.

Na lus polarisà përféta a sarìa na lus andova tuti ij vetor elétrich (e 'd consegoensa 'dcò coj magnétich) a vibro an sl'istéss pian (ò su pian paraléj). Se 'l pian ëd polarisassion a resta costant as parla 'd polarisassion linear, ma sto pian a peul ëdcò viré 'ntorna a la diression ëd propagassion, mentre 'l mòdul dël camp elétrich a resta costant, e antlora as parla 'd polarisassion sircolar.

Manere 'd polarisé la lus

La lus polarisà a treuva vàire aplicassion, e donca a dvento anteressant le manere 'd polarisé la lus. I vardoma giusta tre manere che a peulo esse dovrà për oten-e lus polarisà, sempe sensa andé tròp ant l'ancreus. A l'é ciàir che, dal moment che ij camp elétrich e magnétich a son camp vetoriaj e doca arpresentà da vetor, cost a peulo esse scomponù second doe diression qualonque, e a ven-o a taj doe diression normaj fra 'd lor ch'i vëddroma.

Fìlter a diression privilegià

A-i son sostanse che a peulo polarisé la lus che a-j traversa. A l'è 'l prinsìpi dij filter "***pòlaroid*** ".

Sti filter a l'han na diression privilegià, an manera che a trasmëtto bin le onde polarisà an cola diression, mentre a assòrbo sempe pì lus man man che la diression ëd polarisassion ëd costa a së spòsta da la diression privilegià dël filter. I notoma che sti filter, ëd sòlit, a son prodòt an manera artifissial.

An pràtica sti filter a son bin trasparent për la lus con àngol zero fra diression ëd polarisassion e diression privilegià, mentre a dvento sempe pì opach man man che st'àngol a chërs. I ilustroma sto concét con figura 2.

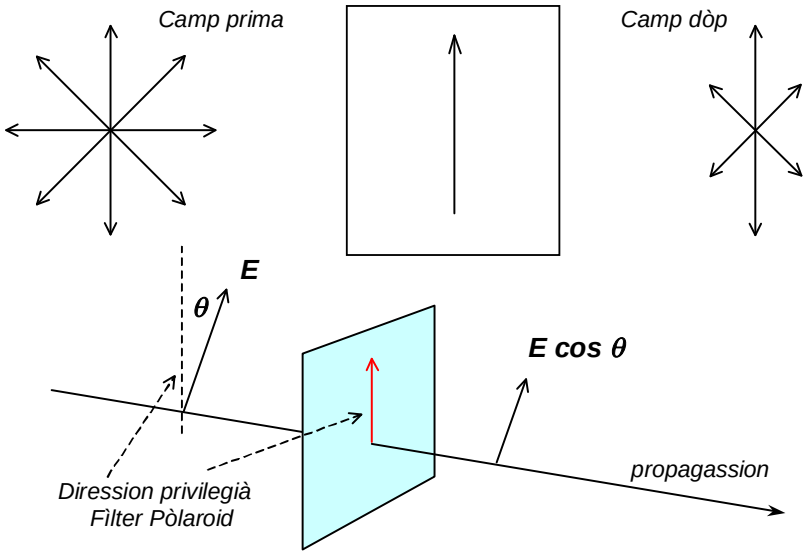

Figura 2 - Fìlter Pòlaroid

Da na mira matemàtica as peul modelé sto filter con l'espression $\vec{E}_{seurtìa} = \vec{E}_{int\,rada} \cos\theta$, andova θ a l'è l'àngol fra la diression ëd polarisassion dël camp elétrich e la diression privilegià dël fìlter. A l'é la component an costa diression che a passa.

Cristaj bi-arfrangent

N'àutra manera 'd polarisé la lus a l'è furnìa dai cristaj bi-arfrangent, che a son sostanse an-isòtrope andova a peul esse andividoà n'ass ciamà ass òtich. La component dla radiassion luminosa che a vibra second la diression ëd cost ass a treuva n'indes d'arfrassion n_s, ciamà ìndes d'arfrassion straordinari, mentre la component dla radiassion che a vibra an diression normal a treuva n'ìndes d'arfrassion n_o, ciamà ìndes d'arfrassion ordinàri.

Cand un ragg ëd lus a ìntra con na diression qualonque ant un cristal dë sto tipo, la radiassion as divid an doe component dont un-a, che a vibra normal a l'ass òtich, a l'è ciamà "***component ordinària*** ", mentre l'àutra, la "***component straordinària*** ", a vibra ant ël pian andividoà da l'ass òtich e la diression ëd propagassion.

Mentre la component ordinària a treuva sempe n'ìndes d'arfrassion n_o qualonque a sia la diression d'incidensa dla lus, la component straordinària a treuva n'ìndes d'arfrassion che a dipend da la diression ëd propagassion e che a và da n_o cand la propagassion a l'è arlongh a l'ass òtich, fin-a a n_s cand la propagassion a l'è normal a l'ass òtich.

Sensa andé 'd pì ant ij particolar, a l'è ciàir che sto fenòmeno a peul esse dovrà për oten-e lus polarisà.

Arbatiment dla lus – Àngol ëd Brewster

I l'oma vist che na radiassion qualonque a peul esse arpresentà da doe component dont la prima a l'ha l'camp eletrich che a vibra ant na dàita diression e la sconda a l'ha 'l camp eletrich che a vibra ant la diression ortogonal. I podoma arferisse a figura 3 e pensé a na radiassion qualonque che a incid an 's na surfassa 'd véder che a l'ha un dàit indes d'arfrassion, con un dàit àngol θ_i.

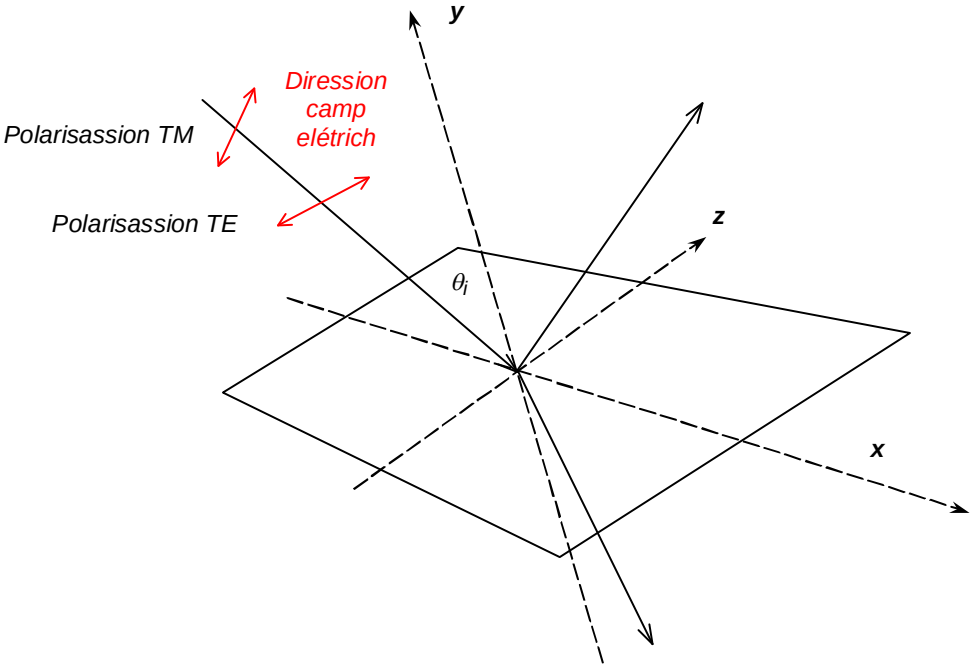

Figura 3 - Polarisassion për arbatiment

I consideroma le doe component dla radiassion che a l'han la vibrassion dël camp elétrich, ant l'órdin, paralela al pian dla surfassa 'd véder, vis-a-dì che a càpita an diression dl'ass z an figura, e che a ven ciamà polarisassion *TE* (che a sta për "*Trasversa Elétrica*") e normal a costa diression, vis-a-dì ant ël pian che an figura a conten j'ass *x* e *y*, e che a ven ciamà *TM* (che a sta për "*Trasversa Magnética*").

Sto ragg incident as divid ant un ragg arbatù e 'n ragg trasmëttù arfrait anans ant ël véder. As peul definì un coeficent d'arbatiment a coma rapòrt fra l'ampiëssa dël camp elétrich dël ragg arbatù e l'istessa ampiëssa dël ragg incident. Sto coeficent a dipend, oltra che da l'àngol d'incidensa e j'ìndes d'arfrassion, ëdcò da la polarisasson. Da j'equassion ëd Fresnel, ch'i vëddroma peui, as treuvo le relassion për a_s (coeficent d'arbatiment për polarisassion *TE*) e a_p (coeficent d'arbatiment për polarisassion *TM*), ant l'órdin

$$a_s = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} \quad ; \quad a_p = \frac{n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i}$$

andova θ_t a l'è l'àngol d'arfrassion che as treuva con le lej dë Snell e n_1 , n_2 a son, coma sempe, j'ìndes d'arfrassion dij doi mojen (ària e véder).

Da coste espression, dal moment che se $n_2 > n_1$ antlora $\theta_i > \theta_t$ a arzulta che l'espression $n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t$, numerator dël coeficent d'arbatiment për la polarisassion *TE*, as peul nen anulésse, për qualonque àngol d'incidensa, e donca la lus polarisà *TE* a l'ha sempe na part arbatùa.

Për la polarisassion *TM*, anvece, as dimostra che l'espression $n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i$, numerator ëd sò coeficent d'arbatiment, a val zero për l'àngol d'incidensa :

$$\theta_i = \theta_B = atctg\frac{n_2}{n_1}$$

A cost àngol, che a ven ciamà "***àngol ëd Brewster*** ", L'arbatiment as anula e tuta la lus polarisà *TM* a ven arfràita anans ant ël véder. Sòn a veul dì che, a cost àngol d'incidensa, tuta la lus arbatùa a l'è polarisà *TE*.

La coerensa

I pensoma a na lus d'autut monocromàtica emëttùa da na sors a pont ant ël pont *P*. I suponoma che la sors a sia a simetrìa sférica, ant ël sens che l'emission a sia istessa an tute le diression. Ant l'istant *t* e a la distansa *r* da la sors tuti ij pont an sla surfassa sférica con senter an *P* e ragg *r* a son séde d'un camp elétrich con l'istessa ampiëssa e l'istessa fase. Costa a l'è na surfassa d'onda, che, com i l'oma vist për àutri tipo d'onda, as propaga ant lë spassi con velocità *c*. A na distansa gròssa da la sors as peul consideré che da na mira local la surfassa d'onda a sia un pian (onda pian-a). Su sta surfassa tuti ij pont a l'han l'istessa fase costanta, che a dipend nen dal temp ma mach da la distansa. Costa a l'è n'onda coerenta (con chila midema) ant ël temp e ant lë spassi. Un ragg ëd lus che a peussa esse dëscrivù parèj a l'è un ragg ëd lus coerenta.

An general i l'oma che la lus a ven generà da vibrassion ëd càrie elétriche e, pr'esempi, la lus generà da un còrp foà al bianch a produv, prima 'd tut, frequense diferente, che donca a produvo camp elétrich che a na dàita distansa a l'han fase diferente, peuj j'onde a parto an manera pì ò manch casual ant ël temp, e donca a nasso già con fase diferente, e peui la sors a peul mai esse mach un pont, e donca j'onde a parto 'dcò da pont diferent. As trata donca 'd motobin tanti emëttior che a emëtto na dàita quantità d'energìa con na dëstribussion casual ant ël camp dël visìbil e an moment casuaj. Un ragg ëd costa lus a l'è un ragg ëd lus nen coerenta.

Fra ij doi cas ch'i l'oma dit a-i son vàire cas reaj ëd coerensa parsial. I vardoma sì dapréss còs i voroma dì cand i parloma 'd ***coerensa temporal*** e 'd ***coerensa spassial***.

Coerensa temporal

Se i suponoma na sors ëd lus mono-cromàtica an manera përfeta, i podoma arpresenté soa onda con na sinusòid che a và a l'anfinì sensa gnu-ne variassion. Ma na sors real a l'è nen parèj. A na dàita mira, an manera pì ò manch casual, a peul essie un sàut ëd fase com i l'oma arpresentà an figura 4.

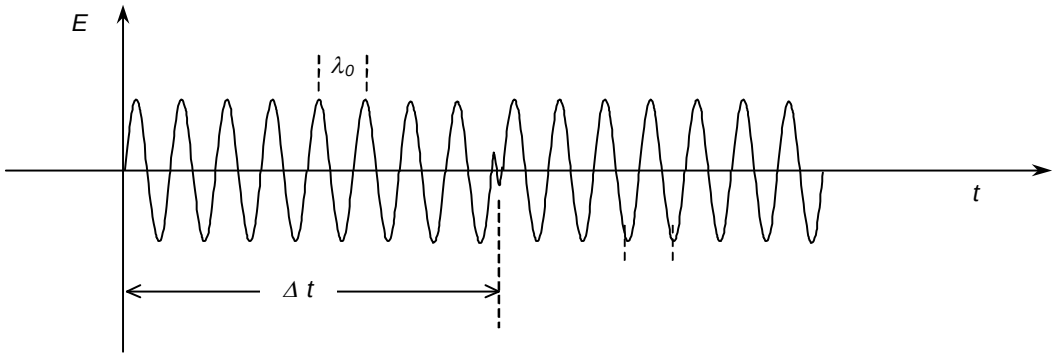

Figura 4 - Coerensa 'd fase

Na lus monocromàtica a l'ha na frequensa f_0 fissa, mentre na lus real a peul esse pensà coma na série 'd treno d'onda con na frequensa comprèisa ant l'interval $f_0 + \Delta f$. Për treno d'onda intendoma la série 'd perìodo andova l'onda a l'è mono-cromàtica përfeta. Se i osservoma l'onda che a passa ant un pont *P*, i vëddroma che a manten soa fase mach për un temp Δt, che a l'è dl'órdin ëd grandëssa dl'anvers ëd Δf.

I suponoma d'arferisse al camp elétrich E e donca nòstra onda a peul esse dëscrivùa ant ël pont P coma $E(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi(t))$, andova $\varphi(t)$ a l'è costant ant l'interval medi Δt, mentre fra n'interval e l'àutr sò valor a càmbia an manera casual fra 0 e 2π. Ansema a la fàse a peul ëdcò cambié l'ampiëssa màssima E_0. An nòstr modél as peul supon-e che $\Delta t = \dfrac{1}{\Delta f}$.

L'interval ëd temp Δt a ven ciamà "***temp ëd coerensa***" . Për na sors monocromàtica teòrica sto temp a sarìa anfinì. Cand a càpita che $f_0 >> \Delta f$, antlora as dis che la sors a l'è "***quasi mono-cromàtica*** ".

Coerensa spassial

I podoma dëstingoe doi tipo 'd coerensa spassial, che i ciamroma ël prim longitudinal e lë scond lateral. I-j vardoma sì sota.

Coerensa spassial longitudinal

Ant l'interval ëd temp Δt la lus a përcor na distansa Δl che a sarà dàita da $\Delta l = c \cdot \Delta t$. Costa a l'è la distansa, ciamà "***longhëssa 'd coerensa*** ", che la lus a peul esse considerà mono-cromàtica. Se i consideroma doi pont P_1 e P_2 an sl'istéss ragg ëd lus emëttù da na sors *S*, che a sio a la distansa $d_{1,2} = P_2 - P_1$, se i l'oma che $\Delta l >> d_{1,2}$ i disoma che l'onda an P_2 a l'è motobin corelà con l'onda an P_1 e i podoma consideré 'l rapòrt fra $d_{1,2}$ e Δl coma 'l gré 'd coerensa spassial longitudinal dij pont $P_2 - P_1$.

Coerensa spassial lateral

Sta coerensa a l'è relativa a doi ragg emëttù da l'istessa sors S che, ant la realità, a sarà nen mach un pont, ma a l'avrà na dàita estension. Se doi pont emëttitor S_1 e S_2 dla sors a son a na distansa $d_{1,2}$ gròssa rispét a la longhëssa d'onda λ_0 dl'onda emëttùa, as compòrto an manera d'autut andipendenta e ij ragg che a rivo dai doi pont a l'han nen corelassion ëd fase fra 'd lor.

Se da un pont genérich S dla sors a seurto doi ragg che a rivo, ant l'órdin, ant ij pont P_1 e P_2 , se ij doi pont a son davzin a basta për che ij camin òtich SP_1 e SP_2 a l'àbio fra 'd lor na diferensa $\Delta d = SP_1 - SP_2$ cita rispét a la longhëssa d'onda λ_0 dl'onda emëttùa, antlora i podoma supon-e che 'dcò ij camp elétrich an pont P_1 e P_2 a sio j'istéss.

Doi pont qualonque P_1 e P_2 a l'avran na corelassion ëd fase (vis-a-dì che a manten-o l'istessa diferensa 'd fase), se la diferensa Δd dij doi camin òtich fra ij pont e un pont *S* genérich dla sors a l'è pì cita dla "*longhëssa 'd coerensa* " $\Delta l = c \cdot \Delta t$ ch'i l'oma vist. Donca se:

$$\Delta d < \Delta l = c \cdot \Delta t = \frac{c}{\Delta f} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda}$$

e costa a ven ciamà "***coerensa spassial lateral*** ".

A l'è nentut sì lòn ch'as peul dì an sla coerensa, ma për adéss is fërmoma sì. I giontroma peui lòn ch'a podrà serve se a sarà 'l cas.

INTERFERENSA E DIFRASSION

Për adéss i suponoma d'onde mono-cromàtiche e coerente a l'anfinì. Che a peulo donca esse arpresentà ant ògni pont e ògni moment con na fonsion sinusoidal.

Prinsipi 'd Huygens-Fresnel

I l'oma già parlà dë sto prinsipi ant le part d'òtica geométrica. Sì i lo arpijoma, dal moment che a l'è motobin amportant për lòn ch'i diroma peui.

I l'oma già acenà al concét ëd "***front d'onda*** ". I disoma che, dàita n'onda che as propaga ant lë spassi, le surfasse continue (almanch an manera local) formà dai pont che a l'han l'istessa fase a son ij front d'onda. L'onda as propaga an diression normal a coste surfasse. Për n'onda pian-a coste surfasse a saran ëd pian, për n'onda sférica ste surfasse a saran sfere.

Ël prinsipi 'd Huygens-Fresnel a dis che ògni front d'onda a peul esse considerà coma l'ansema 'd sors a pont che a emëtto d'ònde sfériche. La propagassion ant ël temp Δt dël front d'ònda a l'è nen d'àutr che l'arzultant ëd tute coste onde dòp ël temp Δt. An manera pì precisa i podoma dì che çgni element ëd surfassa ds dël front d'onda s a peul esse considerà coma na sors secondaria an fase con l'onda primaria, e con n'ampiëssa proporsional a cola dl'onda primaria e a la surfassa ds. La përturbassion che as produv ant un pont dlë spassi as peul sempe oten-e coma adission ëd tute j'onde sfériche secondarie che a rivo an col pont. I provoma a ilustré sto prinsipi për onde pian-e e onde sfériche an figura 5.

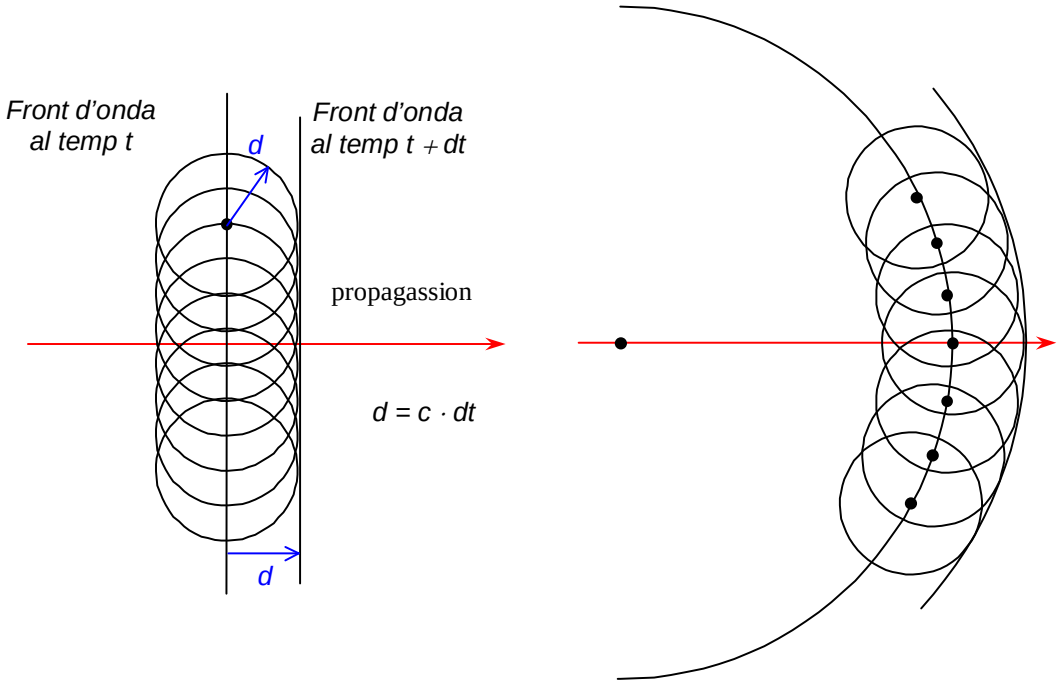

Figura 5 - Prinsipi 'd Huygens - Fresnel

Costa sempia formulassion a corispond a un modél semplificà, e a ventrìa spieghé còs a càpita nat le diression che a son nen cola 'd propagassion. Për adéss is contentoma 'd sòn.

Interferensa

Se ant un pont genérich dlë spassi a agisso doe onde luminose, a val ël prinsìpi dla dzoraposission dj'efet. Se donca is arferima al camp elétrich, cost a sarà l'adission vetorial dij doi camp pijà an manera separà.

Për semplifiché i consideroma nen j'efét che a dipendrìo da la polarisassion dla lus, e i tratoma 'l camp elétrich coma se a fussa scalar.

Se doe onde a concoro ant un pont, e ste doe onde a l'han na frequensa diferenta, i l'oma vist a propòsit d'àutri tipo d'onda (mecaniche, acustiche, etc.) che i podoma avèj vàire cas diferent an fonsion ëd com a l'è 'l rapòrt dle doe frequense. An general doe onde parèj a son nen coerente fra 'd lor. Sì, anvece, i consideroma doe onde con l'istessa frequensa, che a rivo ant ël pont ognidun-a con na soa fase. I podoma supon-e 'dcò ch'a l'abio l'istéssa ampiëssa màssima, ma sòn a l'è nen necessari.

I podoma supon-e, pr'esempi, che j'onde a rivo da sors coerente e che, për rivé al pont *P*, a l'han, ant l'órdin, le distanse x e $x+\Delta x$. I l'oma suponù che j'onde a sio mono-cromàtiche, con l'istessa gfrequensa e l'istessa ampiëssa e che donca a peusso esse arpresentà da doe fonsion dël tipo:

$$y_1 = Y\,sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \omega t - \varphi_1\right) \quad ; \quad y_2 = Y\,sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x+\Delta x) - \omega t - \varphi_2\right)$$

andova φ_1 e φ_2 a son le fase d'emission dle doe sors, che as manten-o ant ël temp.

La diferensa 'd fase costanta dle doe onde, ant ël pont P, a sarà donca dàita da : $\Delta\varphi = \frac{2\pi\,\Delta x}{\lambda} + \varphi_2 - \varphi_1$

An fonsion ëd costa diferensa 'd fase l'interferensa a peul esse costrutiva, se le doe onde a l'han $\Delta\varphi = 0$ e donca a son an fase, a peul esse anvece dëstrutiva se le doe onde a l'han $\Delta\varphi = \pi$ e donca a son an oposission ëd fase, e a peulo essie tuti ij cas antramés. Se is arferima a j'intensità dla lus I_1 e I_2 socià a le doe soirs, coste a son anlià al valor dël camp al quadrà, second d'espression dël tipo: $I_1 = C\,y_1^2 \quad ; \quad I_2 = C\,y_2^2$, andova *C* a l'è na costant.

L'intensità total I_{tot} a sarà donca l'adission dle doe intensità, vis-a-dì $I_{tot} = C\left(y_1^2 + y_2^2\right)$ e se, com i l'oma suponù, le doe intensità a son istésse e a valo $I_0 = I_1 = I_2$, sostituend j'espression sì dzora e fasend ij càlcoj. As oten che :

$$I_{tot} = 4\,I_0\,cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}$$

Se le fase φ_1 e φ_2 ëd partensa a son j'istesse, antlora i l'oma che $\Delta\varphi = \frac{2\pi\,\Delta x}{\lambda}$.

Difrassion

I l'oma già acenà a sto fenòmeno ant l'òtica geométrica. La difrassion a l'è giustificà dal prinsìpi 'd Huygens ch'i l'oma vist prima, e a dà 'l lìmit dl'aprossimassion dl'òtica geométrica, che a considera che la lus as propaga për ragg che a son righe drite fin-a a cand as treuvo nen surfasse andova l'ìndes d'arfrassion a càmbia, ò surfasse che a arbato, a assòrbo ò a difondo la lus.

Ël fenòmeno dla difrassion a càpita cand la lus a 'ncontra d'ostàcoj che a lìmito an part soa propagassion. A dventa evident da na mira macroscòpica cand le longhësse an geugh relative a costi ostàcoj a son dl'órdin ëd grandëssa dle longhësse d'onda an geugh. I l'oma 'dcò vist che sto fenòmeno a càpita për tuti ij tipo d'onde, da cole mecàniche an 's na surfassa lìquida a cole 'd pression fin-a a tute cole eletro-magnétiche (onde radio, onde luminose, fin-a ai ragg γ).

An nòstr cas la difrassion a l'è donca la presensa 'd lus da 'd là 'd lòn ch'a dirìa la lej ëd propagassion dij ragg për righe drite. La clàssica figura 6 a mostra doi cas d'anterésse për ilustré sto fenòmeno.

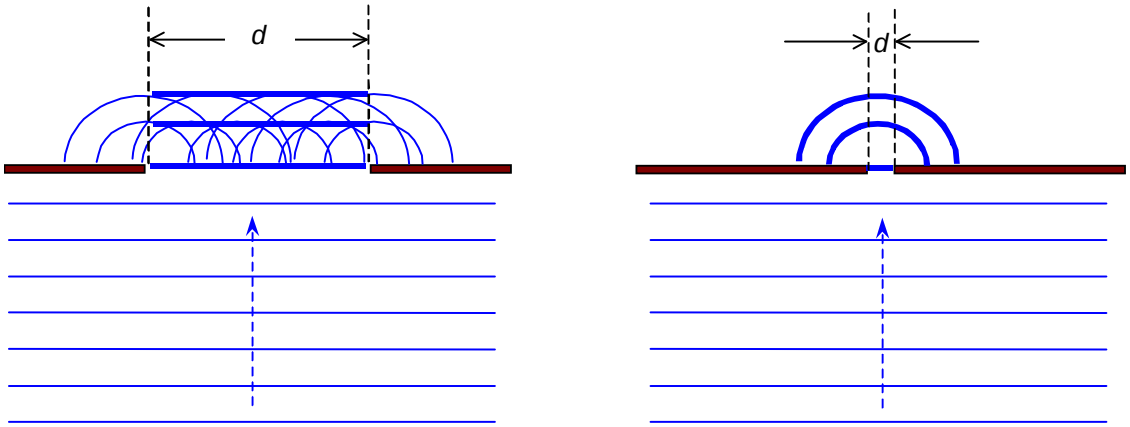

Figura 6 - La difrassion

As trata 'd n'onda pian-a che as propaga ant ël sens dla flecia e che ant ël prim cas a treuva n'ostàcol con n'overtura larga rispét a la longhëssa d'onda, mentre ant lë scond cas l'overtura a l'è dl'istéss órdin dla longhëssa d'onda. A son arpresentà ij front dl'onda, e për ël front che as treuva ant l'overtura i l'oma aplicà 'l prinsipi 'd Huygens, suponend sto front fàit da sors secondarie. La figura a arpresenta an doe dimension, la session normal a l'ostàcol. I suponoma che ant l'àutra dimension la filura a sia motobin longa.

Se l'overtura d a l'è motobin larga rispét a la longhëssa d'onda λ, antlora i podoma sperimenté che oltra l'ostàcol a contìnua un ragg che a projeta giusta l'overtura (ò almanch parèj a smija). Cost a l'è 'l camp ëd l'òtica geométrica, andova ij ragg a son righe drite.

Ma se a val ël prinsìpi 'd Huygens, e ògni element dël front d'onda ch'as treuva ant la filura a génera d'onde sfériche, antlora dòp la filura a-i saran ëdcò ëd ragg sbiéss an tute le diression. A venta 'dcò ten-e present che fra costi ragg a-i saran fenomeno d'anterferensa che a peulo anulé ò fé chërse j'efét ëd costi ragg.

Për studié la còsa da na mira sperimental, lassand la teorìa a la session convenienta 'd coste nòte, i podoma pensé a n'esperiment coma col mostrà an figura 7.

I notoma che l'esperiment a peul esse fàit con tipo diferent d'onde eletromagnétiche, coma pr'esempi infra-ross ò micro-onde. A basta giusta ten-e present col ch'a l'è l'ìndes d'arfrassion dël material dovrà për cole frequense. I disoma 'dcò che la parafin-a, për le micro-onde, as compòrta com ël véder për la lus visibil. Frequense pì basse a përmëtto 'd travajé con dimension ëd filura manch crìtiche.

Na lus monocromàtica 'd longhëssa d'onda λ as propaga për onde pian-e e a riva a na filura larga *d* ant në scherm. I suponoma che la lus, dòp la filura, a sia componùa da ragg che a van an tute le diression, a rason dël prinsìpi d'Huygens. Dòp la filura i piassoma na lent convergenta che a l'ha na distansa focal *f*. An sël pian focal a peul bogesse ant un pont *P* un misurador dl'intensità luminosa. Ël pont P as treuva a la genérica distansa *h* da l'ass òtich.

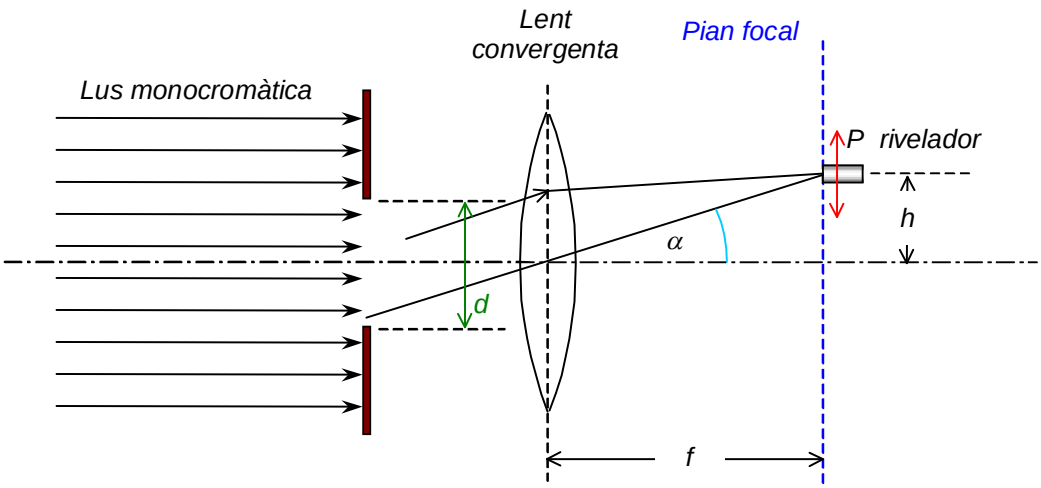

Figura 7 - Misura dl'intensità angolar dòp la filura

Da l'òtica geometrica i l'oma vist che an sël pian focal a convergio tui ij ragg che a rivo paraléj a la lent, ant un pont che a dipend da la diression dij ragg. Rispét a l'ass òtich, ij ragg con inclinassion α a rivo ant ël pont *P*, con autëssa *h*, tal che $\alpha = artg\frac{h}{f}$, andova f a l'è la distansa focal dla lent.

I podoma donca arlevé la dëstribussion dle luminosità an fonsion dl'àngol α ëd propagassion dòp la filura.

Dàita na longhëssa d'onda λ, as arpét costa misura për vàire larghësse *d* dla filura e donca për diferent rapòrt $\frac{\lambda}{d}$.

Lòn ch'as treuva a l'è arpresentà an manera schemàtica andicativa an figura 8. As nòta che cand la filura a l'è cita coma la longhëssa d'onda, dòp la filura la lus a viagia, second ël primsìpi 'd Huygens, coma se a fussa emëttùa da na sors sférica, con quàich coression, dal moment che la diression normal a l'è un pòch privilegià. Man man che la filura as ëslarga, la lus dòp la filura a tira sempe 'd pì a manten-se paralela a l'ass, mentre as nòto, a àngoj pì gròss, ëd màssim secondari antervalà da mìnim andova l'intensità a và a zero. La posission ëd costi màssim e 'd costi mìnim a dipend dal rapòrt $\frac{\lambda}{d}$. A l'è fàcil anmaginé che as trata d'un fenòmeno d'interferensa.

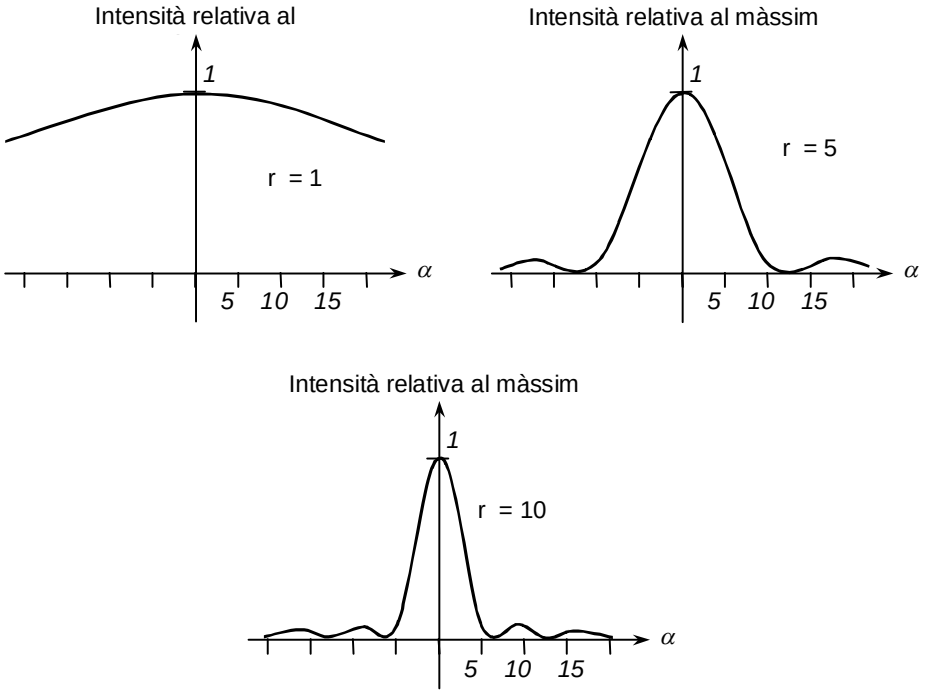

Figura 8 - Difrassion dla lus da na filura

Interferensa da difrassion

Sì i foma quàich considerassion an sj'efét dla difrassion, sensa sté a vardé le còse ant l'ancreus (e i l'oma già dit ël përchè).

Interferensa da na filura

Për adéss i continuoma a consideré mach na filura coma cola vista sì dzora, e is arferima a la figura 9. I suponoma che la filura a sia larga d e i consideroma le cobie d'onde 'd Huygens generà da doi pont qualonque dla figura che a sio a distansa $\frac{d}{2}$. I suponoma sempe che an sla filura a rivo ij front d'onda ëd na lus coerenta 'd longhëssa d'onda λ.

I consideroma che ij doi ragg (dle onde 'd Huygens) che a rivo an 's un pont P ëd në scherm butà lontan a basta da la filura (e përpendicolar a la diression dla lus an ariv e paralél a la filura) e che a parto da un bòrd dla filura (ragg a) e dal senter dla filura (ragg b) a peusso esse considerà paraléj. Rispét a l'ass dla filura sti ragg a l'avran n'àngol α e na diferensa 'd camin òtich dàita da δ, che a val $\delta = \frac{d}{2} sin\alpha$.

A l'è ciàir che se l'àngol α a val *0*, tute jonde che a rivo al pont *P* a son an fase e l'interferensa a l'è costrutiva, e l'intensità a l'avrà 'l màssim assolut. Se anvece l'àngol α a l'è tal che $\delta = \frac{d}{2} sin\alpha = \frac{\lambda}{2}$, antlora l'interferensa a sarà dëstrutiva, e le doe onde as elìmino l'un-a con l'àutra. Sòn, a col àngol, a val për tute le cobie 'd ragg distant fra 'd lor $\frac{d}{2}$, vis-a-dì për tuti ij ragg.

A st'àngol, antlora, a corispond n'intensità ch'a val zero, e cost a l'è ël minim dël prim órdin. Passand da l'àngol zero a l'àngol dël prim mìnim, j'onde a arzulto man man pì sfasà, e soa adission a diminuiss ëd valor. J'àngoj che a corispondo a interferensa dëstrutiva për tute le cobie 'd ragg a son coj che a rendo vera la relassion $sin\alpha = \frac{n\lambda}{d}$, andova n a l'è un nùmer antrégh. Fra costi mìnim che a valo zero, a venta che a-i sio 'd màssim relativ, che però a son motobin pì cit dël massim assolut.

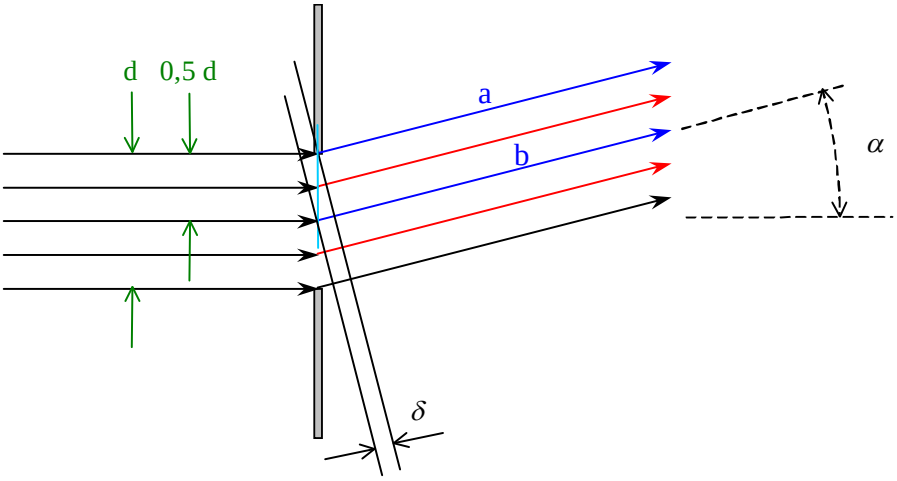

Figura 9 - Interferensa da na filura

Un lìmit për jë strument òtich

Se as deuvra un beucc sircolar anvéce che na filura, as treuva quaicòs che a smija a lòn ch'i l'oma trovà sì dzora. An particolar a arzulta che cand la lus a passa travers un beucc sircolar, a produv an 's në scherm un disch ëd màssima intensità con antorna n'anél scur che a corispond a n'àngol con ël cò antël beucc e n'overtura α tal che $1{,}22 \cdot \lambda = d \cdot sin\alpha$. Dòp l'anél nèir a-i è torna n'anél luminos che a corispond al prim màssim relativ, e via fòrt coma prima.

Na lus che a passa travers un diaframa a produv sta difrassion, che a arzulta un lìmit për la precision, an general djë strument òtich. An efét, se is arferima a figura 10, i l'oma doi pont P_1 e P_2 che a mando ij ragg r e s travers ël diaframa largh d, për peui rivé an slë scherm S.

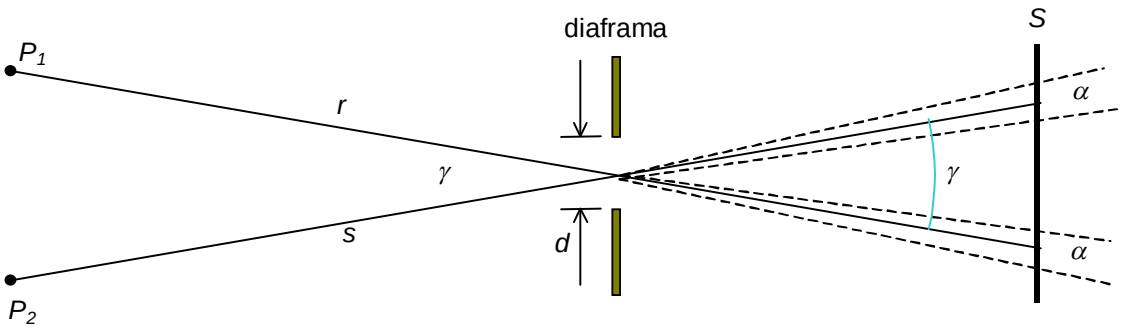

Figura 10 - Lìmit ëd risolussion d'un diaframa

Sti doi ragg a formo n'àngol γ fra 'd lor. I l'oma vist che un ragg che a traversa un beucc a pròvoca na figura 'd difrassion an slë scherm S, che a l'è un disch che a l'è vist con l'overtura α dita sì dzora. A l'è ciàir da la figura che se l'àngol γ a l'è tròp cit, ij doi pont a produvo d'imàgin che as mës-cio. A-i è un criteri, dit ëd Rayleigh, che a dà l'àngol γ mìnim fra ij doi ragg përchè le relative imàgin a sio dëstingoìbij.

Ël critéri a dis che 'l màssim dla figura 'd difrassion dàita da un pont a venta ch'as avzin-a nen pì che a la mira dël prim mìnim dàit da la figura 'd difrassion ëd l'àutr. Sòn a pòrta a conclude che a deuv esse:

$$\sin\gamma = \sin\alpha = \sin\frac{\lambda}{d}$$

che për àngoj cit a dventa $\gamma = \alpha = \frac{\lambda}{d}$.

Interferensa da doe filure – Esperiment ëd Young

I suponoma na preuva coma cola ilustrà an figura 11, andova i l'oma n'onda pian-a che a riva përpendicolar a në scherm S_1, e donca con ij front d'onda paraléj a lë scherm midem. Ant lë scherm a-i son doe filure paralele F1 e F2, e a na distansa gròssa da le schërm S1 a-i è në scherm S2 paralel al prim, andova as peul vëdde la lus che a riva da le filure. Le filure peui a son motobin longhe rispét a lòn ch'a son larghe, an manera che i podoma vardé 'l problema an doe dimension, second la session disegnà an figura.

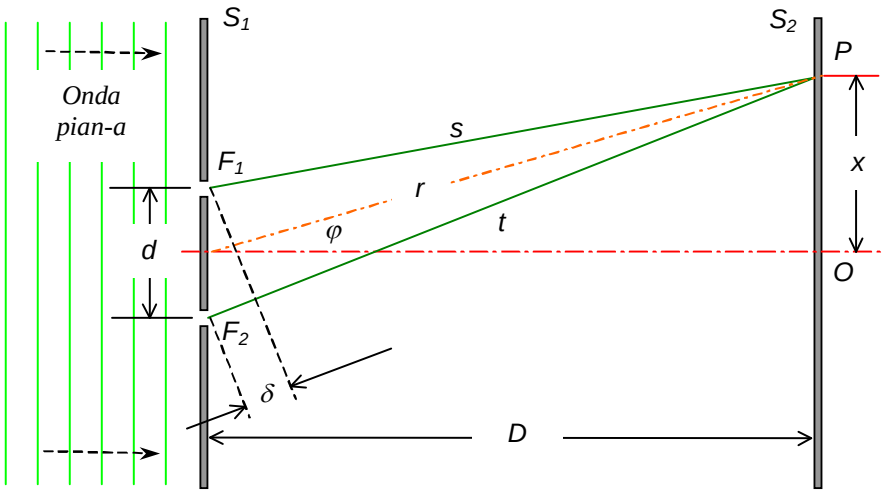

Figura 11 - Interferensa da doe filure

L'onda pian-a che a riva contra lë scherm S_1 a l'è n'onda monocromàtica. Da le filure F_1 e F_2, che i suponoma esse pì strèite dla longhëssa d'onda λ dla lus incidenta, a seurto doe onde coerente cilindriche generà da jë stessi front d'onda. Le filure a son a na distansa d fra 'd lor e lë scherm S_2 a l'è a na distansa D da lë scherm S_1, con $D >> d$.

An slë scherm S_2 riva la lus da le filure e as forma n'imàgin dàita da bande ciàire antërcalà a bande scure. Coste a son dite "***frange d'anterferensa*** ". Për studié ste frange 'l procediment a l'è pitòst sìmil a col ch'i l'oma dovrà prima.

I consideroma 'l pont genérich P an slë scherm S_2, che a l'è a distansa x da l'ass normal a lë scherm e che a passa për ël senter dël segment che a uniss le doe filure. Sto pont a arsèiv ël ragg s che a riva da F_1 e 'l ragg t che a riva da F_2. Dal moment che $D >> d$, i podoma consideré che 'l pont P a arsèiv da la diression r, doi ragg , che a parto con l'istéssa fase, dont la diferensa 'd camin òtich a l'è δ. Se φ a l'è l'àngol fra l'ass e la riga drita r, antlora i l'avroma che $\delta = d \sin \varphi$.

Antora i l'avroma che la diferensa 'd fase θ dle doe onde a sarà dàita da $\theta = \frac{\delta}{\lambda} 2\pi$. Sta difernsa 'd fase a sarà donca fonsion dl'àngol φ, e sostituend:

$$\theta = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin\varphi$$

Sòn a pòrta a n'intensità dla lus ant ël pont P dàita da:

$$I = 4 I_0 \cos^2 \frac{\theta}{2} = 4 I_0 \cos^2 \left(\pi \frac{d}{\lambda} \sin\varphi \right)$$

andova I_0 a l'è l'intensità che a sarìa dàita da na filura sola (onda sférica).

Ël cossen al quadrà a val 1 cand so argoment a val $n\pi$, con n nùmer antrégh che a va da 0 anans, e a val 0 cand so argoment a val $\left(\frac{2n+1}{2}\right)\pi$. Da sì as treuva che l'intensità a presenta 'd màssim cand $\pi \frac{d}{\lambda} \sin\varphi = n\pi$ e donca $\sin\varphi = n\frac{\lambda}{d}$. A l'istessa manera i l'avroma ij mìnim d'intensità cand $\pi \frac{d}{\lambda} \sin\varphi = \frac{n+1}{2}\pi$ e donca $\sin\varphi = (2n+1)\frac{\lambda}{2d}$.

An pràtica a venta ten-e cont che le filure a l'han sempe na dimension finìa edonca quàich fenòmeno 'd difrassion da na filura (coma col ch'i l'oma vist prima) a lo produvo. A parte dal prim màssim an sl'ass, j'àutri màssim a son nen d'ampiëssa costanta, ma a calo man man che l'àngol a chërs.

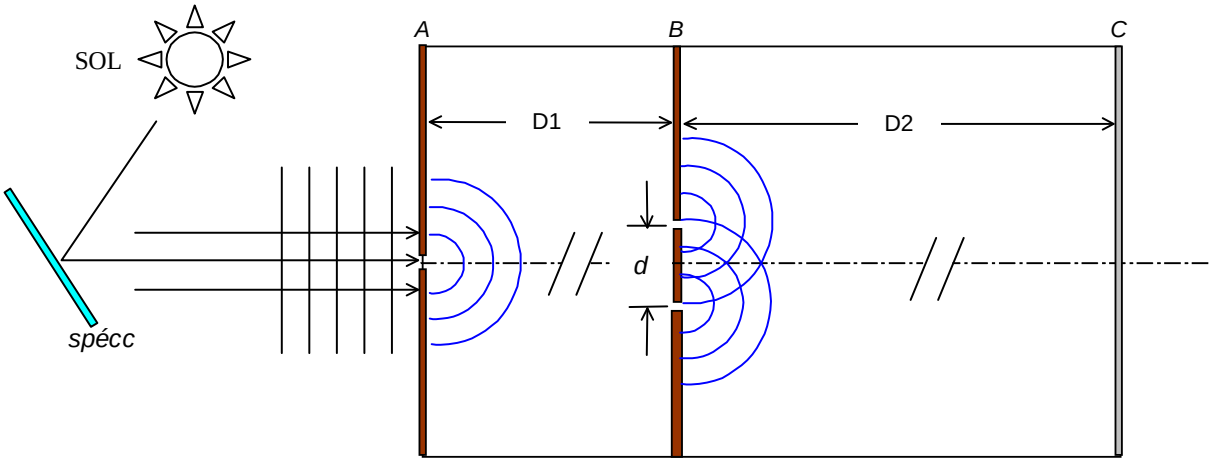

Figura 12 - Esperiment ëd Young

L'esperiment ëd Young a l'è dë sto tipo e, ant ël 1801, a l'è servì a dimostré la natura ondula tòria dla lus. I lo arpresentoma an figura 12. La sors dovrà a l'è la lus dël sol, che con në spécc a l'è mandà contra un cit beucc (dimension dle longhësse d'onda) arcavà ant në scherm *A*. La lus dël sol a l'è, da 's për chila, nen coerenta, e a l'è formà da vàire treno d'onda e vàire color.

La lus che a passa dal beucc a dà orìgin a onde sfériche che a l'han l'istéssa natura iregolar dla lus incidenta an slë scherm *A*. As trata però ëd surfasse sfériche che an tuti ij pont a l'han j'istesse carateristiche coma fase, frequensa, ampiëssa. Cand coste surfasse a rivo a la distansa *D1*, che a l'è gròssa rispét a la distansa *d* dij doi beucc che as treuvo an slë scherm *B*, a peulo esse considerà coma onde pian-e, e an sij doi beucc (cit coma 'l prim) as presenta l'istéss front ant l'istéss moment.

Ij doi beucc dlë scherm *B* a dvento sors d'onde sfériche che fra 'd lor a son coerente, fàite da surfasse istesse che as propago a l'istessa manera. Për ste doe onde, ògni moment, a valo le considerassion ch'i l'oma fàit prima. An slë scherm *C* as formo antlora le frange d'interferensa con jë stéss criteri.

La diferensa, adéss, a l'è che a son presente tute le frequense dla lus visìbil e donca, dal moment che la separassion dle bande luminose a l'è anlià a la frequensa, le bande luminose a tiro a scompon-se ant ij diferent color.

Retìcol ëd difrassion

I l'oma vist che un beucc ò na filura a produvo na difrassion dla lus, che se le dimension a son dl'òrdin dla longhëssa d'onda as traduv an lus che a part da la filura coin na simetrìa quasi semi-sférica, mentre che se la filura as ëslarga, man man as forma un màssim prinsipal sempe pì strèit e 'd frange lateraj motobin pì cite.

Con doe filure la figura 'd difrassion a l'è pì ciàira, ma, an pràtica, ij massim lateraj as arduvo sempe pitòst ampressa, e sòn pérché ògni filura a tira a avèj soa figura 'd difrassion, e costa a anteragiss con la figura 'd l'àutra. Për avèj la situassion teòrica a ventrìa che le doe sors a fusso 'd pont ò segment matemàtich, sensa na larghëssa finìa.

A ven antlora da ciamésse se le còse a dvento 'ncora pì bon-e se le filure a dvento tante. Tante filure paraléle an '' në scherm a formo col ch'a ven ciamà "***retìcol ëd difrassion*** ". I provoma antlora a arpete 'l rasonament an sto cas, e is arferima a figura 13.

I notoma che un retìcol coma col arpresentà a peul esse otnù, pr'esempi, për depòsit fotografich ëd righe opache su material trasparent, an manera 'd lassé le filure da 'ndova a peul passé la lus. I suponoma che la distansa fra doe filure a sia costanta e a vala p , che a ven ciamà "***pass dël retìcol*** ". N'àutra caraterìstica 'd base a l'è la larghëssa d dle filure e 'dcò costa a l'è considerà costanta.

An figura 13 a l'è arpresentà la manera 'd misuré l'intensità che a ven propagà ant le diferente diression, a l'istéssa manera ch'i l'avìo vist an figura 7. Ògni filura a pròvoca na difrassion coma cola ch'i l'oma vist prima, e j'efét as adission-o provocand neuve interferense costrutive ò dëstrutive. La distribussion ëd frange ch'as oten a l'è anlià a la longhëssa d'onda dovrà e a le caraterìstiche dël retìcol midem.

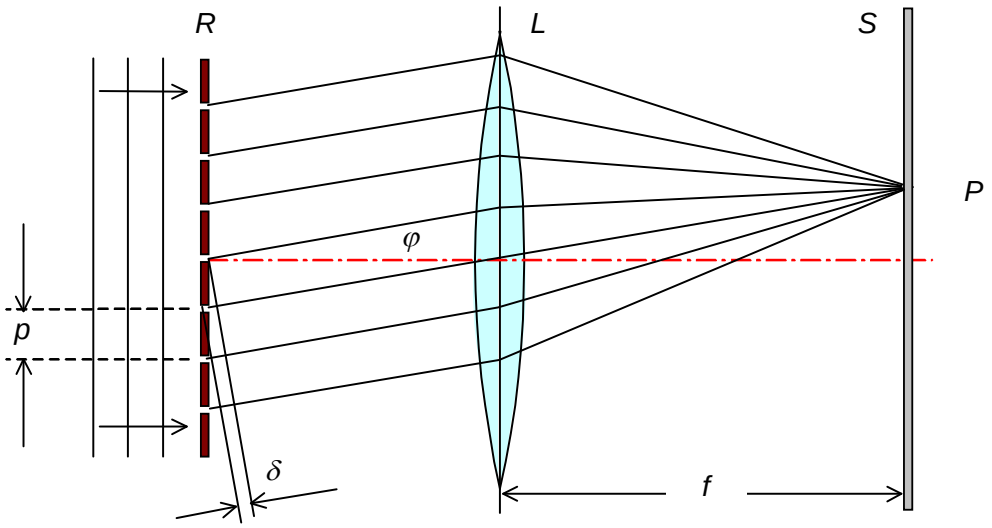

Figura 13 - Retìcol ëd difrassion

I arpetoma, an figura 14, na figura tipo figura 11, ma sta vira për un retìcol con vàire filure. I vardoma cola ch'a l'è la condission për avèj j'onde generà da le filure, an fase an sël pont *P* dle scherm, che i suponoma sempe lontan a basta da podej consideré paraléj ij ragg che a rivo an s'un pont da le diferente filure.

Ij ragg *s* e *t*, ant ël pont P, a l'avran na diferensa 'd camin òtich dàita, com a l'era prima, për le doe filure, da $\delta = p \sin\varphi$ (a valo tute le semplificassion e considerassion ch'i l'oma fàit për le doe filure).

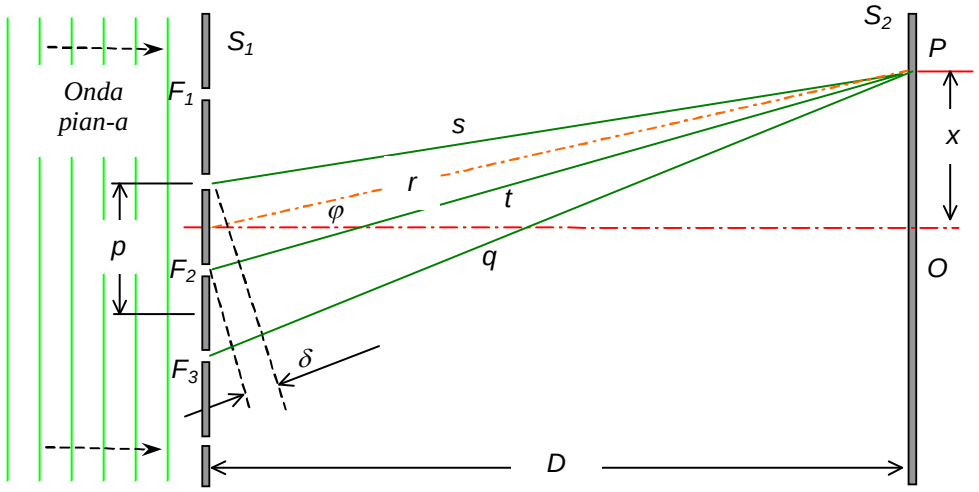

Figura 14 - Condission për onde an fase

L'interferensa costrutiva fra ij ragg s e t a ciama che a vala la relassion con la longhëssa d'onda λ dàita da $\delta = p \sin\varphi = n\lambda$, andova n a l'è un nùmer antrégh. Ma costa diferensa 'd camin òtich, fin ch'i podoma consideré ij ragg paraléj, a val ëdcò fra 'l ragg t e 'l ragg q. Se fra ij ragg s e t i l'oma, pr'esempi, $\delta = \lambda$, fra t e q a sarà 'ncora $\delta = \lambda$, e fra s e q a sarà $\delta = 2\lambda$.

An slë scherm S_2 i l'avroma un màssim ëd luminosità, për na dàita longhëssa d'onda dla lus, an corispondensa ai valor antrégh dla *n* sì dzora, vis-s-dì për $x \approx D \sin\varphi = \frac{n\lambda}{p}$

An pràtica as osserva che ij màssim a calo con l'àngol. Dàite le ipòtesi ch'i l'oma fàit, tut sòn a val se 'l retìcol a l'è cit rispét a la distansa *D*.

Dal moment che sti sogét a saran peui tratà ant la session dj'onde eletromagnétiche, për adéss is fërmoma sì. I giontoma giusta 'ncora quaicòs an sl'arpresentassion dj'ónde eletromagnétiche.

pàgina lassa veuida apòsta

ARPRESENTASSION DJ'ÓNDE E APROSSIMASSION

I parleroma ëd costi sogét an manera pì completa and la pòrt relativa a eletricità e magnetism, ma sì an servo quàich nossion për lòn ch'i voroma dì ant la part dòp costa.

Equassion d'ónda

Ant un mojen qualonque l'ónda as propaga con na velocità *c* che a dipend da sò ìndes d'arfrassion *n*, second la relassion $c = c_0/n$, andova c_0 a l'é la velocità dla lus ant ël veuid,

L'onda a l'é dëscrivùa da na fonsion *u (**r**, t)*, dlë spassi e del temp, che a venta ch'a sodisfa a l'equassion diferensial

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

Onda monocromàtica

L'arpresentassion ëd l'ònda monocromàtica, che a l'é peui cola che a serv a svilupé tuta la teorìa, a l'é dàita da l'equassion.

$$u(\vec{r},t) = a(\vec{r})\cos\left[\omega t + \varphi(\vec{r})\right]$$

Ampiëssa e fàse a peulo esse fonsion dla posission ma, ant ògni pont, *u* a l'é na fonsion armònica dël temp.

Arpresentassion compléssa.

Com as vëddrà bin a sò temp, a conven dovré n'arpresentassion dla fonsion real *u (**r**, t)*, travers la fonsion compléssa *U (**r**, t)*, dël tipo:

$$U(\vec{r},t) = a(\vec{r})e^{j\varphi(\vec{r})}e^{j\omega t}$$

an manera che *u (**r**, t)*, a sia la part real dla fonsion *U (**r**, t)*. Tute doe ste fonsion a venta che a sodisfo a l'equassion diferensial dj'ónde, ch'i l'oma scrivù sì dzora. St'equassion compléssa a peul ëdcò esse scrivùa coma $U(\vec{r},t) = U(\vec{r})\,e^{j\omega t}$ andova 'l fator *U(**r**)*, che a dipend nen dal temp, e che a val $U(\vec{r}) = a(\vec{r})e^{j\varphi(\vec{r})}$, a ven ciamà "***ampiëssa compléssa***". Sòn a pòrta 'dcò a scrive che:

$$u(\vec{r},t) = \mathrm{Re}\left\{U(\vec{r})e^{j\omega t}\right\}$$

Equassion ëd Helmholtz.

Se, ant l'equassion diferensial dl'ónda i sostituima a *u* l'equassion $U(\vec{r},t) = U(\vec{r})\,e^{j\omega t}$ i otnìma l'equassion:

$$\nabla^2\left[U(\vec{r})e^{j\omega t}\right] - \frac{1}{c^2}\left[-\omega^2 U(\vec{r})e^{j\omega t}\right] \quad \text{vis-a-dì} \quad \nabla^2 U(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{c^2}U(\vec{r}) = 0 \quad \text{vis-a-dì} \quad \left(\nabla^2 + k^2\right)U(\vec{r}) = 0$$

andova $k = \omega / c$ a l'é dit "***nùmer d'onda***". Costa a l'é ***l'equassion ëd Helmholtz***.

I arcordoma che *U(**r**)* a l'é l'ampiëssa compléssa dl'ónda. Ël mòdul | *U(**r**)*| a l'é l'ampiëssa dl'ónda mentre l'argoment Arg{ *U(**r**)*} a l'é soa fase. Costa equassion a l'é na manera d'arpresenté l'onda an manera andipendenta dal temp.

Intensità òtica

L'intensità òtica, che i ciamoma ***I (r**, t)*, a l'é definìa coma la potensa për unità 'd surfassa, e a l'é proporsional a la média dël quadrà dla fonsion d'onda.

$$I(\vec{r},t) = 2\left\langle u^2(\vec{r},t)\right\rangle$$

andova la média a l'é fàita su un temp bin pì longh dël perìod dla lus, ma bin pì curt dij temp d'anterésse. Coma fator dla proporsionalità sì i l'oma dovrà *2*, ma costa a l'é na sernùa arbitrària, che as mostrerà bon-a peui dòp.

Onde elementar pian-e e j'ónde sfériche.

Ónde pian-e

L'ampiëssa compléssa dj'ónde pian-e a l'é arpresentà da :

$$U(\vec{r}) = Ae^{-j\vec{k}\times\vec{r}} = Ae^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)}$$

andova A a l'é na costant compléssa, che a l'é ciamà "***anvlup compléss***", mentre ***k*** $= (k_x, k_y, k_z)$ a l'é ciamà "***vetor d'onda***". Për che costa equassion a sodisfa a l'equassion ëd Helmholtz, a venta che ij doi *k* a coincido, vis-a-di che $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ e donca la grandëssa dël vetor d'ónda a sia ugual al nùmer d'ónda.

La fàse Arg{ *U(**r**)*} a val Arg { *A*} – ***k*** x ***r***. Antlora ij front d'ònda (che a son le surfasse a fase costanta, a saran arpresentà da l'equassion $\vec{k}\times\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z = 2\pi q + \text{Arg}\{A\}$, andova *q* a l'é un nùmer antrégh. Costa a l'é l'equassion ëd na famija 'd pian normaj a la diression dël vetor ***k***, che a son a na distansa fra 'd lor ëd $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, ma i l'oma che $k = \omega / c = 2\pi\nu / c$ e donca $\lambda = \frac{c}{\nu}$, che a l'é la longhëssa d'ónda.

Se i pijoma l'ass *z* ant la diression dla propagassion ***k***, nòstra ampiëssa compléssa a dventa $U(\vec{r}) = Ae^{-jkz}$ e la fonsion d'ónda *u (**r**, t)* a dventa:

$$u(\vec{r},t) = |A|\cos(\omega t - kz + \text{Arg}\{A\}) = |A|\cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{c}\right) + \text{Arg}\{A\}\right]$$

Sta fonsion d'onda a l'é donca periòdica ant ël temp con un perìod $1/\nu$, e ant lë spassi con perìod $2\pi / k$. La fase dla fonsion d'onda compléssa *U (**r**, t)* a val

$$\text{Arg}\{U(r,t)\} = 2\pi\nu(t - z/c) + \text{Arg}\{A\}$$

e a vària, ant ël temp e ant lë spassi, coma fonsion dla variàbil *(t - z/c)*. Ël valor *c* a l'é ciamà "***velocità 'd fase dl'onda***".

Se un dàit mojen a l'ha ìndes d'arfrassion *n*, la velocità 'd fase a pija ìl valor $c = c_0 / n$, e coma consegoensa la longhëssa d'onda a dventa $\lambda = c / \nu = c_0 / n\nu$, donca 'dcò 'l nùmer d'onda, che a l'é $k = 2\pi / \lambda$, a dventa pì gròss che ant ël veuid, andova a val $k_0 = 2\pi / \lambda_0$. Donca $k = n\, k_0$.

Ónda sférica

St'onda a corispond a la solussion dl'equassion ëd Helmholtz:

$$U(\vec{r}) = \frac{A}{r} e^{-jkr}$$

andova r a l''é la distansa da l'orìgin e $k = 2\pi\nu / c = \omega / c$ a l'é 'l nùmer d'onda. L'intensità 'd cost'onda a l'é proporsional invèrsa al quadrà dla distansa.

Për semplifiché i podoma supon-e che Arg {A} = 0, e ij front d'onda a son le surfasse dàite da $\boldsymbol{r} = q\lambda$, andova q a l'é un nùmer antrégh. As trata donca 'd surfasse sfériche separà da la distansa $\lambda = 2\pi / k$, che a viagio an diression radial a la velocità 'd fase *c*.

N'onda sférica che a part dal pont $\boldsymbol{r_0}$ a l'ha n'ampiëssa compléssa $U(\vec{r}) = \dfrac{A}{|r - r_0|} e^{-jk|r - r_0|}$, mentre n'onda che a convèrgia vers ël pont $\boldsymbol{r_0}$ a l'ha n'ampiëssa compléssa $U(\vec{r}) = \dfrac{A}{|r - r_0|} e^{+jk|r - r_0|}$.

Aprossimassion ëd Fresnel, onda parabòlica

I suponoma n'onda sférica che a parta con senter ant l'orìgin, e i consideroma 'd pont che a sodisfo a la condission $\sqrt{x^2 + y_2} << z$, vis-a-dì pont lontan a basta da l'orìgin e davzin a basta a l'ass z . An coste condission as peul apliché l'aprossimassion dij ragg parassiaj, për ragg che a parto da l'orìgin e a rivo an costi pont.

I definìma la variàbil $\theta^2 = \dfrac{x^2 + y^2}{z^2}$, e a sarà $\theta^2 << 1$. I definima 'l ragg $\boldsymbol{r}$ con n'aprossimassion otnùa con ij prim doi termo ëd sò svilup an série 'd Taylor.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = z\sqrt{1 + \theta^2} = z\left(1 + \frac{\theta^2}{2} - \ldots\right) \approx z + \frac{x^2 + y^2}{2z}$$

A sta mira i podroma arscrive la fonsion $U(\boldsymbol{r})$ dovrand sto valor dla distansa r ant l'espression ch'i l'oma scrivù prima. I otnoma:

$$U(\vec{r}) = \frac{A}{z} e^{-jz} e^{-jk\frac{x^2 - y^2}{2z}}$$

St'equassion a coripsond a n'onda pian-a modulà da un fator che a corispond a un parabolòid. An efét un parabolòid ëd rotassion antorna a l'ass z a l'ha equassion $\dfrac{x^2 + y^2}{z} = \text{cost}$.

An costa manera l'onda a l'é aprossimà da n'***onda paraboloidal***. Le condission ëd validità dl'aprossimassion a son un pòch pì complicà che nen mach $\theta^2 << 1$. dal moment che a venta che 'l termo $\frac{\theta^4}{8}$ (prim trascurà dla série), cand a ven moltiplicà për *kz*, a continua a esse cit. A venta ch'a sia $kz\frac{\theta^4}{8} << \pi$, ma i stoma nen a andé pì ant ij particolar.

An figura 15 i schematisoma la situassion ëd n'onda sférica generà ant un pont, e considerà an pont davzin a l'ass *z* , e projetà an sël pian *xz* .

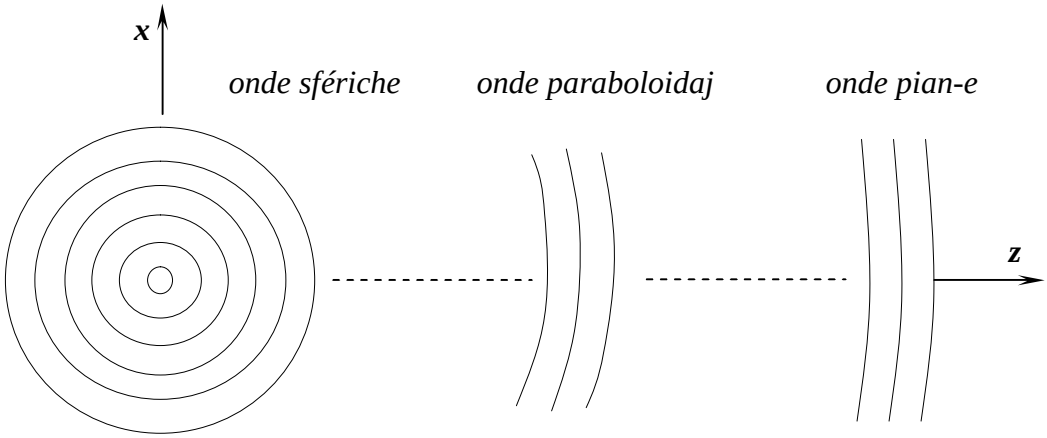

Figura 15 - Aprossimassion për j'onde.

Se *z* a dventa motobin gròss, për ij pont antorna a l'ass *z*, l'equassion dl'ampiëssa compléssa a dventa sempe pì davzin-a a cola dl'onda pian-a.

Onde para-assiaj

As ës-ciamo "***onde para-assiaj***" le onde dont le normaj ai front d'onda a son ragg para-assiaj. Për dé n'espression analìtica 'd coste onde as peul parte da l'espression ëd n'onda pian-a, e peui fëne varié l'anvlup motobin pian con le variassion ëd z (che i suponoma sempe la diression ëd propagassion dl'onda pian-a).

I partoma antlora da l'espression dl'ampiëssa compléssa dl'onda pian-a $U(\vec{r}) = Ae^{-jkz}$, e peui i podoma "modulé" l'anvlup compléss *A* an manera 'd félo varié pian con la distansa. I scrivoma:

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r})e^{-jkz}$$

I l'oma dit che la variassion ëd *A(r)* a venta che a sia cita su distanse paragonàbij a la longhëssa d'onda, an manera che l'onda midema a manten-a ij caràter ëd n'onda pian-a. La fonsion d'onda ***u(r, t)*** a dventa:

$$u(\vec{r},t) = \left|A(\vec{r})\right|\cos\left[\omega t - kz + \mathrm{Arg}\{A(\vec{r})\}\right]$$

An figura 16 i arportoma n'arpresentassion a la bon-a 'd costi concét, I l'oma n'onda, arpresentà al temp $t = 0$, con l'anvlup che a vària pian arlong l'ass z , ij front d'onda "*quasi*" pian e le normaj ai front coma ragg para-assiaj.

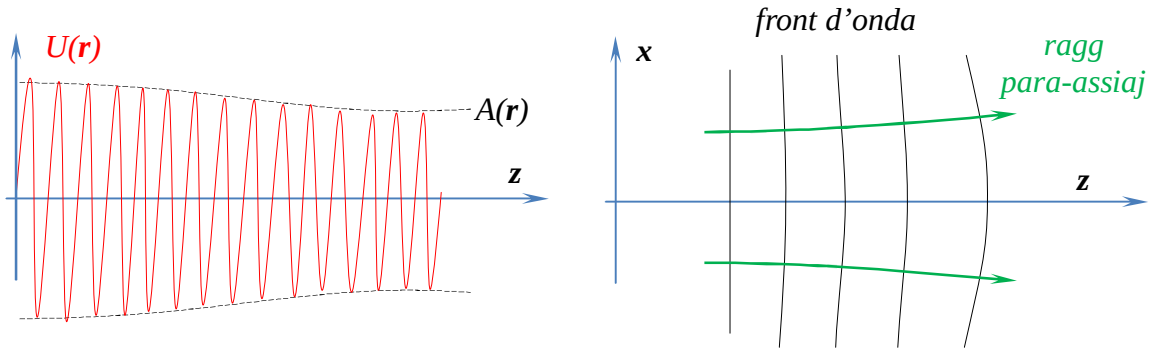

Figura 16 - Ragg para-assiaj

Equassion para-assial ëd Helmholtz

Për che l'equassion $U(\vec{r}) = A(\vec{r})e^{-jkz}$ ch'i l'oma scrivù prima a peussa sodisfé a l'equassion ëd Helmholtz, a venta che l'anvlup compléss ***A(r)*** a sodisfa a l'equassion che as oten sostituend ***U(r)*** ant l'equassion ëd Helmholtz.

Ël consideré che ***A(r)*** a varia pòch con ël varié ëd z a veul dì che, ant na distansa $\Delta z = \lambda$, la variassion ΔA a l'é motobin pì cita che A midem, vis-a-dì che $\Delta A << A$.

Dal moment che as trata 'd variàbij complésse, la disugualiansa as aplica an manera separà a le part reaj e a cole anmaginàrie.

I l'oma che $\Delta A = \frac{\partial A}{\partial z}\Delta z = \frac{\partial A}{\partial z}\lambda$, e donca a venta che a sia $\frac{\partial A}{\partial z} << \frac{A}{\lambda} = \frac{Ak}{2\pi}$ e donca i l'oma:

$$\frac{\partial A}{\partial z} << k\,A$$

e 'dcò la derivà sconda a càmbia pòch su distanse dl'ördin ëd λ . Donca $\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} << k\frac{\partial A}{\partial z}$, e donca i podoma scrive che : $\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} << k^2 A$

Se adéss i andoma a sostituì nòstra A ant l' equassion ëd Helmholtz, i podoma trascuré 'l termo $\frac{\partial^2 A}{\partial z^2}$ rispét a $k\frac{\partial A}{\partial z}$ ò rispét a $k^2 A$, e i otnima che

$$\nabla_T^2 A - j2k\frac{\partial A}{\partial z} = 0\,.$$

Costa a l'é ciamà l'***equassion parassial ëd Helmholtz***. Ambelessì i l'oma indicà con ∇_T^2 l'operator ëd Laplace trasversal, vis-a-dì relativ a le component trasversaj x e y: $\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Relassion fra onde e ragg

As peul vëdde che l'òrica geométrica a l'é n'aprossimassion dl'òtica dj'onde luminose, cand le longhësse d'onda dla lus a tendo a zero.

I consideroma n'onda ëd longhëssa λ_0 ant ël veuid, che a traversa un mojen con ìndes d'arfrassion ***n(r)*** che a sia variàbil pian con la posission, an manera da podèj esse considerà "***costant da na mira local***". I podoma scrive l'ampiëssa compléssa ***U(r)*** ant la forma:

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r})\, e^{-jk_0 S(\vec{r})}$$

andova ***A(r)*** a l'é l'ampiëssa, $k_0 = 2\pi / \lambda_0$ a l'é 'l nùmer d'onda e $-k_0\, S(\mathbf{r})$ a l'é la fase. I l'oma dit che ***A(r)*** a varia pian, an manera da podèj esse considerà costant ant l'interval ëd na longhëssa d'onda. Ij front d'onda 'd costa onda a son le surfasse ***S(r)*** $= costant$, mentre le lìnie normaj a coste surfasse a van ant la diression ëd gradient ∇S. Ant l'anviron ëd na dàita posission $\mathbf{r}_0$, l'onda a peul esse considerà n'onda pian-a con ampiëssa A(r0) e vetor d'onda ***k*** con na grandëssa $k = k_0\, n(\mathbf{r}_0)$, e con diression paraléla al gradient $\nabla S(\vec{r}_0)$.

Equassion eiconal

Se i pijoma l'equassion ëd Helmoltz e i sostituima l'espression trovà për ***U(r)***, fasend ij cont as oten l'equassion:

$$k_0^2 \left[n^2 - \left|\nabla S(\vec{r})\right|^2 \right] A(\vec{r}) + \nabla^2 A(\vec{r}) - j\, k_0 \left[2\, \nabla S(\vec{r}) \cdot \nabla A(\vec{r}) + A(\vec{r}) \cdot \nabla^2 S(\vec{r}) \right] = 0$$

Tant la part real coma la part imaginària a venta che a sio uguaj a zero, e donca se i consideroma la part real i l'oma $k_0^2 \left[n^2 - \left|\nabla S(\vec{r})\right|^2 \right] A(\vec{r}) + \nabla^2 A(\vec{r}) = 0$. Se al pòst ëd k_0 i dovroma l'espression $k_0 = 2\pi / \lambda_0$ i otnoma

$$k_0^2\, n^2\, A(\vec{r}) - k_0^2 \left|\nabla S(\vec{r})\right|^2 A(\vec{r}) + \nabla^2 A(\vec{r}) = 0$$

$$\left|\nabla S(\vec{r})\right|^2 = n^2 + \frac{\nabla^2 A(\vec{r})}{k_0^2\, A(\vec{r})} = n^2 + \frac{\lambda_0\, A(\vec{r})}{2\pi\, A(\vec{r})}$$

Se i soma an condission da podèj consideré che ***A(r)*** a cambia motobin pian, tant da podej esse considerà costant ant lë spassi ëd na longhëssa d'onda, antlora i l'oma:

$$\frac{\lambda_0\, A(\vec{r})}{2\pi\, A(\vec{r})} << 1$$

An particolar, se l0 a tend a zero, sta condission a l'é sens'àutr sodisfàita, e as peul conclude che $\left|\nabla S(\vec{r})\right|^2 \approx n^2$ a l'é l'equassion eicconal dl'arpresentassion dla lus për ragg.

Donca i l'oma che la fonsion scalar S(**r**), che a l'é proporsional a la fàse dl'onda cand la lus a l'é arpresentà coma onda, a l'é 'dcò l'equassion eiconal ëd cand la lus a l'é arpresentà coma ragg.

Arbatiment ëd në spécc

I consideroma n'onda pian-a con vetor d'onda $\boldsymbol{k_1}$, che a sia incident an 's në spécc che a staga ant ël pian $z = 0$. As produv n'onda arbatùa con vetor d'onda $\boldsymbol{k_2}$. J'àngoj d'incidensa e d'arbatiment a son q1 e q2 , com a l'é mostrà an figura 17.

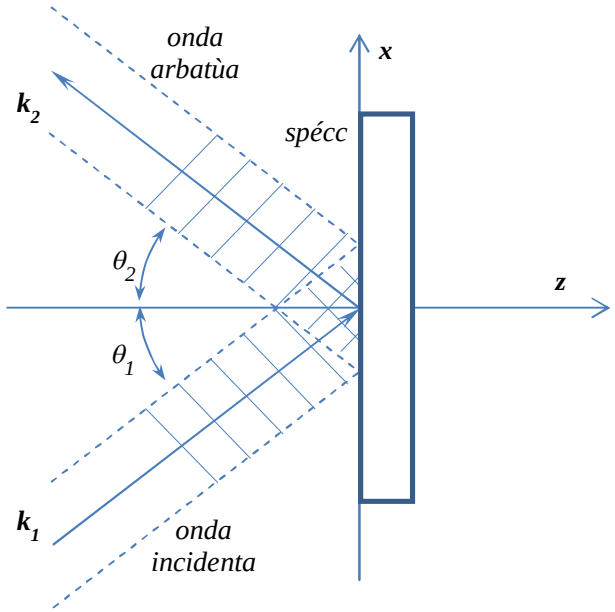

Figura 17 - Onda arbatùa da në spécc

L'adission dle doe onde a sodisfa a l'equassion ëd Helmholtz se ij doi vetor d'onda a son j'istéss, vis-a-dì che $\boldsymbol{k_1} = \boldsymbol{k_2} = \boldsymbol{k_0}$. Le condission al contorn an sla surfassa dlë spécc a son j'istésse për tuti ij pont e a venta che ij front d'onda dij doi ragg a coincido. A venta donca che le fase a sio j'istésse, an sle spécc, për le doe onde.

A venta donca ch'a sia: $\vec{k}_1 \times \vec{r} = \vec{k}_2 \times \vec{r}$ për qualonque $\boldsymbol{r(x, y, 0)}$ an qualonque pont ëd la surfassa. Ma, se i consideroma la diression ëd propagassion che a staga an sël pian *x-z*, i l'oma che $\boldsymbol{r} = (x, y, 0)$, $\boldsymbol{k_1} = (k_0 \sin \theta_1, 0, k_0 \cos \theta_1)$ *e ancora* $\boldsymbol{k_2} = (k_0 \sin \theta_2, 0, k_0 \cos \theta_2)$. Sostituend i l'oma :

$$\vec{k}_0 \sin\theta_1 \cdot x = \vec{k}_0 \sin\theta_2 \cdot x \quad \text{e da sì} \quad \theta_1 = \theta_2$$

Incidensa an 's na surfassa fra doi mojen

I consideroma adéss un ragg che a incid an sla surfassa pian-a 'd separassion fra doi mojen omogéni con diferent ìndes d'arfrassion, che i disoma, ant l'órdin, n_1 e n_2. I consideroma la surfassa an sël pian $z = 0$, e i suponoma ij ragg an sël pian *x-z*. L'onda incidenta, che a riva dal mojen con ìndes n_1 , a l'avrà un vetor d'onda k_1 e n'àngol d'incidensa θ_1. Cost'onda a pròvoca n'onda arfràita che as propaga ant ël mojen con ìndes n_2, che a l'avrà vetor d'onda k_2 e n'àngol d'arfrassion θ_2 . A-i sarà peui n'onda arbatùa ant ël mojen con ìndes n_1 che a l'avrà un vetor d'onda k_3 e n'àngol d'arbtiment ëd θ_3 . Sòn secon lòn ch'i l'oma arpresentà an figura 18.

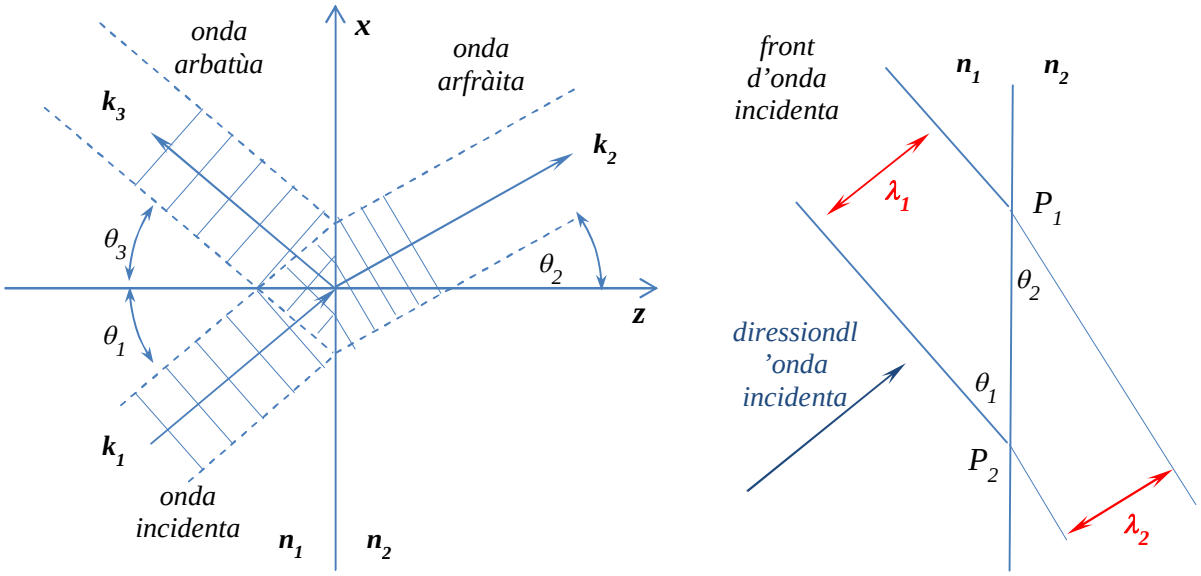

Figura 18 - Onde arfràita e arbatùa da na surfassa 'd separassion

Coma prima, për che l'equassion ed Helmholtz a sia sodisfàita, a venta che ij nùmer d'onda a sio $k_1 = k_3 = n_1\, k_0$ e peui $k_2 = n_2\, k_0$.

Coma prima le condission al contorn an sla surfassa a son j'istésse për òngni ***r*** *(x, y, 0)*, e ant òngni pont dla surfassa a venta che le tre onde a l'àbio l'istéssa fase. Donca:

$$\vec{k}_1 \times \vec{r} = \vec{k}_2 \times \vec{r} = \vec{k}_3 \times \vec{r} \quad \text{qualonque a sia} \quad \vec{r}(x, y, 0)$$

ma i l'oma che :

$$\vec{k}_1 = (n_1\, k_0 \sin\theta_1\,, 0, n_1\, k_0 \sin\theta_3) \quad ; \quad \vec{k}_2 = (n_2\, k_0 \sin\theta_2\,, 0, n_2\, k_0 \sin\theta_2)$$
$$\vec{k}_3 = (n_1\, k_0 \sin\theta_3\,, 0, n_1\, k_0 \sin\theta_3)$$

Sostituend ant l'espression sì dzora i podoma trové, coma prima, che

$$\theta_1 = \theta_3 \quad \text{e che} \quad n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

che a son le lèj dë Snell.

Ant la sconda part dla figura i l'oma disegnà doi front d'onda con l'istéssa fase dl'onda incidenta, (e che donca a son distant la longhëssa d'onda λ_1), che a rivo an sla surfassa ant ij pont P_1 e P_2 , dont la distansa a val $\dfrac{\lambda_1}{\sin\theta_1} = \dfrac{\lambda_0}{n_1 \sin\theta_1}$ An costi stéssi pont a-i son ij doi front d'onda con l'istéssa fase dl'onda arfràita che a l'avrà longhëssa d'onda λ_2 , e che a contìnua a l'àngol θ_2. La distansa fra sti doi pont P_1 e P_2 , vista da costa part, a val $\dfrac{\lambda_2}{\sin\theta_2} = \dfrac{\lambda_0}{n_2 \sin\theta_2}$, ma la distansa a l'é sempe istéssa, e donca $\dfrac{\lambda_0}{n_1 \sin\theta_1} = \dfrac{\lambda_0}{n_2 \sin\theta_2}$, e donca : $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$, lèj dë Snell.

TRASMISSION DJ'ONDE TRAVERS ELEMENT ÒTICH

I doma n'uciada (pitòst ampressa) a com as peul dëscrive 'l comportament dj'element òtich cand as considera la lus coma onda eletromagnética.

Onde travers na lastra pian-a

I comensoma a vëdde còs a suced cand l'onda a traversa na lastrin-a trasparenta a surfasse paraléle e pian-e. I consideroma che a propaghësse a sia nìonda pian-a.

Onda normal a la lastra

La lastra a l'avrà un dàit ìndes d'arfrassion n e un dàit ëspessor l. Fòra dla lastra i suponoma che a-i sia 'l veuid (ò l'ària, còse che sì i disoma "*spassi lìber*"). I suponoma che l'onda pian-a as propaga an diression dl'ass z e che le doe surfasse 'd nòstra lastra a sio ij doi pian $z = 0$ e $z = l$. I butoma che l'ampiëssa complessa dl'onda a sia dàita da *U(x, y, z)*. I trascuroma j'arbatiment an sle surfasse (tant esterna d'intrada, coma interna 'd seurtìa) che a saran anvece considerà ant la session relativa a l'eletrònica, parland d'amplificator òtich e 'd laser. La fonsion *U* a sarà contìnua passand da drinta a fòra e al contrari.

I ciamoma *T(x, y)* e i lo disoma "***trasmëttensa dl'ampiëssa compléssa***", ël rapòrt fra l'ampiëssa an seurtìa rispt a l'ampiëssa an intrada. Vis-a-dì:

$$T(x,y) = \frac{U(x,y,l)}{U(x,y,0)}$$

L'onda incidenta da fòra a l'ha un nùmer d'onda k_0, e andrinta a la lastra a l'ha nùmer d'onda $n\,k_0$. A l'é ciàir che la frequensa a càmbia nen, mentre la longhëssa d'onda λ a càmbia an fonsion dl'ìndes d'arfrassion. I l'oma vist, an general, che $U(\vec{r}) = A e^{-jkz}$ e 'l rapòrt sì dzora a dventa:

$$T(x,y) = \frac{U(x,y,l)}{U(x,y,0)} = e^{-j\,n\,k_0\,l}$$

Donca l'efét ëd la lastra a l'é col d'antroduve na variassion ëd fase $n\,k_0\,l = 2\pi\dfrac{l}{\lambda}$ con λ che a l'é la longhëssa d'onda ant la lastra.

Onda dë sbiéss rispét a la lastra

Se la diression dla propagassion ëd l'onda a forma un dàit àngol θ rispét a la diression dl'ass *z*, e se sò vetor d'onda a l'é $\boldsymbol{k}$, (is arferima a figura 19), j'onde arfràita e trasmëttùa (drinta e dòp la lastra), a saran sempe d'ònde pian-e che as propago a l'àngol θ_1 (drinta la lastra) con vetor d'onda $\boldsymbol{k_1}$, e θ (dòp la lastra) con vetor d'onda $\boldsymbol{k}$, andova θ e θ_1 a son ant la relassion dàita da la lèj dë Snell : $\sin\theta = n \sin\theta_1$.

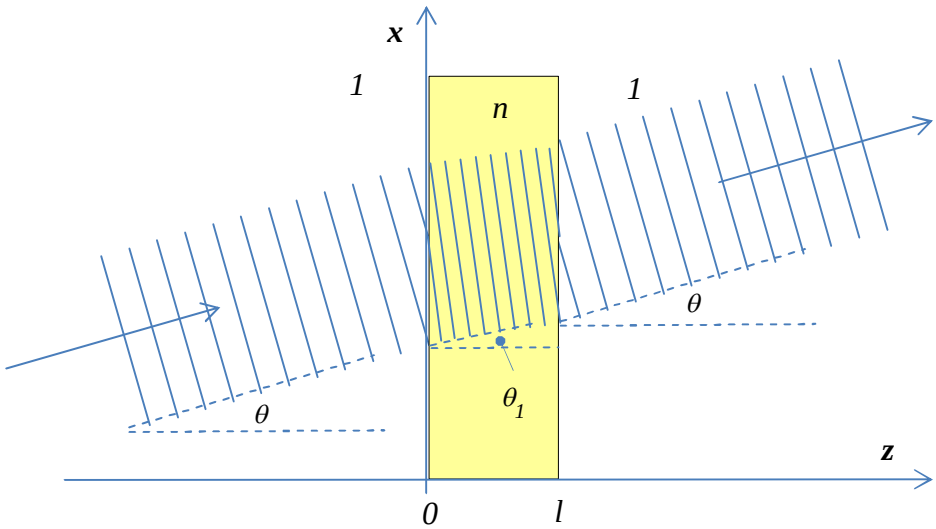

Figura 19 - Onda dë sbiéss travers na lastra pian-a

Adéss l'ampiëssa complessa *U(x, y, z)* ant la piastra a l'é dàit da $U(\vec{r}) = Ae^{-jk\vec{r}}$ e donca, se i consideroma la diression ëd propagassion an sël pian *x-z*, aplican lòn ch'i l'oma fàit prima, i otnoma:

$$T(x,y) = \frac{U(x,y,l)}{U(x,y,0)} = e^{-jnk_0(l\cos\theta_1 + x\sin\theta_1)}$$

Se l'àngol d'incidensa a l'é cit (situassion parassial), antlora i podoma buté che $\theta_1 = \frac{\theta}{n}$ e donca 'dcò θ_1 a l'é cit, e a val l'aprossimassion $\sin\theta \approx \theta$ e $\cos\theta = 1 - ½\theta^2$. Antlora i l'oma:

$$T(x,y) = e^{-jnk_0 l} e^{j\frac{k_0\theta^2 l}{2n} - jk_0\theta x}$$

Se peui le condission a son taj che as peussa consideré $\frac{k_0\theta^2 l}{2n} << 2\pi$, coma dì che $\frac{\theta^2 l}{2n\lambda_0} << 1$ (lastra motobin sutìla e àngol motobin cit), e 'dcò che $\frac{\theta x}{\lambda_0} << 1$ për tuti ij x d'anteresse, antlora as oten torna che $T(x,y) = e^{-jnk_0 l}$ e la tramëttensa a dventa nen dipendenta da l'àngol d'incidensa.

Onda travers na lastra dë spëssor variàbil

A rigor as trata pì nen ëd na lastra pian-a, e sì i consideroma na lastra dë spëssor variàbil dàit da *l(x, y)*, e macassìa sutil, comprèisa fra ij doi pian $z = 0$ e $z = l_0$, an manera che për ògni pont *P(x, y, 0)* as peussa andividoé në spëssor *l(x, y)* dla lastra e në spëssor l_0 - *l(x, y)* d'ària, andova l_0 a l'é vist coma lë spëssor ëd nòstr component òtich.

I consideroma peui che ant l'antorn dël pont *P(x, y, 0)* a-i sia n'onda, che a peul esse considerà pian-a, incidenta parassial a l'ass *z* .

La trasmëttensa total dël component òtich a parte dal pont *P(x, y, 0)* a sarà donca 'l prodòt ëd la trasmëttensa dla làstra an col pont për la trasmëttensa d'ària dël seul (ò dij seuj) ch'a manca a fé lë spessor l_0. Soa espression a dventa :

$$T(x,y) = e^{-j(n-1)k_0 l(x,y)}$$

Për che a sio vàlide le aprossimassion ch'i l'oma fàit prima, a venta bin sicur ch'a sia $\frac{\theta^2 l}{2n\lambda_0} << 1$ ma 'dcò che nen mach $\frac{\theta x}{\lambda_0} << 1$ ma ch'a sia 'dcò $\frac{\theta y}{\lambda_0} << 1$.

Lente sutìla

L'espression ch'i l'oma trovà sì dzora as peul apliché a na lente sutìla, che si i suponoma pian-bombà, e che i arpresentoma an figura 20.

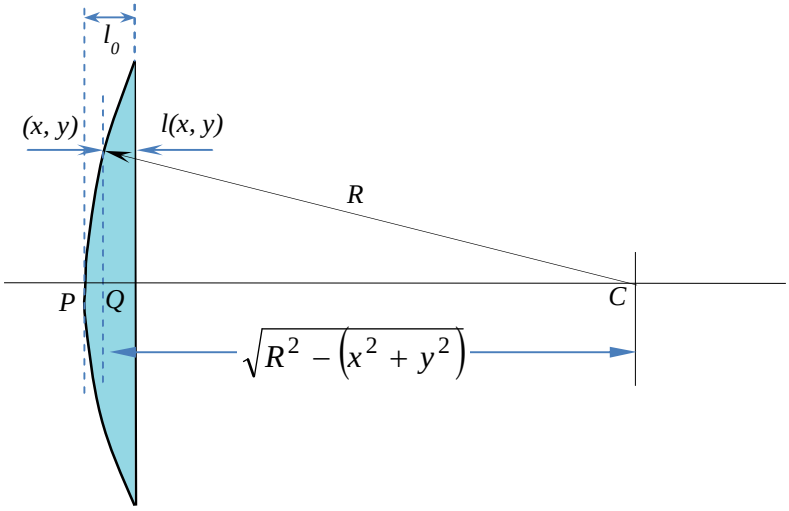

Figura 20 - Lente sutila

La lente a l'é na calòra dla sféra 'd ragg R. I suponoma coma sempe che l'ass dla lente a sia l'ass *z* ëd nòstr sistema d'arferiment, con l'orìgin ant ël cò dla lente. Ij pont dla surfassa dla lente a son a coordinà *x* e *y* che sì i suponoma cit rispét al ragg *R*, e donca pont davzin a l'ass.

Ant un pont *x*, *y* lë spëssor dla lente a sarà dàit da $l(x,y) = l_0 - \overline{PQ}$ ma a l'é 'dcò che $\overline{PQ} = R - \overline{QC}$, e 'dcò che $\overline{QC} = \sqrt{R^2 - (x^2 + y^2)}$, e donca i podoma scrive :

$$l(x,y) = l_0 - \left[R - \sqrt{R^2 - (x^2 + y^2)}\right]$$

ma i l'oma dit che i consideroma mach pont con x e y motobin cit rispét a R (pont davzin a l'ass), e donca $x^2 + y^2 << R^2$. An sto cas i podoma fé l'aprossimassion che i arportoma sì sota:

$$\sqrt{R^2 - (x^2 + y^2)} = R\sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R^2}} \approx R\left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2R^2}\right)$$

e donca i podoma aprossimé nòstr ëspëssor con :

$$l(x,y) = l_0 - \left[R - R\left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2R^2}\right)\right] = l_0 - \frac{x^2 + y^2}{2R}$$

La trasmëttensa dla lente *T(x, y)* as oten sostituend ant l'espression ch'i l'avìo trovà sì dzora për la trasmëttensa ëd na lastra a spëssor variàbil, l'espression dlë spëssor dla lente an fonsion ëd *x* e *y*. Donca i l'oma

$$T(x,y) = e^{-j(n-1)k_0\, l(x,y)} = e^{-j(n-1)k_0\left(l_0 - \frac{x^2+y^2}{2R}\right)}$$

Un fator ëd costa trasmëttensa a l' dàit da un $h_0 = e^{-j(n-1)k_0 l_0}$ che a arpresenta un fator costant ëd fase, che 'd sòlit a l'ha nen significà, mentre l'àutr fator a dà a l'onda incidenta na fàse proporsional a $x^2 + y^2$ che e a pròvoca 'l passagi a n'onda paraboloidal sentrà a distansa f da la lente (sòn i stoma nen a dimostrelo). An efét, butand $f = \frac{R}{n-1}$, la trasmëttensa a ven arpresentà da:

$$T(x,y) = h_0\, e^{j k_0 \frac{x^2+y^2}{2f}}$$

Për adéss is fërmoma sì e peui, se a-i na sarà da manca, i arpijroma sto discors.