Part tre - Jë strument òtich - Le matris

An costa part is ocupoma prima 'd com a fonsion-a l'euj e peui i vardoma 'l fonsionament da na mira dl'òrica geométrica, dle lent, ij microscòpi, ij canuciaj, ij telescòpi, j'obietiv fotogràfich e ij projetor. Tut sòn, coma sempe, sensa andé tròp ant l'ancreus. I disoma peui quaicòs an sla arpresentassion dle proprietà dij sistema òtich dovrand le "matris ëd trasferiment" dij ragg, che dle vire a arzulto esse motobi còmode. Coma esempi 'd matris i comensoma a acené a l'arsonador òtich che i artrovroma ant la part "eletrònica" a propòsit dij laser..

TÀULA DLE FIGURE DLA TERSA PART

TÀULA DLE FIGURE DLA TERSA PART

Pàgina lassà veuida apòsta

JË STRUMENT ÒTICH

An costa part i doma n'uciada ai prinsipaj strument òtich che a peulo esse studià considerand la teorìa dl'òtica geométrica ch'i l'oma vist fin-a sì. Coma sempe i androma nen tràp ant l'ancreus.

Com as forma l'imàgin ant l'euj

Da na mira òtica, l'euj a peul esse schematisà coma un dispositiv fàit da na lent, ciamà "**cristalin**, " C , con n'overtura ciamà "**lum** " L che a ven regolà da un diaframa dit "**ìride** " D , e da në scherm che as ësvilùpa an 's na surfassa sférica ciamà "**rétina** " R .

Ël cristalin a l'é comandà da mùscoj che a peulo cambié soa curvadura e donca soa distansa focal. An costa manera l'euj a peul buté a feu an sla rétina d'imagin che a stago a na distansa da a-peu-pré 25 cm (distansa pijà an manera convensional), fin-a a l'anfinì. Anans a l'overtura a-ié n'àutra lent ciamà "còrnea " K , mentre la sfera che a pòrta anans còrnea , iride e cristalin e darera la rétina a l'é pien-a 'd lìquid bin trasparent. I doma n'arpresentassion schemàtica an figura 1

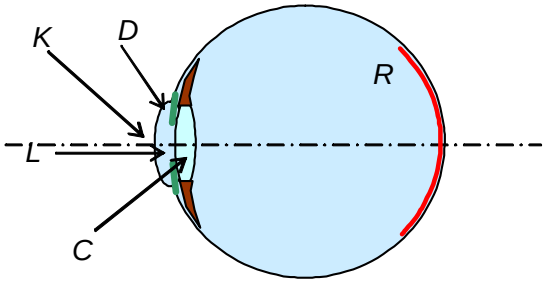


Figura 1 - Schematisassion ëd l'euj

Sota ij 25 cm ëd distansa, ëd sòlit la vision a l'é pì nen sclinta, contut che l'euj a peussa esse forsà a buté a feu. Sta distansa a ven coma convension ciamà "pont davzin ".

La visual a l'anfinì, e a distansa gròssa, a compòrta che 'l cristalin a sia arlamà complét, e costa a l'é na posission d'arpòs për l'euj. Për formé l'imàgin d'ogét pì davzin l'euj a venta ch'a "***acòmoda*** ", com as dis, e 'l cristalin a ven contrat.

L'ìride a régola an manera automàtica la lus ch'a intra ant l'euj, e a peul cambié 'l diàmeter dël lum da un pàira 'd milim fin-a a a-peu-pré eut milim.

Ël podèj arzolutiv ëd l'euj a l'é motobin àut, e a riva a dëstingoe particolar sota n'àngol che 'd sòlit a ven considerà coma *30"* ëd gré. A l'é coma dì che se doi ragg ch'a parto da doi pontin luminos a rivo a l'euj formand n'àngol ëd *30"* ò 'd pì a peulo esse dëstingoù coma doi pontin separà.

An realità a l'é nen parèj sempia la costion, e a dipend nen mach da la luminosità e dal contést dl'imàgin, ma da fator neurofisiològich che a dipendo nen da le lèj dl'òtica. An quàich manera sto podèj arzolutiv a peul esse arportà a la dimension dij ricetor ëd lus dla rétina.

A l'é ciàir che pì l'ogét a l'é lontan e pì l'àngol ëd vision as ëstrenz, mentre pì l'ogét as avzin-a e pì l'àngol ëd vision a chërs, com as peul vëdde con ël sempi esempi ch'i l'oma arportà an figura 2, andova st'àngol a l'é $\alpha \cong \frac{a}{d}$

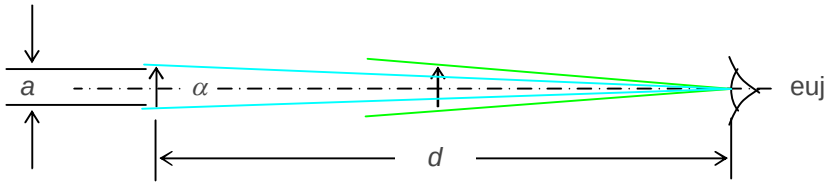


Figura 2 - Àngol ëd visual an fonsion dla distansa

Ma l'euj për vardé còse davzin-e a venta ch'a acòmoda, e sòn a dventa un problema sota ij 25 cm, (sempe coma média) com i l'oma dit prima. Jë strument òtich a servo a vëdde lòn che l'euj da sol a riva nen a vëdde. Sì i vardoma doe categorìe 'd costi strument, për vëdde cose davzin-e e cite, për vëdde còse lontan-e.

Microscòpi sempi

As ës-ciama parèj na sempia lent d'angrandiment. La grandëssa ëd n'ogét vista da l'euj a dipend da la grandëssa ëd soa imàgin an sla rétina. A l'é ciàir, e is arferima a figura 3, che la vision pì ò manch gòssa e sclinta ëd n'ogét ò particolar dl'ogét y a dipend da l'àngol u, che a corispond a na longhëssa y' an sla rétina. Sòn a veul dì che avzinand l'ogét st'àngol a chërs e la vision a miliora. Ma a-i é un lìmit, com i l'oma vist, che i pijoma a 25 cm. Fin-a a sta mira l'euj a acòmoda e a riva a buté a feu l'ogét ò particolar, mentre pì davzin la portà a feu a l'é pì nen bon-a e la vision, anvece che vnì pi bon-a a ven pì grama.

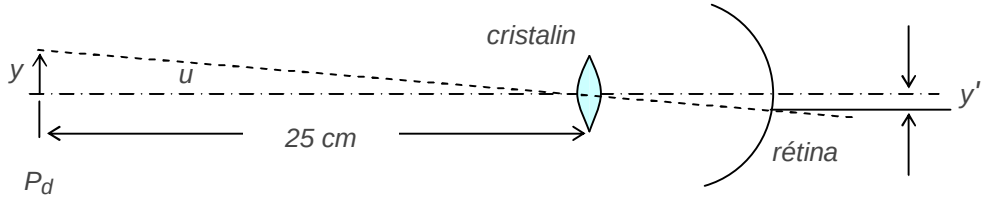


Figura 3 - Osservassion ëd n'ogét

Se fra imàgin e euj as buta na lent convéssa, an manera che l'imàgin a sia ant ël feu dla lent, com an figura 4, l'euj a arsèiv il ragg coma da n'imàgim a l'anfinì, e donca a l'ha nen da manca d'acomodé

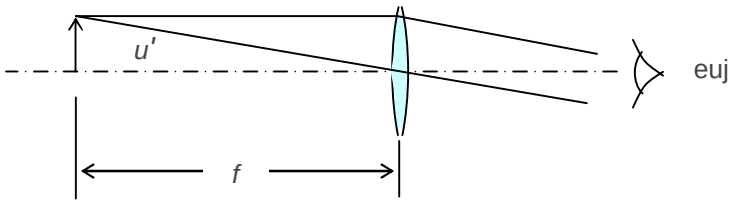


Figura 4 - Microscòpi sempi

Rispét a prima, che i l'avìo al pì l'àngol ëd visual $u \cong \frac{y}{25}$ (dimension an centim), adéss l'àngol u' ëd visual a val $u' \cong \frac{y}{f}$. Donca i podoma parlé ëd n'angrandiment angolar $G_\omega = \frac{tg\ u'}{tg\ u} = \frac{25}{f}$ se la distansa focal *f* a l'é dàit an *cm*.

I podoma 'dcò scrive che $Gw = 0{,}25 \cdot D$ passand a meter e diottrìe dla lent. Dovrà an costa manera donca la lent a dà n'imàgin virtual a l'anfinì con n'angrandiment angolar che a l'é un quart dl'invers ëd soa distansa focal.

As peulo nen oten-e d'angrandiment tròp gròss a rason dj'aberassion che a lìmito l'usagi dla lent sempia. Na lent compòsta coa cola për eliminé j'aberassion cromàtiche ch'i l'oma vist a përmëtt d'avej arzultà pì bon, ma i trovoma sempe un lìmit dàit da j'aberassion resìdue.

Ocular

As ciama parèj na lent d'angrandiment cand sò but a l'é col ëd fè vëdde l'imàgin prodòta da n'àutr sistema òtich. Ant jë strument che i vëddroma st'àutr sistema òtich a l'é n'obietiv.

A son stàit proponù vàire tipo d'ocular. Fra ij prim ant l'órdin ëd temp, i l'oma l'ocular ëd Ramsden e l'ocular ëd Huygens, che i vardoma sì dapréss. A-i son peui ëd tipo d'ocular un pòch pì complicà, për diminuì, për lòn ch'as peul, j'aberassion. Tuti sti ocular a arduvo j'aberassion rispét a l'usagi ëd na lent sempia. I arportoma mach ij prim tre ocular, che a dàn ël prinsìpi, arcordand che a-i son vàire ocular sempe pì modern e sempe pì bon.

Ocular Ramsden

A l'é fàit da doe lent pian-convésse con l'istéssa distansa focal, vis-a-dì che $f_1 = f_2$. Fra ste doe lent a-i é në spassi a che 'd sòlit a l'é 2/3 dla distansa focal. An efét ij nùmer dla proporsion fra feu f_1, distansa a e feu f_2 a son 3:2:3.

Sò usagi normal a l'é col ëd fé vëdde an manera direta a l'osservator n'imàgin real prodòta da n'obietiv. A furniss n'imàgin virtual a l'anfinì, dal moment che ij ragg relativ a un pont a rivo paraléj a l'euj.

Soa realisassion a l'é mostrà an figura 5. St'ocular a peul fonsioné da lent d'angrandiment për n'ogét real e a ven ciamà "***ocular positiv*** ".

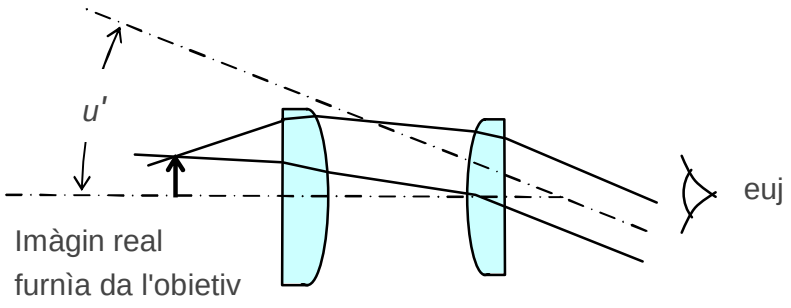


Figura 5 - Ocular Ramsden

Ocular Huygens

St'ocular a l'é sempe fàit da doe lent pian-convesse, ma con caraterìstiche diferente. Ij doi feu f_1 e f_2 e la distansa a a stan ant la proporsion 3: 2: 1 e dle vire 'dcò 4:3:2.

La prima lent, an efét, a interceta ij ragg che a rivo dal sistema anans (cbietiv) e che a andrìo a formé l'imàgin real I, e a-j viro a formé l'imàgin real I'. As peul donca dì che I a l'é l'ogét virtual dl'imàgin I'.

A sta mira la sconda lent a serv da lent d'angrandiment për l'màgin I', e a forma n'imàgin virtual a l'anfinì, com as peul vëdde an figura 6.

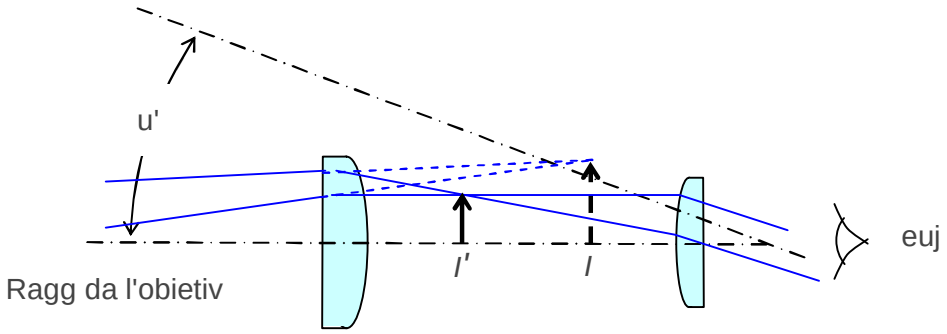


Figura 6 - Ocular Huygens

Ocular Kellner

A l'é na derivassion direta da l'ocular ëd Ramsden, con la diferensa che la sconda lent a l'é pì nen na lent sempia ma na cobia acromàtica (veder crown - veder flint), che a serv a eliminé l'aberassion cromàtica resìdua. Për ël rest ël prinsìpi 'd fonsionament a l'é l'istéss. I doma n'arpresentassion an figura 7.

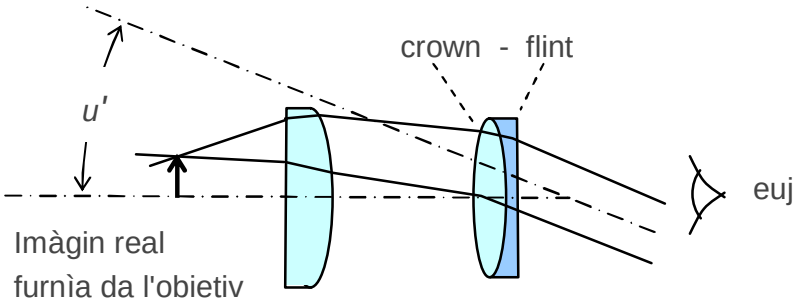


Figura 7 - Ocular Kellner

Microscòpi compòst

Ël but dë sto strument a l'é l'istéss ëd col dla lent sempia, ma a serv a oten-e d'angrandiment motobin pì àut. Sì is arferima a un microscòpi clàssich a vision direta, che a l'é compòst da n'obietiv e n'ocular, e che a produv n'imàgin virtual a l'anfinì dl'ogét an osservassion.

Ël prinsìpi 'd fonsionament a l'é che l'obietiv, che i podoma schematisé con na prima lent, a forma n'imàgin real dl'ogét an sël pian focal dla sconda lent, che a schematisa l'ocular, e che a forma n'imàgin virtual a l'anfinì. Is arferima a figura 8.

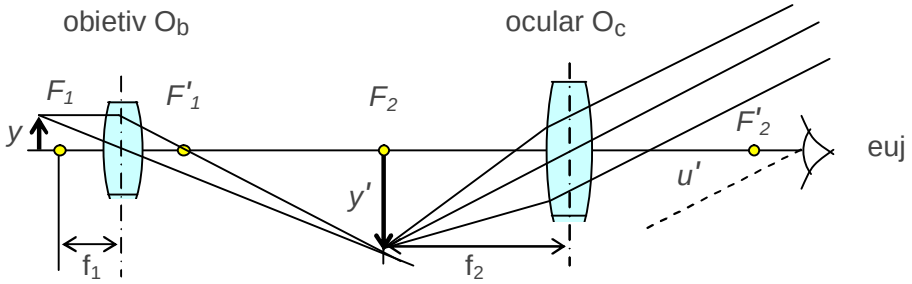


Figura 8 - Microscòpi compòst

L'ogét da esaminé as treuva pòch prima dël prim feu dla prima lent (obietiv), an posission da formé n'imàgin real an sël pian focal dla sconda lent. An costa manera l'osservator a peul vëdde n'imàgin virtual a l'anfinì.

Obietiv e ocular a venta ch'a sio 'd sistema òtich con na motobin bon-a compensassion dj'aberassion che, a l'é ciàir, pì l'angrandiment a l'é àut e pì a dësturbo l'osservassion.

Për l'angrandiment dël microscòpi as considera sempe 'l rapòrt fra la tangent ëd l'àngol visual *u'* ëd na dimension trasversal *y'* vista travers ël microscòpi e l'àngol visual *u* dl'ogét *y* corispondent vist a euj nù a *25 cm* ëd distansa.

Se donca *y* a l'é la dimension trasversal dl'ogét, che sì i doma an milim, i l'avroma che :

$$tg\ u = \frac{y}{250} \quad ; \quad tg\ u' = \frac{y'}{f_2}$$

andova f_2, sempe an milim, a l'é la distansa focal dla lent che a modéla l'ocular. Se i scrivoma donca l'angrandiment angolar total G_ω dël microscòpi i otnoma:

$$G_\omega = \frac{tg\ u'}{tg\ u} = \frac{\frac{y'}{f_2}}{\frac{y}{250}} = \frac{y'}{y} \cdot \frac{250}{f2}$$ e i l'oma vist che sòn a corispond a $G_\omega = G_t \cdot G_{\omega_0}$

andova G_t a l'é l'angrandiment trasversal dl'obietiv e G_{ω_0} a l'é l'angrandiment angolar dl'ocular.

An coste condission, vis-a-dì con l'imàgin real dl'ogét ant ël feu dl'ocular, e donca l'imàgin virtual a l'anfinì, as definìss la " potensa intrìnseca " dël mictoscòpi. An coste condission i podoma, arferendse a figura 9, scrive l'angrandiment dla lent obietiv coma: $G_{ob} = \frac{A'B'}{AB}$, che dai triàngoj sìmij OMF'$_1$ e F'$_1$A'B' a arzulta esse 'dcò : $G_{ob} = \frac{F_1' F_2}{f_1}$ (B' e F_2 a coincido).

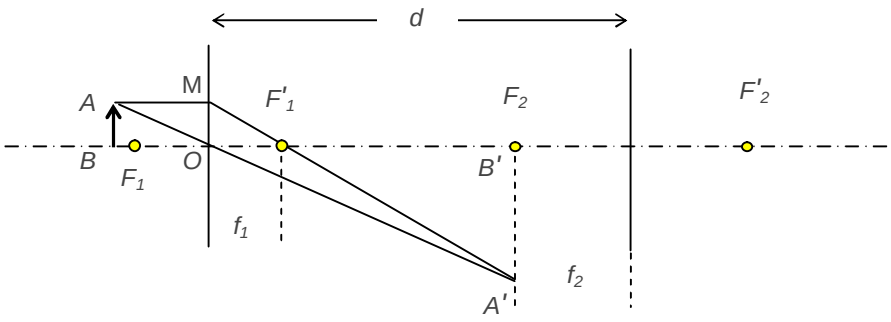


Figura 9 - Schematisassion dël microscòpi

La potensa dl'ocular P_{oc} a val soa convergensa, e donca $P_{oc} = \frac{1}{f_2}$. I definima potensa intrìnseca dël microscòpi $P_i = G_{ob} \cdot P_{oc} = \frac{F_1' F_2}{f_1\ f_2}$ andova f_1 e f_2 a son, ant l'órdin, le longhësse focaj dl'obietiv e dl'ocular. Dal moment che 'd sòlit ste distanse focaj a son cite rispét a la distansa *d* dle doe lent (doi sistema) as peul aprossimé l'espression sì dzora con $P_i = \frac{d}{f_1\ f_2}$. Për fé n'esempi, i pijoma *f1 = 2 mm ; f2 = 2cm ; d = 16 cm* i l'oma che la potensa intrìnseca a val *4000* diotrìe e l'angrandiment, che a l'é un quart dla potensa, com i l'oma vist, a val *1000 X*.

Ëd sòlit obietiv e ocular a son soliudaj, e lë strument a ven butà a feu spostand ël tut rispét a l'ogét an osservassion, che as treuva a pòchi milim da la prima lent ëd l'obietiv (lent frontal). Ël sistema për buté a feu a l'é motobin precis e motobin demoltiplicà përchè jë spostament necessari a peulo esse 'd pòchi micron.

Sempe 'd sòlit, un microscòpi a l'ha na torëtta con diferent obietiv për angrandiment diferent a seconda 'd lòn ch'a serv. An costi obietiv, an particolar për col d'angrandiment ël pì gròss, la lent frontal a l'é sovent fàita a mesa sféra, për podèj avzinesse a le condission d'aplanatissità ch'i l'oma vist ant la sconda part.

La distansa focal a l'é motobin cita (a peul rivè a 2 mm) e l'ogét an osservassion as treuva a na distansa dë st'órdin. An quàich cas, antlora, as peul buté na gossa 'd sostansa lìquida, e viscosa a la giusta mira, bin trasparenta e con n'ìndes d'arfrassion istéss a col dla lent, che a òcupa lë spassi fra ogét e lent. An coste condission as realisa al complét la situassion con l'ogét andrinta a la lent sférica ch'i l'oma vist. Coste a son le condission d'obietiv a "***imersion omogénia*** ". Ëd sòlit l'ogét a l'é quatà da na lastrin-a bin sutìla 'd veder dl'istéss tipo dla lent. Sòn a l'é arpresentà an figura 10.

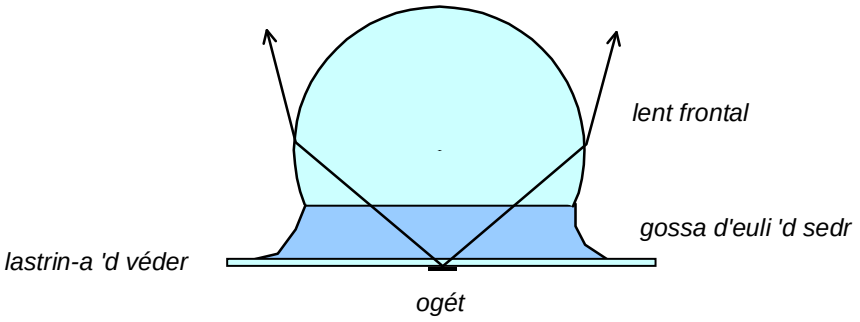


Figura 10 - Obietiv dovrà a imersion omogénia

L'overtura dël còno 'd ragg luminos che dai pont ëd l'ogét a van a lë strument a l'é pì àuta se l'obietiv a l'é dovrà a imersion.

Për j'angrandiment pì bass l'obietiv a peul esse fàit da un paira 'd cobie acromàtiche 'd lent, mentre che për fòrt angrandiment j'obietiv a dvento pì complicà.

Preparassion e anluminassion dl'ogét

Con distanse focaj com i l'oma vist, la profondità 'd feu a l'é motobin cita, e l'osservassion a l'é limità a un seul ëd pòchi micron. L'ogét da osservé, antlora, a ven preparà coma un seul motobin sutil e posà su un vedrin ëd supòrt, peui a ven quatà da un vedrin ëd protession spess pòchi décim ëd milim. Costa a l'é la preparassion la pì comun-a, ma sòn a dipend ëdcò da la manera d'osservassion. As supon che l'ogét a sia nen luminos e che donca a venta ch'a sia anluminà.

Osservassion an camp ciàir për trasparensa

An sto cas, ël pì comun, l'ogét, preparà su un vedrin com i l'oma vist sì dzora, a l'é osservà an trasparensa, e a arsèiv la lus da la part opòsta a l'obietiv. Figura 11 a mostra costa situassion. La lus a intra ant ël microscòpi e a mostra un camp ciàir che a conten l'ogét.

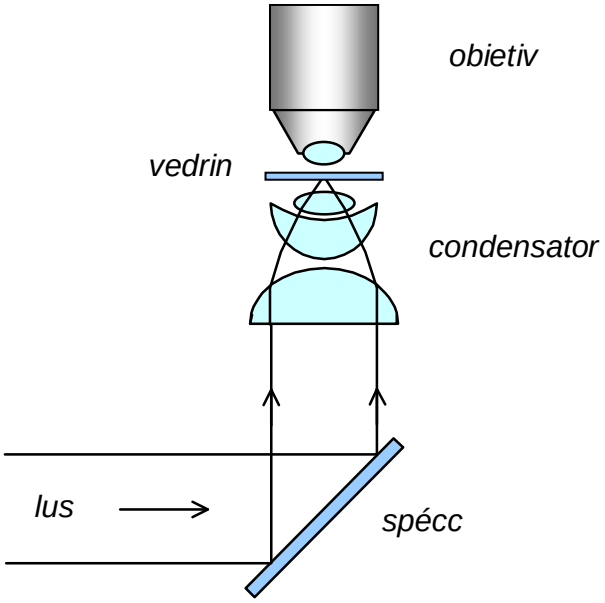


Figura 11 - Anluminament da sota, osservassion për trasparensa

Osservassion d'ogét opach

Cand l'ogét a lassa nen passe la lus, ò a na lassa nen passé a basta, a peul vnì anluminà da dzora, da l'obietiv midem. Sòn a ciama na cita complicassion dël microscòpi, com a l'é ilustrà sì sota an figura 12.

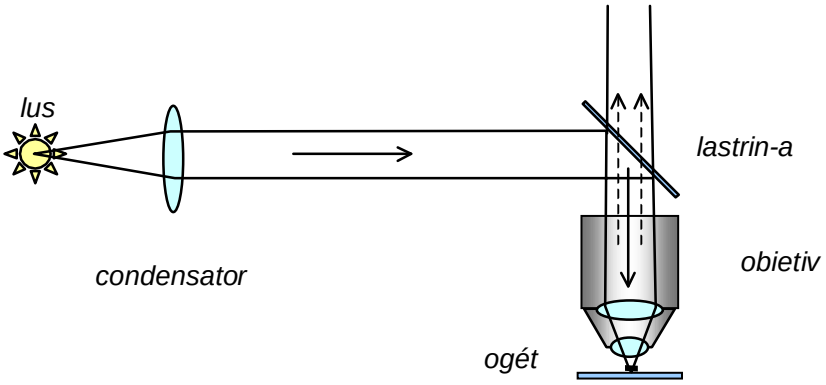


Figura 12 - Anluminament da dzora, osservassion d'ogét opach

La sors ëd lus a manda ij ragg, travers un prim condensator, a na lastrin-a 'd véder che as treuva fra ocular e obietiv, e che a l'é anclinà a 45°, com an figura. Part ëd la lus a ven arbatùa vers l'obietiv, che a fà da scond condensator e a anlùmina l'ogét.

L'imàgin, a soa vira, a perd un pòch ëd luminosità, përchè ij ragg emëttù dai pont dl'ogét e che a intro ant ël microscòpi, a ven-o 'dcò lor an part arbatù fòra da la lastrin-a.

Osservassion an camp ëscur

As trata 'd mandé la lus d'anluminament an manera che costa a intra nen an manera direta ant ël microscòpi, andova anvece a intra mach la lus difusa ò difrata da l'ogét. An pràtica, la lus a ven mandà an sij fianch, arbatùa da surfasse conveniente, con vàire técniche dont la figura 13 a na ilustra un-a.

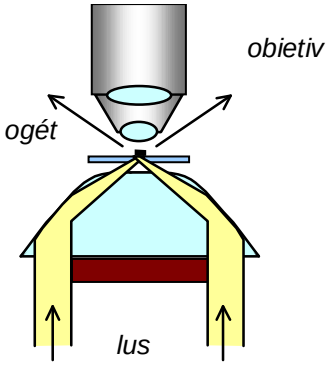


Figura 13 - Anluminament an camp ëscur

Canucial astronòmich

Sto strument, fàit për osservassion d'ogét motobin lontan, a l'é sempe fàit da n'obietiv, che a l'ha 'l but ëd dé n'imàgin real dl'ogét, e n'ocular che a produv n'imàgin virtual a l'anfinì dl'imàgin dàita da l'obietiv. As trata donca d'un sistema telescòpich, andova lë scond pian focal dl'obietiv a coincid con ël prim pian focal dl'ocular.

Rispét al microscòpi, che a serv a osservé còse motobin cite e motobin davzin, sto canucial a serv a osservé cose motobin gròsse e motobin lontan-e. Mentre un pont dl'ogét osservà al

microscòpi a manda ij ragg ant un còno con na dàita overtura, ij ragg che a rivo al canucial astronòmich da un pont ëd l'ogét a son an pràtica paraléj.

La figura 14 a mostra lë schema 'd base dë sto canucial, andova obietiv e ocular a son arpresentà da doe lent.

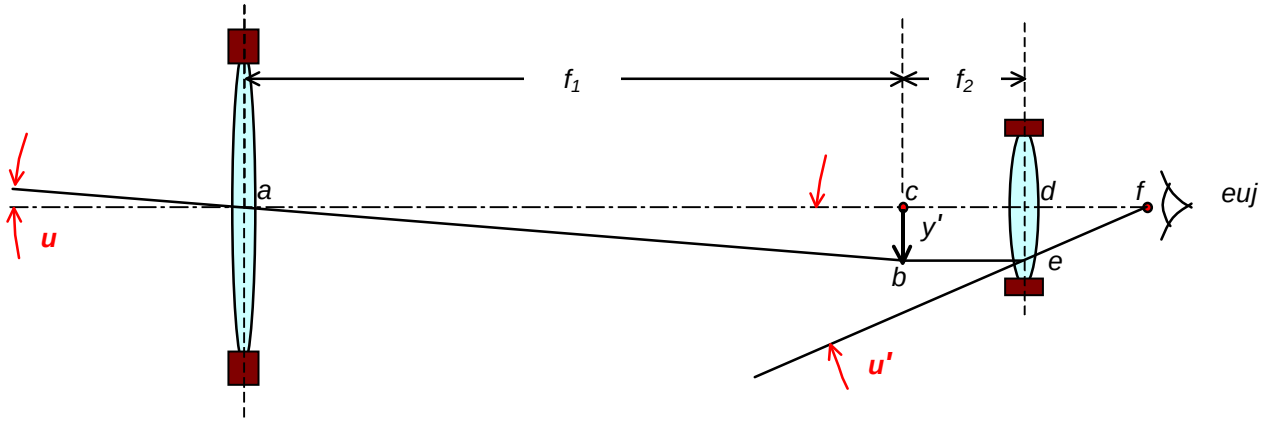


Figura 14 - Canucial astronòmich

La longhëssa dël canucial a l'é, an pràtica, l'adission dle longhesse focaj dl'obietiv e dl'ocular.La figura a ven vëddùa anvertìa (àut con bass e drita con snistra), ma sòn a l'é nen un problema për un canucial astronòmich.

L'angrandiment angolar G_ω a l'é sempe dàit da $G_\omega = \frac{tg\ u'}{tg\ u}$ e se i vardoma an figura ij doi triàngoj *abc* e *def* (i notoma che *c* a l'é la posission dlë scond feu dla prima lent e dël prim feu dla sconda, mentre *f* a l'é la posission dlë scond feu dla sconda lent), i podoma scrive :

$$tg\ u = \frac{-y'}{f_1} \quad ; \quad tg\ u' = \frac{y'}{f_2} \quad \text{e donca} \quad G_\omega = -\frac{f_1}{f_2}$$

andova 'l segn "–" a ìndica che l'imàgin a l'é anvertìa.

L'obietiv a l'avrà donca na longhëssa focal bin àuta e l'ocular a l-l'avrà bin curta. A venta però ten-e cont dle aberassion, che a deuvo esse coregiùe, e dla luminosità, che a venta nen ch'a sia tròp bassa. I l'oma già vist che as trata 'd trové 'l compromëss pì bon.

Canucial terestr

Mentre për ël canucial astronòmich a-j na 'nfà nen che l'imàgin a sia anvertìa, për l'osservassion d'ogét lontan an sla tera costa a l'é n'anconvenient nen acetàbil, dal moment che j'ogét a venta ch'a sio vist pròpi com a son e ant la giusta posission. As trata donca d'ardrissé l'imàgin dàita da un canucial coma col ëd prima.

Canucial a veìcol

Sòn a peul esse fàit giontand na lent fra obietiv e ocular, ciamà "***veìcol*** ", con ël but d'ardrissé l'imàgin real furnìa da l'obietiv fasend na neuva imàgin real arvoltà che a serva da ogét a l'ocular. Në schema dë sto tipo a l'é arportà an figura 15.

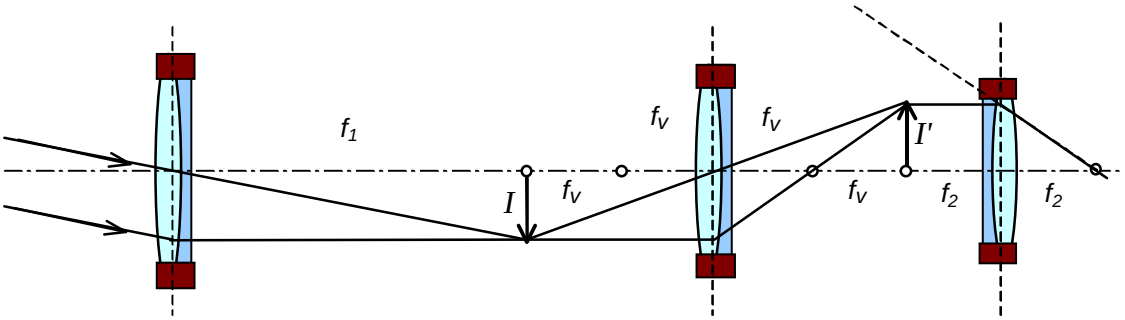


Figura 15 - Canucial terestr a veìcol

La lent veìcol, për formé n'imàgin real anvertìa rispét a l'imàgin che a-j fà da ogét e che as forma an slë scond pian focal dl'obietiv, a l'ha da manca che sò prim feu a casca fra st'imàgin e la lent midema. An particolar, se as veul n'imàgin ardrissà gròssa istess a cola formà da l'obietiv, a venta che 'l prim feu dël veìcol a staga a metà distansa fra imàgin e lent. L'imàgin ardrissà, an costa situassion, as forma a na distansa dal ve'col che a sarà 'l dobi dla distansa focal dël veìcol midem. Ël canucial, donca, as ëslonga ëd quat vire la distansa focal dla lent veìcol.

Canucial a prìsma

Sta solussion për ardrissé l'imàgin a l'é dovrà ant ij binòcoj (che a son nen d'àutr che doi canuciaj socià). L'imàgin a ven ardrissà për arbatiment total sle surfasse 'd doi prisma butà fra l'obietiv e l'ocular an manera convenienta.

Oltra a sta fonsion d'ardrissament ël vantagi a l'é 'dcò col dë slonghé 'l camin òtich fra obietiv e ocular, e donca përmëtte 'd dovré distanse focaj pì gròsse për l'obietiv, otnend parèj n'angrandiment pì àut sensa ocupé tròp ëspassi an longhëssa-

An figura 16 i mostroma në schema dë sta realisassion, che a podrìa esse la metà d'un bvinòcol. Për ciairëssa i l'oma disegnà ij doi prisma distacà, ma 'd sàlit a son a contat fra 'd lor.

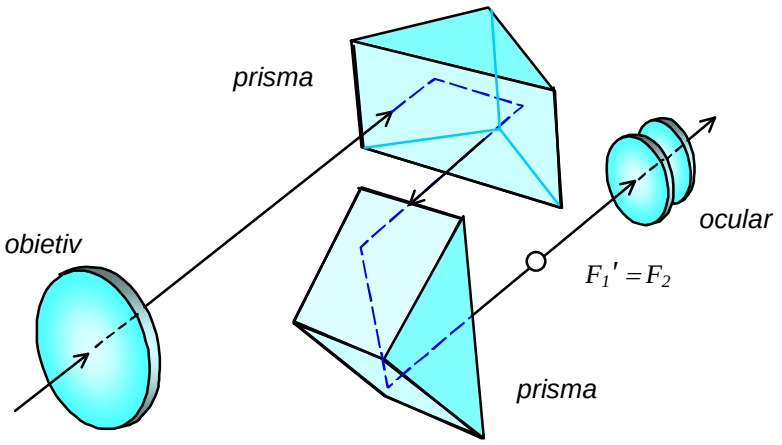


Figura 16 - Canucial a prisma

Canucial ëd Galiléo

Cost a l'é 'l prim canucial dovrà. A l'é fàit da n'obietiv che i modeloma sempe con na lent convéssa, ma che a podrìa esse fòit da na cobia acromàtica, e da n'ocular fàit da na lent conca, che a dà l'imagin virtual che as vëdd. I arportoma na schematisassion an figura 17.

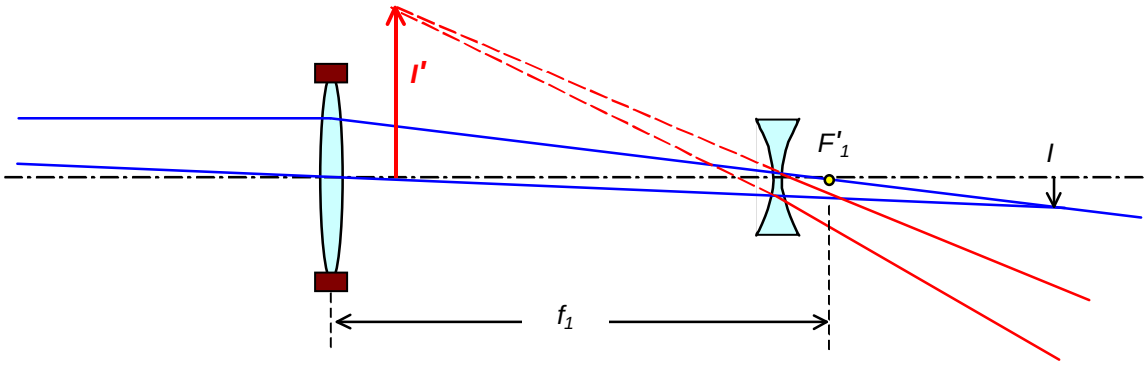


Figura 17 - Canucial ëd Galiléo

La lent obietiv a tira a formé n'imàgin real I dòp ël feu F_1' (opura, al lìmit, an sël pian focal), ma prima dëf feu ij ragg a son antercetà da la lent conca, che a-j fà diverge, fasend converge sò prolongament ant l'imàgin virtual I'. Costa a l'é la solussion dovrà dai bvinòcoj da teatro.

Angrandiment, luminosità, overtura

Is arferima a figura 18 për fé 'ncora quàich considerassion relativa ai sistema òtich ch'i l'oma vist fin-a sì. Ant ël sistema schematisà an figura i l'oma che 'l bòrd dl'obietiv a l'é 'l lum d'intrada 'd nòstr sistema. L'ocular a forma n'imàgin dë sto bòrd, e cost al'é 'l lum ed seurtìa dël sistema. La lus ch'a intra da l'obietiv a seurt da costa imàgin.

I l'oma che D a l'é 'l diàmeter dl'obietiv e D' ëd diàmeter ëd soa imàgin an sl'ocular. Për sfruté tuta la lus che l'ogét a manda al sistema, a venta che costa a intra ant l'euj dl'osservator, dont l'iride a l'avrà un diàmeter D'. La lus che a seurt da l'ocular a l'avrà 'l diàmeter mìnim D' a na dàita mira, andova a và l'eui dl'osservator. An figura 'l diameter D' a l'é schematisà coma costant.

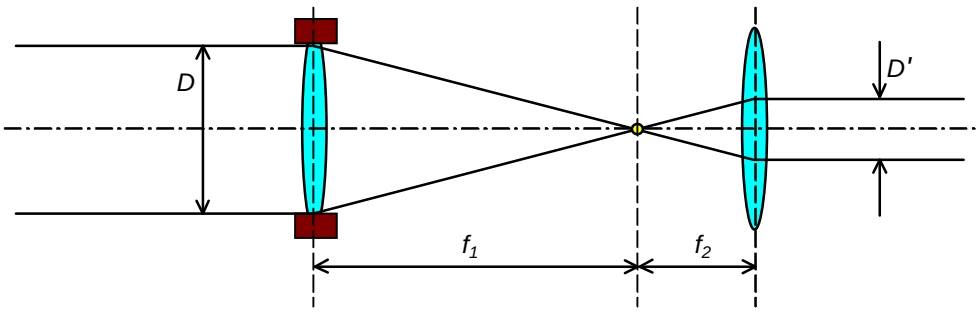


Figura 18 - Luminosità d'un canucial

An figura, se x a l'é la distansa fra l'obietiv e 'l prim feu dl'ocular, i l'oma che $x = f_1$. I podoma dì che l'angrandiment G_t dl'ocular për ël pian frontal che a conten l'obietiv a sarà

$G_t = \frac{D'}{D}$ ma 'dcò $G_t = -\frac{f_2}{f_1}$

ma i l'oma vist prima che $G_\omega = -\frac{f_1}{f_2}$ e donca $G\omega = \frac{D}{D'}$.

L'angrandiment angolar a l'é donca dàit dal rapòrt fra 'l diàmeter dl'obietiv e l'diàmeter ëd soa imàgin an sl'ocular, che a l'é fàcil da vëdde e misuré, e as esprim ëd sòlit an "***diàmeter*** ".

La luminosità d'un canucial a dipend da la quantità 'd lus che a ven portà al lum ëd seurtìa, e donca a dipend dal diàmeter dl'obietiv. A parità d'angrandiment, pì l'obietiv a l'é gròss e pì l'imàgin a l'é luminosa.

As definiss coma "**overtura dl'obietiv** " indicà con 2α, ël rapòrt $2\alpha = \frac{f_1}{D}$, che a l'é na misura inversa 'd luminosità. Ël diameter dl'obietiv a peul nen esse tròp gròss për nen avèj aberassion, e donca nen sempe al peul rivé a avèj la luminosità a basta, an particolar për fotografìe, e donca as trata 'd passe a obietiv a arbatiment (ò rifletor). La luminosità, antlora a sarà tant pì àuta cant pì cit a l'é 'l rapòrt ch'i l'oma vist. I savoma tuti che n'overtura ëd 5,6 a l'é pì "larga " che n'overtura 8 dl'obietiv.

Telescòpi a spécc

Parèj com un diòttr arfrangent, ëdcò në spécc conch sférich ò parabòlich a l'é bon a formé n'imàgin real ëd n'ogét, che a soa vira a peussa fé da ogét a n'ocular, che a na produva n'imàgin virtual. Sòn a l'é mostrà an figura 19.

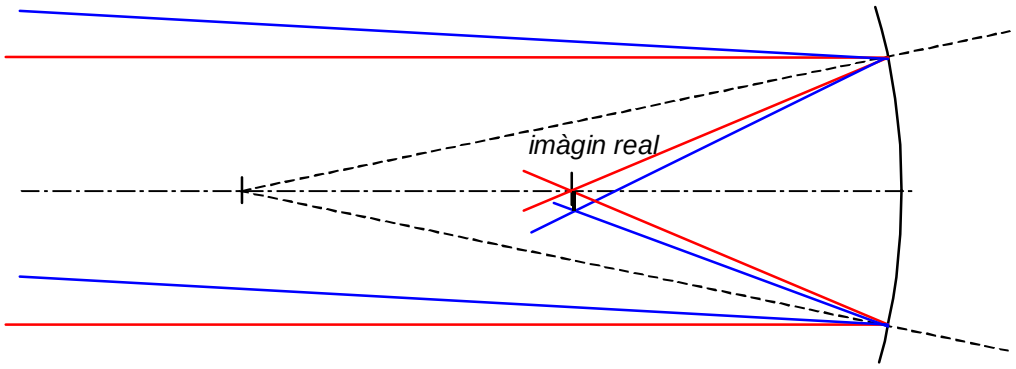


Figura 19 - Formassion dl'imàgin për në spécc

JË spécc sférich a peulo nen avèj d'overture tròp gròsse, al moment che a presento aberassion dë sferissità e 'd còma pitòst evidente. Con jë spécc parabòlich, anvece as peul fésse motobin ëd pì, dal moment che coste aberassion a son pì contnùe.

Për l'osservassion as trata donca 'd porté l'imàgin real prodòta da lë spécc ant ël prim feu ëd n'ocular, che a sia fòra dal përcors dij ragg che a rivo da l'ogét osservà. A-i son doi tipo pì amportant ëd solussion, che a son ilustrà an figura 20.

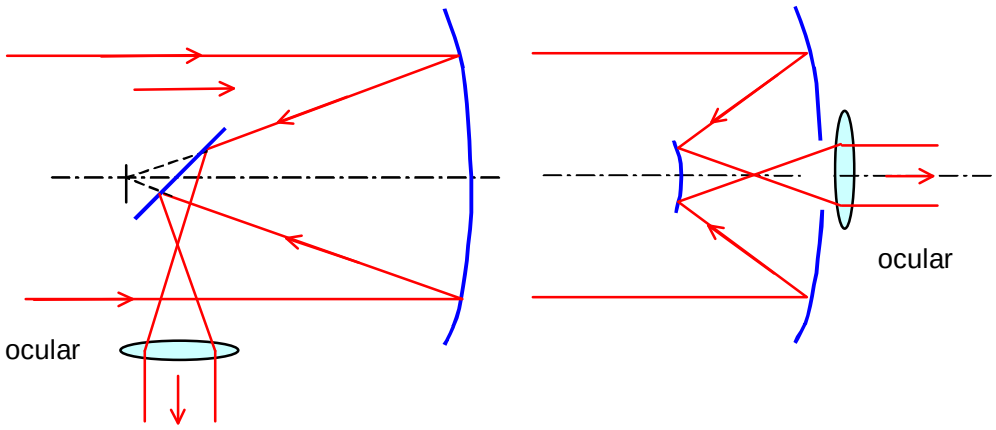


Figura 20 - Telescòpi tipo Newton e tipoCassegraine

Për dovré spécc sférich con overtura gròssa, as peul adoté la lastra 'd coression për j'aberassion dë sferissità e còma che i l'oma dit ch'a son gròsse. Sta lastra a l'é dit dë Schmidt, dal nòm ëd chi a l'ha proponùla. An figura 21 a l'é mostrà an manera schemàtica com a fonsion-a.

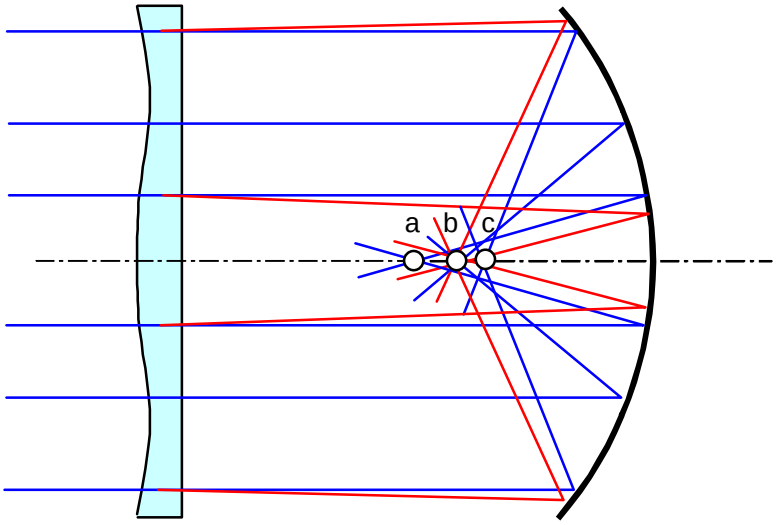


Figura 21 - Lastra 'd coression Schmidt

Ij ragg indicà an bleu a sarìo coj che as avrìo sensa coression, e che a convergio an pont diferent ëd l'ass an fonsion ëd soa distansa da l'ass òtich midem. La coression dàita da la lastra, con sàgoma convenienta, a fà an manera che ij ragg a convergio tuti ant l'istéss pont, an manera andipendenta da soa distansa da l'ass òtich. Sòn a l'è arpresentà dai ragg disegnà an ross, che a van pì ò manch tuti a converge ant ël pont indicà con *b*. Ël disegn, com a l'è ciàir, a esàgera motobin j'aberassion dlë spécc. An costa manera però as riva a gròsse luminosità sensa aberassion significante.

Obietiv fotogràfich

Ël but dl'obietiv fotogràfich a l'è col ëd formé n'imàgin real an 's në scherm con dimension ant l'òrdin dij centim linear, che a peul esse na pelìcola sensìbil opura un trasdutor òtich-elétrich për la registrassion eletrònica dl'imàgin. Da na mira òtica lòn ch'a anteressa a l'è che

l'imàgin a sia a feu, corispondent coma forme e color a la realità, e con na luminosità a basta da podej registré tuta l'anformassion ch'a serv, contut che l'imàgin an slë scherm a peussa duré mach na cita frassion ëd second.

A-i son vàire grandësse che a carateriso n'obietiv fotogràfich, dont cole ch'i consideroma a son: 1) - l'àngol ëd camp 2γ che a ìndica l'àngol che l'obietiv a vëdd l'ogét an manera sclinta. 2) - l'overtura f / h , ancora indicà coma àngol 2α, e che a dà l'invers dla luminosità dl'obietiv. 3) - distansa focal. La distansa focal a l'é cola ch'i l'oma definì për ij sistema òtich e a l'é la distansa fra lë scond pont prinsipal (che a coincid con lë scond pont nodal) e lë scond feu dl'obietiv.

Sensa che a-i sia na teorìa che a sodisfa për calcolé n'obietiv, costi a son evolùsse con intuission l'un-a dòp l'àutra, e a son rivà a doi schema 'd base (tnisend sempe cont che për n'obietiv sensa pretèise a basta giusta na lent convergenta), che a rivo a eliminé l'astigmatism an sij bòrd, e che donca a son ciamà "***anastigmàtich*** ".

Obietiv simétrich

A l'è fàit da na cobia ëd trien-e 'd lent che a deuvro tre véder diferent. Na trien-a a l'è istessa a l'àutra e an posission simétrica. La figura 22 a mostra st'obietiv.

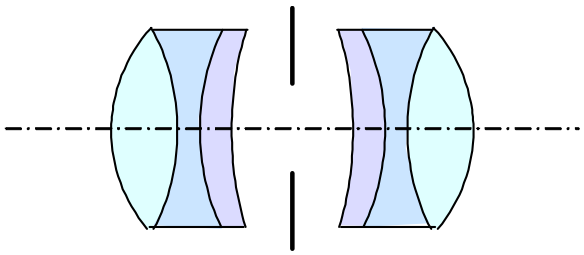


Figura 22 - Obietiv simétrich

N'obietiv dë sto tipo a l'ha n'overtura relativa che a sùpera nen *1/6* con distansa focal ëd pì ò manch *150 mm* e camp ëd *35°*. La coression dj'aberassion a l'é motobin bon-a.

Obietiv a trien-a

A l'é fàit da tre lent, pensà da Taylor ant ël 1895. Ëdcò coste a son ëd tre véder diferent. I lo mostroma an figura 23.

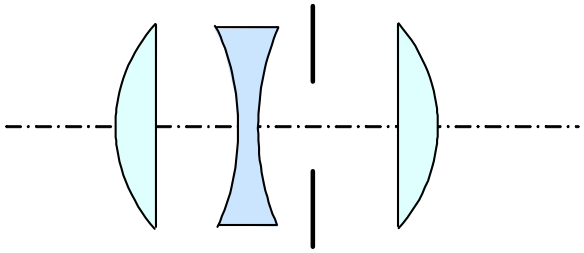


Figura 23 - Obietiv a trien-a

Con st'obietiv a-i é na bon-a coression dj'aberassion a na distansa focal ëd *140 mm*, con n'overtura ëd *1/6* e n'àngol ëd camp ëd *50°*.

Obietiv derivà

Da costi schema 'd base pitòst véj a son derivà ij diferent obietiv modern, e fra costi coj ch'a son ciamà "obietiv universaj ". I arportoma giusta, an figura 24, lë schema dl'obietiv Sonnar dë sto tipo.

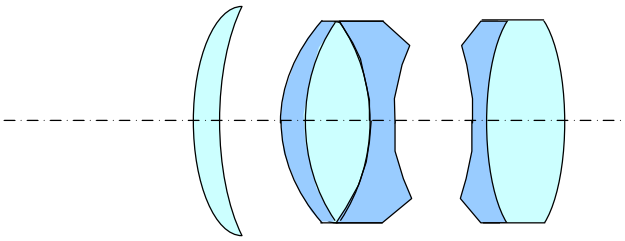


Figura 24 - Obietiv Sonnar

Teleobietiv

L'ampiëssa 'd n'imàgin ëd n'ogét lontan a dipend da la distansa focal dl'obietiv. Dona për avèj n'imàgin gròssa a basta ëd n'ogét lontan a venta dovré d'obietiv con la bin gròssa distansa focal, e son a pòrta a dëspositiv motobin angombrant. Për nen dovèj dovré 'd dëspositiv tròp gròss, a son stàit pensà ij teleobietiv, che as baso an 's na na diferenta concession. Is arferìma a figura 25.

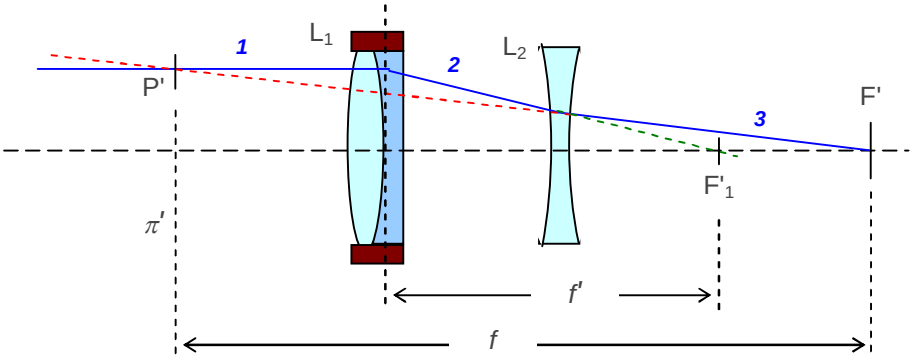


Figura 25 - Prinsipi dël teleobietiv

I suponoma un ragg paralél a l'ass, coma col ciamà *1* an figura, che a intra an nòstr sistema. An figura con L_1 i l'oma indicà l'obietiv normal che a l'avrìa na distansa focal f'. Donca 'l ragg d'intrada *1* a dventa 'l ragg *2* che a và vers ël feu F'_1 ëd nòstr obietiv L_1. Prima 'd rivé a sto feu ël ragg *2* a crosia la lent L_2 che a l'é divergenta (lent negatìva), che a pròvoca la deviassion che a fà continué 'l ragg coma ragg *3*, second la notassion ëd figura. Sto ragg a crosia l'ass òtich ant ël pont *F'*, che donca a l'é lë scond feu ëd nòstr sistema.

Adéss, se i prolongoma a l'andarera 'l ragg *3* (coma la lìnia rossa trategià an figura), i trovoma un pont *P'* andova 'l prolongament dël ragg a crosia 'l ragg *1* d'intrada. Ël pian π', che a conten ël pont *P'*, as compòrta coma scond pian prinsipal e a l'é, an efét, lë scond pian prinsipal dël sistema, che donca a l'ha *F'* coma scond feu. La distansa focal f che an anteréssa, com as peul vëdde, a l'é motobin pì gròssa dla distansa f', e l' pian π', da 'dova la distansa a l'é misurà, a casca diritura fòra, anans al teleobietiv.

Projetor

I parloma 'd projetor ëd figure su supòrt trasparent (coma për le diapositive). Lë schema dël projetor a l'é arportà an figura 26

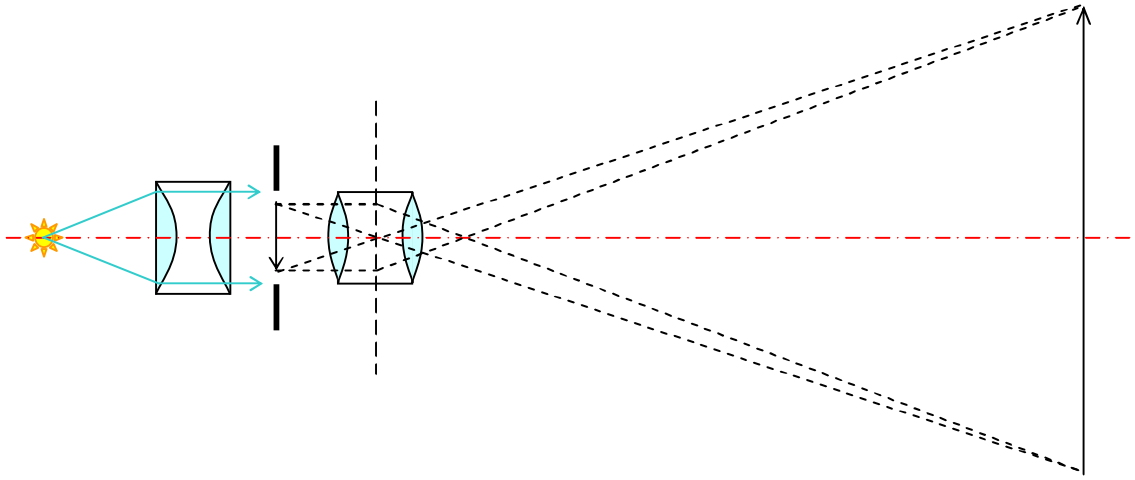


Figura 26 - Projetor

Cola an figura a l'é na sempia schematisassion che a consìdera l'obietiv coma fàit da na sola lent. I stoma nen a gionté d'àutr e ant la part ch'a-i ven i trateroma ampréssa d'òtica fìsica për giustifiché 'd fenòmeno coma coj dla diffrassion.

ÒTICA MATRISSIAL

A sta mira i voroma dé n'arpresentassion, che a peul esse bin còmoda, për un ragg che a traversa un sistema òtich. St'arpresentassion a supon che ij ragg a viagio su d'un pian, e donca as arferìsso 'dcò al cas d'un sistema con simetrìa radial antorna a l'ass òtich, supòst che ij ragg a stago su pian meridian (com ëd sòlit a sucéd). Is mantnìma peui ant l'aprossimassion ëd ragg parassiaj, andova as peul supon-e che, se φ a l'é l'àngol fra ragg e ass, st'àngol a l'é sempe cit a basta da podèj supon-e che $\sin\varphi \approx \varphi$.

Ël vantagi ëd costa arpresentassion a l'é che la matris ëd trasferiment dël ragg d'un sistema fàit da pì element an cascada a lé 'l prodòt dle matris dij sìngoj element.

Matris ëd trasferiment dël ragg

I suponoma un sistema òtich qualonque, formà da vàire surfasse arfrangente ò arbatente, dël tipo 'd coj ch'i l'oma dëscrivù prima, an 's n'ass òtich che i ciamoma z . I consideroma un ragg che a viagia an s'un pian, che i disoma y,z . Sto ragg, an qualonque posission z drinta al sistema, a l'é caraterisà al complèt da la distansa y da l'ass e da l'angol φ che 'l ragg a fà con l'ass. Sto fàit a l'é mostrà an figura 27.

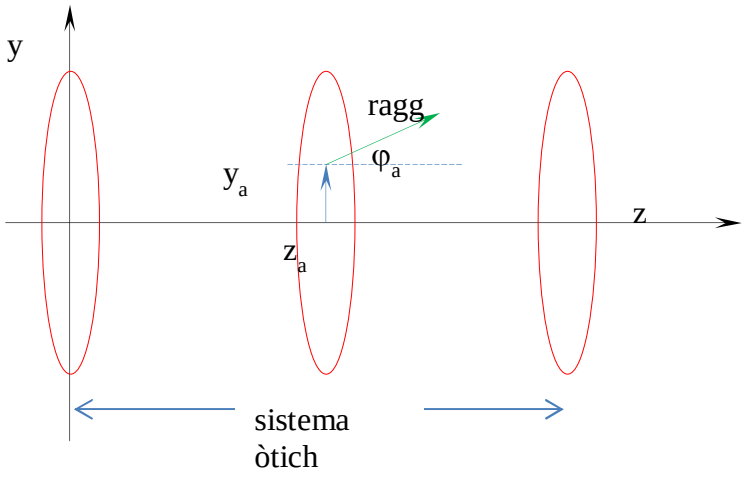


Figura 27 - Ragg ant un sistema òtich

Se i consideroma 'l sistema òtich ant ël sò ansema, i l'avroma na coordinà z_1 d'intrada, che a corispond al pian *xy* d'intrada, e na coordinà z_2 ëd seurtìa, che a corispond al pian *xy* ëd seurtìa. Ël sistema a l'é caraterisà al complét da sò efét an s'un ragg che as treuva an sël pian *yz* e che a intra dal pian d'intrada an z_1 a na posission qualonque y_1 e con n'àngol qualonque φ_1. Ël ragg a seurtirà dal pian ëd seurtìa an z_2 a na posission y_2 e con n'àngol φ_2, che a son fonsion ëd y_1 e φ_1, e dl'assion dël sistema òtich.

Ant un sistema con ragg che a peulo esse considerà parassiaj, andova $\sin\varphi \approx \varphi$, fra intrada e seurtìa a-i é na relassion linear che a peul esse scrivùa, an general coma:

$$y_2 = A\,y_1 + B\,\varphi_1 \quad ; \quad \varphi_2 = C\,y_1 + D\,\varphi_1$$

andova A, B, C, D a son costant reaj, che a caraterìso 'l comportament dël sistema òtich. Le doe equassion sì dzora a peulo esse scrivùe an manera pì satìa coma:

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix}$$

La matris con j'element A, B, C, D a l'é dita "matris ëd trasferiment dël ragg". I arportoma an figura 28 la schematisassion ëd lòn ch'i l'oma dit.

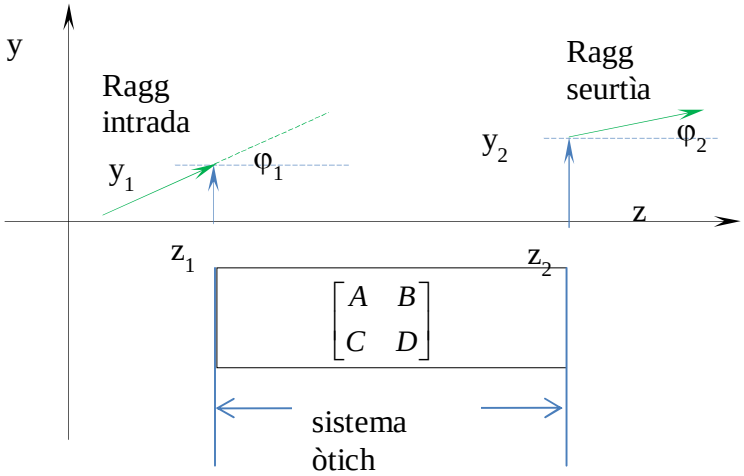


Figura 28 - Schema per la matris ëd trasferiment dël ragg

Matris d'element sempi

I vardoma adéss com a l'é fàita la matris dij diferent element sempi, për peui vardé lòn ch'a suced a buté doi ò pì che doi element l'un daré 'd l'àutr.

Spassi veuid

Ant lë spassi veuid ij ragga viagio second lìnie drite, e donca a manten-o l'àngol an sl'ass òtich, mentre la distansa da l'ass òtich a càmbia an manera linear con ël përcors fàit. Is arferima a figura 29.

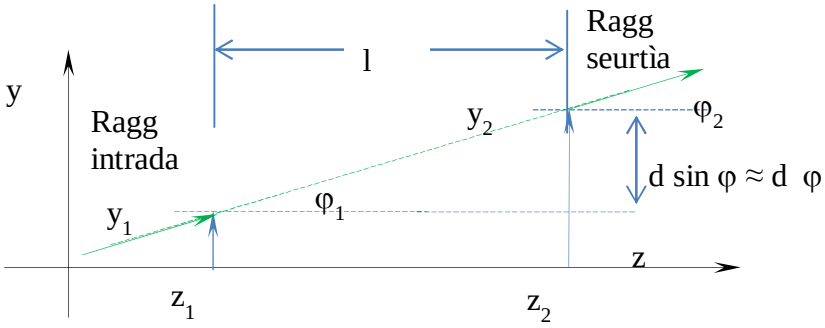


Figura 29 - Ragg ant lë spassi veuid

Dal moment che i consideroma ragg parassiaj, ël fator ëd proporsionalità fra përcors e variassion dla y a l'é giusta φ. Se la distansa fra la surfassa d'intrada e cola 'd seurtìa a l'é l, j'equassion scrite prima a dvento $y_2 = y_1 + l\,\varphi_1$; $\varphi_2 = \varphi_1$

La matris ëd trasferiment dël ragg a sara donca dàita da $\begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Arfrassion an s'un pian

I suponoma un pian ëd separassion fra doi mojen con diferent indes d'arfrassion n_1 e n_2. An sto cas le lèj dë Snell a diso che fra 'l ragg che a riva sla surfassa da na part e col ch'a seurt da l'àutra a val la relassion $n_1 \sin\varphi_1 = n_2 \sin\varphi_2$, ma dàite nòstre ipòtesi, noi i consideroma che a sia $n_1\,\varphi_1 = n_2\,\varphi_2$. A l'é peui ciàir che la posission y a càmbia nen, dal moment che le doe surfasse d'intrada e seurtìa a coincido. Donca i l'oma 'dcò $y_2 = y_1$.

I l'oma giusta da consideré che $\varphi_2 = \frac{n_1}{n_2}\varphi_1$, e sensa a scrive torna j'equassion i disoma sùbit che la matris ëd trasferiment travers la surfassa a val $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$

Arfrassion an 's na surfassa sférica

I suponoma d'esse ant j'istesse condission ëd prima, ma adéss la surfassa a l'é pì nen pian-a ma a l'é sférica. Për sto cas is arferima a figura 30.

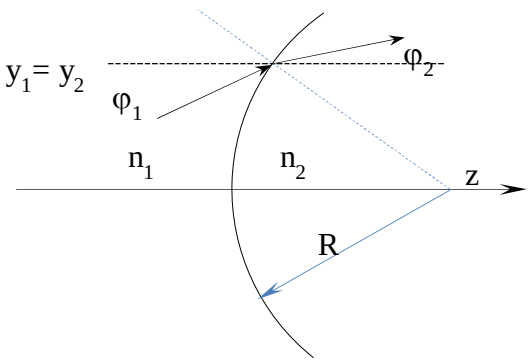


Figura 30 - Ragg an 's na surfassa sférica

L'àngol d'incidensa a l'é l'angol dël ragg an sl'ass, pì l'àngol formà dal ragg dla surfassa ant ël pont d'incidensa. Tuti sti àngoj a son considerà cit. I l'oma 'dcò che $y_2 = y_1$.

Con le convension stabilìe për :el segn ëd R (ragg dla sféra) as treuva, con la lèj dë Snell, che $\varphi_2 = -\frac{n_2 - n_1}{n_2\,R}\,y_1 + \frac{n_1}{n_2}\varphi_1$. La matris ëd trasferiment a dventa $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_2 - n_1}{n_2\,R} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$.

Arfrassion an 's na lente sutìla

I l'oma vist che na lente sutìla a fà converge ij ragg paraléj a l'ass òtich ant ël feu, che as treuva a distansa f dal pian dla lente midema. Ël ragg che a riva al pont y con àngol $\varphi_1 = 0$, dal pont y a và al feu, ant j'ipòtesi ch'i l'oma fàit, a forma con l'ass òtich l'àngol $\varphi_2 = -\frac{y}{f}$. I l'oma 'dcò sempe che $y_2 = y_1$. I arcordoma che f a l'é positiv për lente convesse e negativ për lente angavà.

La matris ëd trasferiment dij ragg a sarà, an sto cas $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix}$

Arbatiment an 's në spécc pian

An sto cas i consideroma la convension che 'l vers dl'ass òtich z a l'é sempe col dla propagassion dël ragg, e donca su në spécc i l'avroma z orientà vers lë spécc për ël ragg incident, e peui orientà da lë spécc andarera për ël ragg arbatù. L'ass òtich a càmbia vers, ma nen diression. Con costa convension, e con ël fàit ch'i l'oma sempe $y_2 = y_1$, An pràtica a càmbia gnente, e la matris ëd trasferiment a l'é giusta $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Arbatiment an 's në spécc sférich

I consideroma ël disegn an figura 31, andova i l'oma arpresentà l'arbetiment d'un ragg an 's në spécc angavà, e donca, për convension, con un ragg R negativ. A val sempe l'ipòtesi dl'ass z orientà sempe ant ël vers ëd propagassion dël ragg.

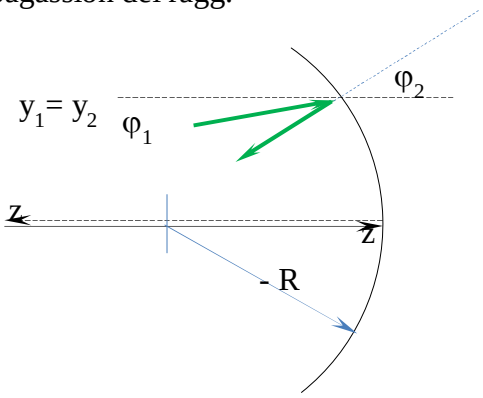


Figura 31 - Ragg an 's në spécc sférich

I podoma 'dcò ambelessì consideré che un ragg che a riva paralél a l'ass òtich a ven arbatù vers ël feu, che as treuva a metà strà fra 'l senter dla sféra elé spécc, an sl'ass òtich a distansa da lë spécc $f = -\frac{R}{2}$. La situassion a l'é donca torna cola 'd prima (lente sutìla), e la matris ëd trasferiment a peul esse scrivùa coma $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2}{R} & 1 \end{bmatrix}$.

Matris prodòt ëd pì component

I l'oma dit an prinsìpi che un sistema òtich a l'é arpresentàbil con na matris ëd trasferiment che a l'é 'l prodòt dle matris che a caraterìso ij diferent component. Is arferima a figura 32.

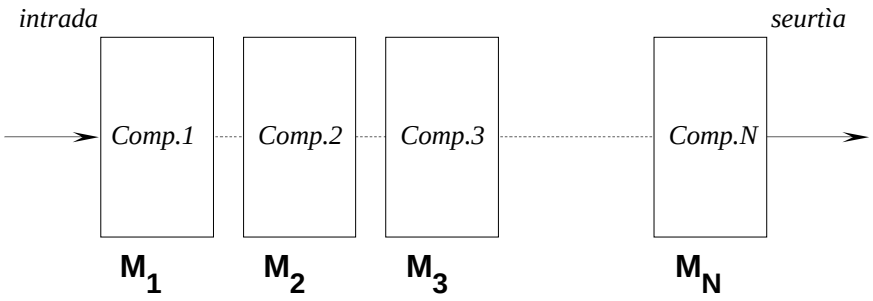


Figura 32 - Sistéma òtich con component an cascà

A venta noté che 'l prodòt ëd matris a l'é, 'd sòlit, nen comutativ. Al sistema òtich, l'intrada a l'é aplicà a la prima matris a snistra, e nòstra metodologìa a va bin se le matris indicà an figura a ven-o moltiplicà a parte da l'ùltima. Se ***M*** a l'é la matris total dël sistema òtich, a venta donca fé l'operassion:

$$M = M_N \cdot M_{N-1} \cdot \ldots \cdot M_2 \cdot M_1$$

N'esempi

I suponoma d'avèj doe lente sutile dont la prima a l'é a distansa d_1 da nòstr pian d'intrada, e a l'ha distansa focal f_1, la sconda a l'ha distansa focal f_2 e a l'é a distansa d_2 da la prima, e nòstr pian ëd seurtìa a l'é a distansa d_3 da la sconda. I l'oma parèj sinch element, che ant l'òrdin a son ël tràit d_1, la lente *1*, ël tràit d_2, la lente *2*, ël tràit d_3. I suponoma 'd dé 'd valor numérich a coste grandësse e 'd fé ij cont, che peui i controloma con ël metod gràfich. Antlora i butoma:

$$d_1 = d_2 = d_3 = 10\ cm \quad ; \quad f_1 = f_2 = 20\ cm$$

La matris $\boldsymbol{M_5}$ a val $\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. La matris $\boldsymbol{M_4}$ a val $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0{,}05 & 1 \end{bmatrix}$. La matris $\boldsymbol{M_3}$ a val $\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. La matris $\boldsymbol{M_2}$ a val $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0{,}05 & 1 \end{bmatrix}$. La matris $\boldsymbol{M_1}$ a val $\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

El prodòt $\boldsymbol{M_5} \cdot \boldsymbol{M_4}$ a val $\begin{bmatrix} 0{,}5 & 10 \\ -0{,}05 & 1 \end{bmatrix}$, e costa, moltiplicà për $\boldsymbol{M_3}$ a val $\begin{bmatrix} 0{,}5 & 15 \\ -0{,}05 & 0{,}5 \end{bmatrix}$

Ël prodòt $\boldsymbol{M_5} \cdot \boldsymbol{M_4} \cdot \boldsymbol{M_3}$, moltiplicà për $\boldsymbol{M_2}$ a val $\begin{bmatrix} -0{,}25 & 15 \\ -0.075 & 0{,}5 \end{bmatrix}$.

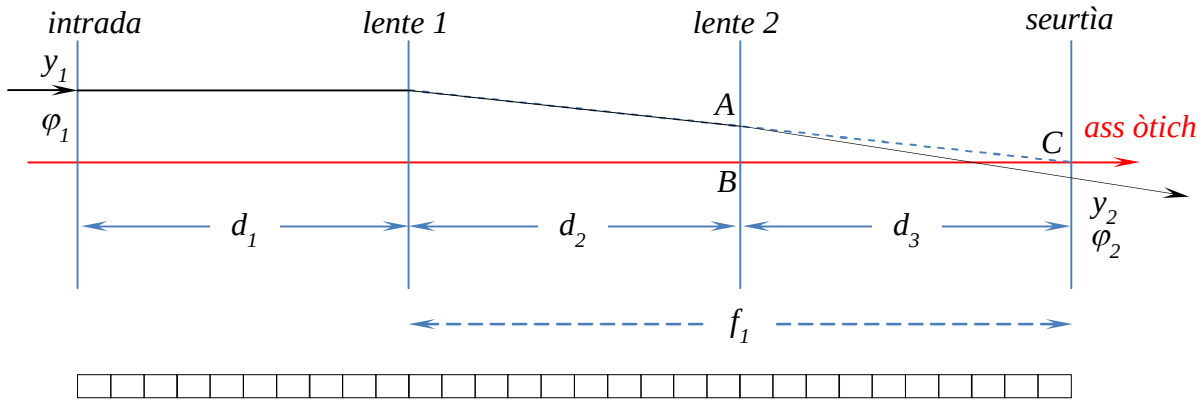
Costa matris, moltiplicà për $\boldsymbol{M_1}$ an dà :

$$M = M_5 \cdot M_4 \cdot M_3 \cdot M_2 \cdot M_1 = \begin{bmatrix} -0{,}25 & 12{,}5 \\ -0{,}075 & -0{,}25 \end{bmatrix}$$

e a sta matris a corispondo le doe equassion $y_2 = -0{,}25\, y_1 + 12{,}5\, \varphi_1 \quad ; \quad \varphi_2 = -0{,}075\, y_1 - 0{,}25\, \varphi_1$

A sta mira i l'oma la matris ëd trasferiment total e i provoma a buté un ragg d'intrada caraterisà da $y_1 = 2\ cm$ e $\varphi_1 = 0$. An seurtìa i l'avroma $y_2 = -0{,}5[cm]$; $\varphi_2 = -0{,}15[rad]$.

An figura 33 i arportoma sto sistéma òtich e i provoma, con l'òtica geométrica, a mandé sto ragg, e fé quàich considerassion.



$$M = M_5 \cdot M_4 \cdot M_3 \cdot M_2 \cdot M_1 = \begin{bmatrix} -0{,}25 & 12{,}5 \\ -0{,}075 & -0{,}25 \end{bmatrix}$$

Figura 33 - Ragg ant un sistéma òtich

Se i suponoma 'd gavé la sconda lente, i l'oma un ragg paralél a l'ass òtich, che a la distansa f1 dòp pa lente a dovrìa esse ant ël feu (an sl'ass òtich). Le matris as arduvo a 3, relative a la distansa d_1 da *10 cm*, la lente *1* e la distansa d_2 da *20 cm*. Donca i l'oma:

La matris $\boldsymbol{M_3}$ a val $\begin{bmatrix} 1 & 20 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. La matris $\boldsymbol{M_2}$ a val $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0{,}05 & 1 \end{bmatrix}$. La matris $\boldsymbol{M_1}$ a val $\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Ël prodòt ëd coste matris a val

$$M = M_5 \cdot M_4 \cdot M_3 \cdot M_2 \cdot M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 20 \\ -0{,}05 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

La posission y_2 dël ragg an seurtìa a l'é dàita da $y_2 = 0\,y_1 + 20\varphi_1$ e sòn an dis che se $\varphi_1 = 0$, vis-a-dì për tuti ij ragg paraléj a l'ass òtich, la seurtìa a l'é sempe a *0* (pont andova a-ié 'l feu). L'àngol fàit dal ragg an seurtìa a val $\varphi_2 = -0{,}05\,y_1 + 0{,}5\varphi_1$ e sòn an dis che për $\varphi_1 = 0$, vis-a-dì për tuti ij ragg paraléj a l'ass òtich, l'inclinassion dël ragg ëd seurtìa a l'é proporsional a la posission y_1 d'ariv an sla lente , com as peul sùbit vëdde da le geometrìe disegnà an figura, considerand ël triàngol *ABC*.

Sistema periòdich

I disoma "*periòdich*" un sistema fàit da un sot-sistema arpetù vàire vire an cascà. A fan part ëd costi sistema, ëdcò ij sistema che a son përcorù vàire vire, an manera cìclica, da un ragg ëd lus.

I pensoma donca a na série 'd *m* sistema òtich tuti istéss, traversà da un ragg che a l'avrà na dàita posission inissial con un dàit àngol d'incidensa, su cola che a peul esse considerà la surfassa d'intrada al sistema. L'istéssa còsa a càpita për un sistema òrich che as treuva fra doi spécc che as armando 'l ragg l'un con l'àutr. An sto scond cas un sistema unitàri a l'é dàit da un gir complét anans e andaré. I podoma consideré com intrada 'l ragg che a seurt dal prim ëspécc e coma seurtìa l'istéss

ragg dòp ël prim gir. Për nòstre considerassion i consideroma la situassion ilustrà an figura 34, che a l'é 'dcò na manera për mostré n'àutra aplicassion dla técnica dle matris ëd trasferiment. A l'é ciàir che la matris ëd trasferiment dij sistema unitari a l'é sempe l'istéssa.

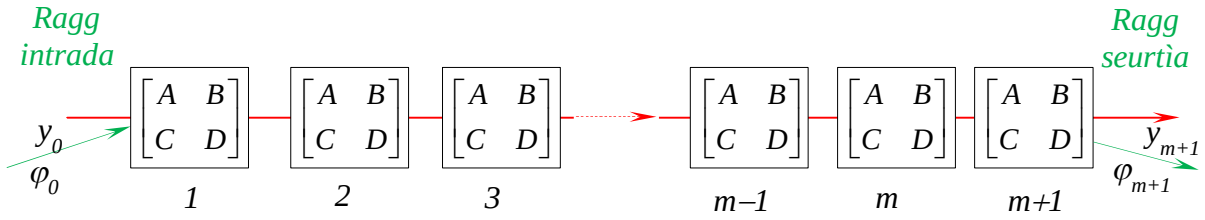


Figura 34 - Sistema òtich periòdich.

Dovrand le notassion sòlite, i podoma dì che la matris ëd trasferiment che a corispond ai prim m sistema unitàri a sarà m vire la matris d'un sistema. Donca :

$$\begin{bmatrix} y_m \\ \varphi_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^m \begin{bmatrix} y_0 \\ \varphi_0 \end{bmatrix}$$

As peulo ëdcò fé ij cont pass për pass, giusta aplicand, an manera iterativa, le doe equassion: $y_{m+1} = Ay_m + B\varphi_m$; $\varphi_{m+1} = C\,y_m + D\varphi_m$, comensand dal cont ëd y_1 e φ_1 a parte da y_0 e φ_0 , e peui contand ëd y_2 e φ_2 a parte da y_1 e φ_1 , e via fòrt.

A peul esse interessant trové n'espression general për la coordinà y_m , sensa preocupésse dl'àngol φ_m. Sòn a serv cand a l'é necessari savèj se 'l ragg a resta confinà ant ël sistema, qualonque a sia *m*, ò se a tira a scapé.

Trajetòria armònica e trajetòria periòdica

Da j'equassion ch'i l'oma scrivù sì dzora i podoma comensé a arcavé φ_m da la prima . I otnoma: $\varphi_m = \dfrac{y_{m+1} - Ay_m}{B}$. Son a val ëdcò se i sostituima m con $m+1$ e $m+1$ con $m+2$, e as oten: $\varphi_{m+1} = \dfrac{y_{m+2} - A\,y_{m+1}}{B}$. Adéss i sostituima coste espression ant la sconda dj'equassion ëd trasferiment, e i otnoma:

$$\frac{y_{m+2} - Ay_{m+1}}{B} = C\,y_m + D\frac{y_{m+1} - Ay_m}{B} \quad \text{e da sì}$$

$$y_{m+2} = BC\,y_m + D\,y_{m+1} - DA\,y_m + A\,y_{m+1}$$

$$y_{m+2} = (D + A)y_{m+1} - (DA - BC)y_m$$

I consideroma che $DA - BC$ a l'é 'l determinant dla matris ëd trasferiment d'ògni unità dël sistema, e a ven còmod buté che $F^2 = \det[M] = AD - BC$ e che $b = \dfrac{A+D}{2}$, an manera che i l'oma:

$$y_{m+2} = 2by_{m+1} - F^2 y_m$$

che a l'é la relassion d'arcorensa dla posission dël ragg. N'equassion dë sto tipo a peul esse arzolvùa an manera iterativa, calcoland prima la posission y_1 da la posission y_0 con la matris M, e peui da y_0

e y_1 as treuva y_2, e donca da y_1 e y_2 as treuva y_3, e via fòrt, ma sòn a arzolv nen nòstr problema d'avèj un critéri për savèj se 'l ragg a l'é confinà opura nò, qualonque a sia m. I dovoma donca trové n'espression general për y_m.

Për sto tipo d'equassion, se n'espression për y_m a la sodisfa e a sodisfa le condission inissiaj, antlora as trata 'd l'ùnica solussion. An nòstr cas as peul prové con na solussion dël tipo $y_m = y_0\, h^m$, andova h a l'é na costant.

Se i andoma a sostituì an nòstra equassion i trovoma: $y_0\, h^{m+2} = 2b\, y_0\, h^{m+1} - F^2\, y_0\, h^m$ e se i dividoma tut për $y_0\, h^m$, i otnoma $h^2 = 2bh - F^2$ vis-a-dì $h^2 - 2bh + F^2 = 0$

Nòstra espression general $y_m = y_0\, h^m$ a l'é donca solussion dl'equassion se 'l valor h a sodisfa a l'equassion dlë scond gré sì dzora. La solussion dl'equassion algébrica dle scond gré a l'é

$$h = b \pm \sqrt{b^2 - F^2} = b \pm j\sqrt{F^2 - b^2}$$

A sta mira i podoma antroduve la variàbil angolar $\vartheta = \arccos\frac{b}{F}$, e parèj $b = F\cos\vartheta$ e 'dcò che $\sqrt{F^2 - b^2} = \sqrt{F^2 - F^2\cos^2\vartheta} = F\sqrt{1-\cos^2\vartheta} = F\sin\vartheta$. Donca, a sta mira, $h = F\left(\cos\vartheta \pm j\sin\vartheta\right)$, vis-a-dì $h = F\, e^{\pm j\vartheta}$.

Nòstra espression për y_m a dventa $y_m = y_0\, F^m\, e^{\pm jm\vartheta}$. Coste a son doe solussion (relative ai doi segn), e as peul scrive na solussion general coma combinassion linear dle doe. Costa peui a peul esse sempe butà ant la forma:

$$y_m = y_{\max}\, F^m \sin\left(m\vartheta + \vartheta_0\right)$$

andova y_{max} e ϑ_0 a son costant che as derivo da le condission inissiaj.

Adéss i doma n'uciada al fator F che, com i l'oma vist, a l'é la radis quadrà dël determinant dla matris ëd trasferiment relativa a al sistema òtich unitari.

As peul verifiché che 'l determinant ëd coste matris, qualonque a sia 'l sistema òtich che as arferìsso, a val sempe 'l rapòrt dj'indes d'arfrassion del mojen d'intrada n_1 an sël mojen ëd seurtìa n_2. Donca i l'oma sempe che $\det\left[M_1\right] = \frac{n_1}{n_2}$, e se doi sistema a son colegà an cascà, ël mojen d'intrada dlë scond a l'é l'istëss mojen ëd seurtìa dël prim, e donca $\det\left[M_2\right] = \frac{n_2}{n_3}$. I savoma che ël determinant ëd na martis prodòt ëd doe matris a l'é ël prodòt dij determinant dle doe matris, e an sto cas i l'avrìo $\det\left[\left[M_1\right]\cdot\left[M_2\right]\right] = \det\left[M_1\right]\cdot\det\left[M_2\right] = \frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{n_2}{n_2} = \frac{n_1}{n_3}$, e donca 'ncora sempe 'l rapòrt fra l'ìndes d'arfrassion dël mojen inissial e l'ìndes d'arfrassion dël mojen final.

I podoma sens'àutr dì che për un sistema dël tipo che i stoma vardand, i l'oma quasi sempe che mojen inissial e final a son j'istéssi, e donca $\det\left[M\right] = 1$ vis-a-dì $F = \sqrt{\det\left[M\right]} = 1$. Nòstra equassion ëd prima a dventa antlora giusta:

$$y_m = y_{\max}\sin\left(m\vartheta + \vartheta_0\right)$$

A sta mira i l'oma la manera 'd savèj se 'l ragg a l'é confinà andrinta al sistema opura prima ò peui a seurt dal sistema. La posission dël ragg, dàit da st'espression, a l'é "*sinusoidal* " se l'àngol ϑ a l'é real. Dal moment che $\vartheta = \arccos b$ (vist ch'i l'oma supòst $F = 1$), la condission che ϑ a sia real as traduv ant la condission che a sia $|b| \le 1$, che a echival a dì $\frac{|A+D|}{2} \le 1$.

Sta condission a l'é cola për na solussion stàbil. An sto cas as dis che la "***trajetòria***" dël ragg a l'é "***armònica***". Se 'l mòdul ëd b a fussa pì gròss che *1*, antlora la solussion a sarìa iperbòlica, e donca a 'ndarìa a l'anfinì (prima o peui y_m a seurtrìa dal sistema, comunque largh a fussa). Ëdcò l'àngol φ_m fàit dal ragg a l'é na fonsion dl'istéss tipo, e as peul scrive:

$$\varphi_m = \varphi_{\max} \sin(m\vartheta + \vartheta_1)$$

andova a ventrà che φ_{max} a sia cit a basta për podèj apliché le régole dij ragg parassiaj.

La trajetòria dël ragg, oltra che esse armònica, a sarà 'dcò "***periòdica***", se a-i é un nùmer antregh s tal che, për òngi m, a vala l'espression $y_{m+s} = y_m$, vis-a-dì se a intervaj ëd s sistema òtich unitari y a arpija jë stéss valor.

Arsonador òtich

I foma n'esempi che a peul vnì a taj parland peui ëd laser (ant la session "eletrònica"), d'un sistema che a peul esse considerà "*anfinì*", giusta fait da un mojen omogéni butà fra doi spécc angavà, che as armando l'un con l'àutr un ragg luminos. Se 'l ragg a seurt nen dal sistema an peul consideré che a përcora n'anfinità 'd sistema elementar fàit da në spassi *d* (distansa dij doi spécc), në spécc angavà, ne spassi *d*, n'àutr ëspécc angavà. A sta mira a intra ant ël sistema elementar sucesiv, identich al prim. An pràtica donca a përcor m vire l'istéss sistema. Se i consideroma nen le pèrdite i l'oma che $m \to \infty$.

I butoma che lë spécc *1* a l'ha ragg R_1 e che lë spécc *2* a l'ha ragg R_2, la distansa a l'é *d*, e i consideroma vàlida la posission ëd ragg parassiaj. Is arferima a figura 35.

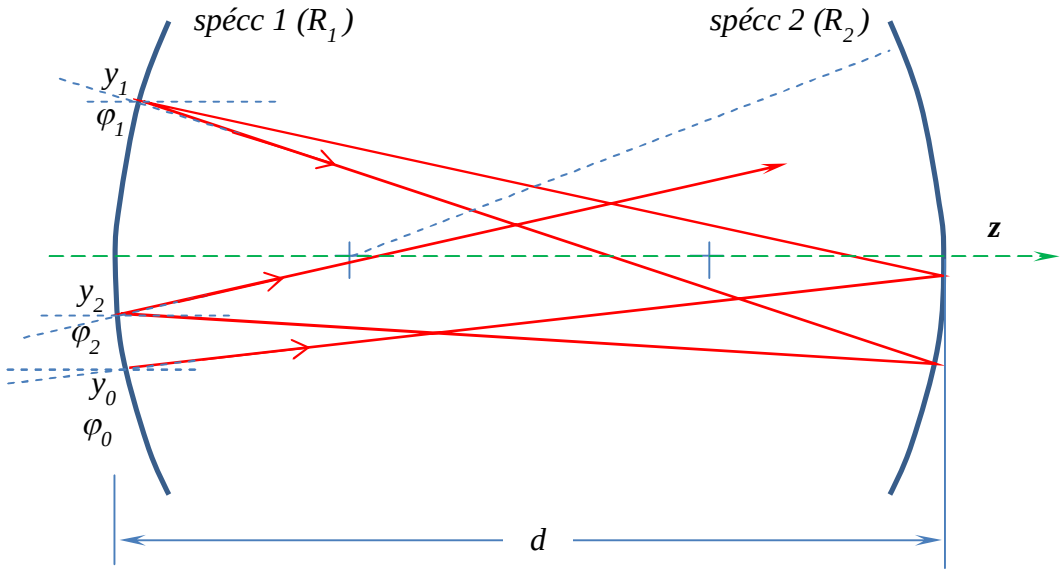


Figura 35 - Studi dle condission për n'arsonador òtich

I podoma scrive la matris ëd trasferiment ëd na cela elementar fàita da distansa *d* , spécc *2*, distansa *d*, spécc *1*. Com i l'oma vist, i foma 'l prodòt dle martis partend da drita. I l'oma $[M]=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2/R_1 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2/R_2 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Ëd costa matris an anteressa conòsse *A* e *D* për trové l'espression ëd *b*.

Fasend ij cont as treuva che ant la matris prodòt ël termo ***A*** a val $1+\frac{2d}{R_2}$ mentre 'l termo ***D*** a val $\frac{2d^2}{R_1}+d+\frac{2d}{R_1}+1$ e donca, dòp quàich passagi, as treuva che:

$$b=\frac{A+D}{2}=2\left(1+\frac{d}{R_1}\right)\left(1+\frac{d}{R_{21}}\right)-1$$

Ël ragg a l'é donca confinà se $|b|\le 1$, e donca se $\left(1+\frac{d}{R_1}\right)\left(1+\frac{d}{R_{21}}\right)\le 1$. I arpijroma sto discors cand i parleroma ëd laser (ant la session "*eletrònica*").