Part doi - Ël sistema òtich

An costa part i comensoma a parlé 'd lent, e an particolar dl'aprossimassion dla "lent sutila". I vardoma peui cos a l'é un sistema òtich e sò model geométrich. I vardoma j'angrandiment e la formassion dj'imàgin an cola che as dis "aprossimassion ëd Gauss". Dòp avèj vist ij sistema con feu, i vardoma ij sistema afocaj ò telescòpich. Peui i tratoma d'aberassion dij sistema òtich reaj. A la fin i disoma quaicòs an sle fìbre òtiche.

TÀULA DLA SCONDA PART

TÀULA DLE FIGURE DLA SCONDA PART

ËL SISTEMA ÒTICH

Fin-a sì i l'oma vardà j'element che a son d'anterésse ant l'òtica, përchè a anteragisso con ij ragg luminos, e i l'oma vist-ne 'l comportament. Adéss i tratoma dla combinassion ëd costi element për oten-e d'arzultà che a ven-o a taj an vàire aplicassion.

As dis "***sistéma òtich*** " , an general, na sucession ëd diòtr pian e sférich, arfangent ò arbatent, andova l'imàgin formà da un diòtr a serv coma ogét al diòtr ch'a ven dòp.

Për ilustré un sistema òtich is arferima a figura 1, andova i l'oma na sucession ëd diòtr arfrangent e andova a son indicà le diferente imàgin prodòte a parte da l'ogét real *Q* fin-a a l'imàgin real *Q*'. Com as fà sovens, i vardoma la strà ch'a fan doi ragg qualonque che a parto da l'ogét. An costa manera i podoma vëdde andova as formo j'imàgin tant reaj coma virtuaj.

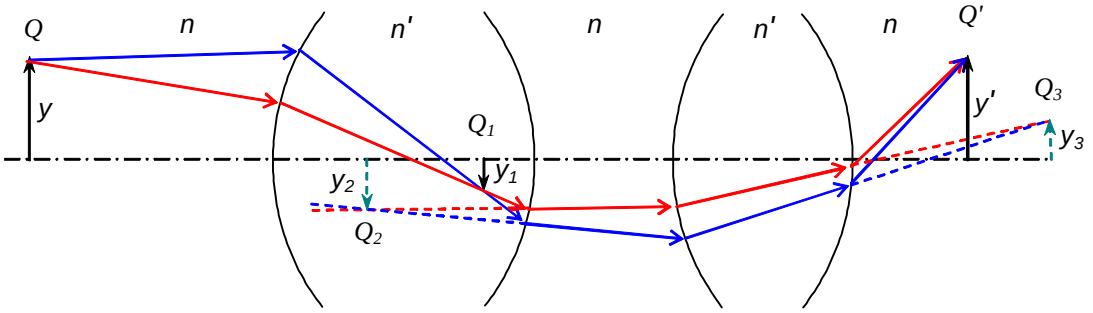

Figura 1 - Sistema òtich

L'ogét, d'autëssa *y*, a l'é arpresentà da la flecia che a finiss ant ël pont *Q*. Ij color dij doi ragg arpresentà a servo mach a nen confonde ij ragg midem e a l'han gnente da fé con ël color dla lus, che s' i consideroma 'ncora monocromàtica.

Ël prim diòtr a forma l'imàgin real Q_1 fasend converge ij ragg an col pont, che a fà da ogét a lë scond diòtr. Cost, però a fà diverge ij ragg coma se a rivéisso an sël ters diòtr partend dal pont Q_2, che donca a arpresenta n'imàgin virtual che a fà da ogét at ters diòtr. Se sto ters diòtr a fussa l'ùltim dël sistema, as formerìa n'imàgin real ant ël pont Q_3, L'assion dël quart diòttr a l'é cola 'd devié ij ragg an manera 'd formé l'imàgin real Q_4, e donca 'd trasformé Q_3, che a sta mira i podoma consideré n'imàgin virtual, an Q_4.

L'angrandiment trasversal dël sistema G_t a sarà sempe 'l rapòrt dla longëssa trasversal final su la longhëssa trasversal inissial. Donca :

$$G_t = \frac{y'}{y} = \frac{y_1}{y}\frac{y_2}{y_1}\frac{y_3}{y_2}\frac{y'}{y_3}$$

As peul sùbit vëdde che l'angrandiment trasversal total dël sistema a l'é 'l prodòt dj'angrandiment trasversaj dij diòtr. Cost a l'é un teoréma general che a val për tuti ij sistema òtich.

Le lent

An general le lent a son na sucession ëd diòtr ësférich arfrangent con ij senter ëd curvadura che a stan tuti an 's l'istéss ass (cost a l'é un "***sistema òtich sentrà*** "). L'ass midem a ven donca ciamà "***ass òtich dël sistema*** ".

Se la lent a l'é fàita da mach doe surfasse arfrangente a ven ciamà "***lent sèmpia*** ", dësnò a ven ciamà "***lent compòsta*** ".

Se lë spessor dla lent (misurà an 's l'ass òtich) a l'é cit (quàich milim) as peul consideré che la lent a sia un pian përpendicolar a l'ass òtich, e su sto pian a-i son le deviassion dij ragg òtich che a incido an 's la lent. Costa aprossimassion a l'é ant l'órdin ëd cole che as fan ant l'òtica geométrica. An sto cas as parla ëd "***lent sutìla*** ", dësnò, fòra 'd sòn, as trata ëd "***lent spëssa*** " e l'aprossimassion dita a và pì nen bin.

Lent sutìla

I vardoma com a peul esse dëscrivù 'l comportament ëd na lent sutìla. I suponoma che na lent sutìla con ìndes d'arfrassion n a sia butà ant l'ària con ìndes d'arfrassion $n \cong 1$. Is arferima a figura 2, andova 'l pian π (indicà con soa trassa normal a l'ass òtich) a arpresenta la lent.

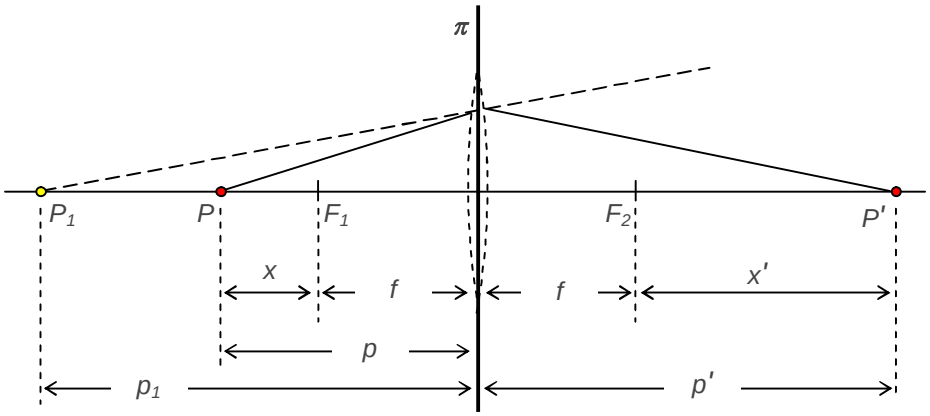

Figura 2 - Lent sutìla

I consideroma che sta lent a l'é fàita da doi diòtr ësférich che a l'avran ragg R_1 e R_2. Ij ragg che a seurto da l'ogét P a formo na prima imàgin P_1, dàita dal prim diòtr, e peui l'imàgin P' dàita da lë scond diòtr. Ste imàgin a peulo esse virtuaj ò reaj an fonsion dël valor dij ragg e dla posission dl'ogét. An figura P_1 a l'é virtual e P' a l'é real.

I l'oma dit che j'ìndes d'arfrassion a son 1 për l'ària e n për ël veder. J'equassion dij doi diòtr, com i l'oma vist, a son donca :

$$\frac{1}{p}+\frac{n}{p_1}=\frac{n-1}{R_1} \quad ; \quad \frac{n}{p_1}+\frac{1}{p'}=\frac{1-n}{R_2}$$

e sòn përchè i podoma trascuré lë spessor dla lent.

Adissionand ste doe equassion as oten : $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$. As peul sùbit vëdde che ij doi feu F_1 e F_2 a son an posission simétrica rispét al pian π (arcordand la régola dij segn) e che le distanse focaj f_1 e f_2 a son :

$$f_1 = f_2 = f = (n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

I l'oma 'dcò vist che $x \cdot x' = f^2$. Ël pont andova l'ass òtich a traversa 'l pian p a l'é "***senter òtich dël sistéma*** ".

Teorìa dij sistema òtich ideaj

Un qualonque strument òtich a l'é fàit da na sucession ëd diòtr e surfasse ch'a arbato. An costa sucession, ëd sòlit, as nùmero ij mojen traversà con nùmer che a chërso man man che a son ancontà dal ragg ëd lus. Ëdcò parèj as fà con le surfasse arfrangente ò arbatente.

Ant ël prim mojen a-i é la sors dij ragg, mentre ant l'ùltim ij ragg a seurto dal sistema a formé l'imàgin che a peul esse real opura virtual. Dal moment che ij ragg a son invertìbij, se as cambia la diression ai ragg che a seurto, tuti ij ragg as ëscambio giusta la fosion anvertend ël vers an 's l'istéssa diression. Coj incident a dvento emergent.

Se i pijoma un ragg incident emëttù da un pont *A* ant ël prim mojen, as treuvo an sucession ij diferent ragg arbatù opura arfràit ant ij mojen sucessiv, fin-a a trové un ragg emergent ant l'ùltim mojen. Ij ragg ch'a parto da *A* ant ël prim mojen a l'han donca 'i corispondent ragg emergent coniugà ant 'ùltim mojen.

Ma ij ragg che as oten-o coma ragg coniugà dij ragg incident che a parto dal pont *A*, an general a concoro nen tuti ant l'istéss pont. Se sòn a càpita, vis-a-dì se cand a na stèila 'd ragg che a parto da *A* a corispond na stèila 'd ragg emergent che a concoro ant ël pont A', antlora i podoma dì che 'l pont A' a l'é " ***l'imàgin stigmàtica*** " dël pont *A*.

An realità as peul dimostré che mach an cas ecessional as riva a oten-e n'imàgin stigmàtica véra, e 'd sòlit as oten n'imàgin che a l'é mach stigmàtica an manera aprossimà. Sòn a ven da tute le aprossimassion ch'i l'oma suponù prima, e nen mach da le aprossimassion dle realisassion dj'element òtich dovrà. Macassìa i vardoma ij mecanism ëd formassion ëd n'imàgin stigmàtica, tnisend-se ant l'aprossimassion ëd Gauss. A l'é lòn ch'i l'oma già fàit con ël diòtr ësférich.

I vardoma donca le proprietà dij ***sistema òtich ideaj***, che a son andipendent da la strutura dij diòtr che a-j formo e che donca a l'han na validità general.

Modél geométrich

I podoma dì che un sistema òtich ideal a stabiliss na corispondensa bi-unìvoca fra ij pont dlë spassi ogét e ij pont dlë spassi imàgin. An sto modél sti doi spassi as consìdero spassi geométrich sovrapòst (i podoma 'dcò pensé a doe classe 'd pont).

Un pont ch'a sia considerà coma pont ëd concorensa 'd ragg incident (i podoma dì : sors dij ragg) a aparten a lë spassi ogét. Un pont che a peussa esse pont ëd concorensa 'd ragg emergent (ò sò prolongament) a aparten a lë spassi imàgin.

Sta corispondensa a l'é n'*omografìa* ò *projetività*. An efét, se i l'oma pont dlë spassi ogét *A*, *B*, *C* ... e via fòrt, che a son an 's na riga drita, ij corispondent pont *A'*, *B'*, *C'*, ... ant lë spassi imàgin, a son sempe 'ncora an 's na riga drita.

Sòn as dimostra pensand che se su un ragg incident a-i é 'l pont *A*, an 's ël corispondent ragg emengent a venta ch'a-i sia 'l pont *A'*, dal moment che as trata d'un pont ëd col ragg. Sòn a val për qualònque ragg ch'a passa për *A*. Ma sòn a val ëdcò për ij pont *B* e *C*. Se antlora i consideroma 'l ragg incident ant ël pian ogét che a conten ij pont *A*, *B*, *C*, l'omònim ragg emergent a conten ij pont *A'*, *B'*, *C'*. I podoma dì, an general, che a un pont e na riga drita che as apartèn-o ant lë spassi ogét a corispondo un pont e na riga drita che as apartèn-o ant lë spassi imàgin.

A sta mira i podoma 'dcò dì che a un pian ant lë spassi ogét a corispond un pian ant lë spassi imàgin, e che an stì pian a valo le dipendense fra pont e righe drite omòloghe.

Al pian a l'anfinì ant le spassi ogét a corispond un pian π'_F ant lë spassi imàgin, che a ven ciamà " ***scond pian focal*** " dël sistema. A l'istessa manera, al pian a l'anfinì ant lë spàssi imàgin a corispond un pian π_F ant lë spassi ogét, che a ven dit " ***prim pian focal*** " dël sistema.

Sti pian focaj a podrìo esse nen pròpri, ma se i-j consideroma coma pian pròpri, as peul vëdde sùbit che le doe righe drite a l'anfinì dë sti doi pian as corispondo. La reta intersession dël pian π_F con ël pian a l'anfinì dlë spassi ogét , an efét, a corispond a la reta intersession dël pian π'_F con ël pian a l'anfinì dlë spassi imàgin, e sòn a veul dì che pian paraléj ant lë spassi ogét a corispondo a pian paraléj ant lë spassi imàgin.

Se i consideroma un sistema diòtrich sentrà fàit da surfasse arfrangente, dàita la simetrìa assial dël sistema, i podoma dì che ij doi fass ampròpri 'd pian paraléj ai pian focaj ant ij doi spassi, a son paraléj fra 'd lor e ortogonaj a l'ass ëd simetrìa.

L'ass ëd simetrìa, peui, a taja an manera ortogonal tute le surfasse dij diòtr, e donca, coma ragg incident, a l'ha coma omòlogh chièl midem. Donca ai pont ëd l'ass a corispondo 'ncora pont ëd l'ass, che a ven ciamà "***ass òtich dël sistema*** ".

Sta simetrìa assial an përmëtt ëd fé tute nòstre considerassion an 's un pian qualonque che a conten-a l'ass òtich.

Is arferima a figura 3, e i comensoma a consideré, ant lë spassi ogét, ël fass ëd ragg paraléj a l'ass òtich. Sti ragg a l'han coma omòlogh, ragg che a concoro tuti ant ël pont *F'* dl'ass òtich, ciamà scond feu dël sistema e che a venta ch'a aparten-a a lë scond pian focal. A l'stéssa manera se i consideroma ij ragg paraléj a l'ass ant lë spassi imagin i rivoma a la definission dël prim feu *F*, che a sarà un pont dël prim pian focal.

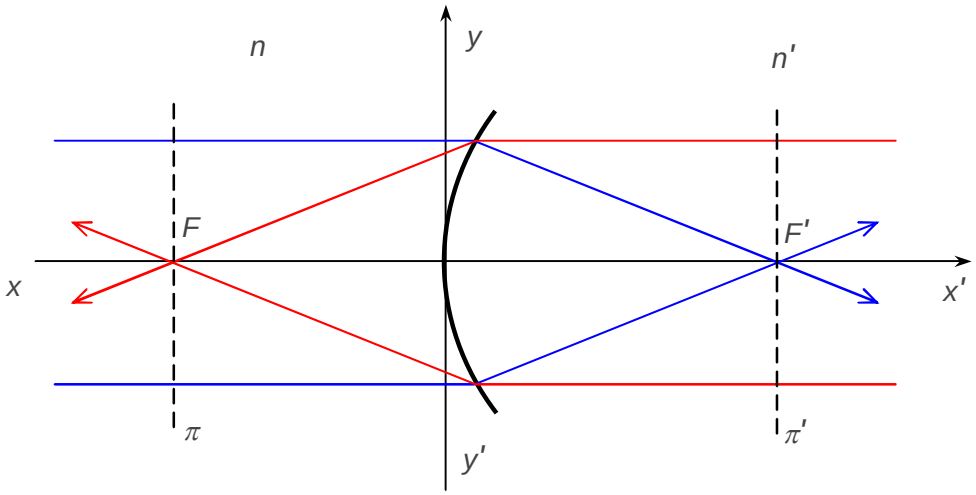

Figura 3 - Ragg e pont coniugà

La projetività fra spassi-ogét e spassi-imàgin a produv, su righe drite omòloghe, na corispondensa projetiva fra rete pontegià. An particolar i notoma che l'ass òtich a l'é na riga drita auto-coniugà e che donca a esist na projetività fra rete pontegià sovrapòste, che a l'ha ij feu coma pont lìmit, ant ël sens che cand un pont an 's na pontegià a và vers l'anfinì, sò corispondent ant la projetività as avzin-a al feu, andova a riva al lìmit.

Se, antlora, i consideroma ij pont ogét *A* e *B* e i ciamoma x_A e x_B soa distansa dal feu *F*, sti pont a l'avran A' e B' coma imàgin corispondente, che a saran, ant l'órdin, a le distanse x_A' e x_B' dal feu *F'*. Ant na projetività fra righe drite pontegià i l'oma che 'l prodòt dle distanse dai pont lìmit ëd doi pont coniugà a l'é na costant, e donca i l'avroma che :

$$x_A \cdot x'_A = x_B \cdot x'_B = k$$

com i l'avìo già vist prima.

A-i é na diferensa fra le righe drite an sens projetiv e ij ragg luminos. Costi ùltim, an efét, a l'han un vers dont a venta ten-e cont, e donca a sarìo pitòst righe drite orientà. Ant l'òtica ij doi vers ëd na riga drita a son diferent da na mira fìsica, e donca un sistema òtich a stabiliss doe corispondense projetive diferente. As peul oten-e un-a dle doe an stabilend ël vers su ognidun-a dle rete e ant ij sistema sentrà sto vers a peul esse arferì an vers stabilì an 's l'ass òtich. Se as anvert ël sens ëd tuti ij ragg as oten l'àutra projetività.

Ant ij sistema sentrà ch'i consideroma sì i l'oma già vist che ij pian normaj a l'ass (ciamà "*pian ëd front* ") ant lë spassi-ogét a l'han coma corispondent ant lë spassi imàgin ëd pian che a son ancora normaj a l'ass. Le rete a l'anfinì ëd costi pian a coincido con cola dij pian focaj e i podoma dì che le rete a l'anfinì ëd doi pian ëd front as corispondo. Sòn a veul dì, an geometrìa projetiva, che fra rete e pont ëd doi pian ëd front la corispondensa a l'é n'afinità, e a rason dla simetrìa antorna a l'ass st'afinità a dventa na similitùdin.

Doe figure omòloghe su doi pian ëd front coniugà (l'ogét e soa imàgin) a son donca sìmij fra 'd lor. Fra le doe a-ié un rapòrt ëd similitùdin che, an tratand ël segn con convension ch'as conven-o, a ven ciaà "***ingrandiment linear*** " relativ a la cobia 'd pian considerà.

A la fin i osservoma che le rete e ij pont che a son contnù an 's un pian ch'a passa për l'ass òtich a l'ha coma coniugà rete e pont an sl'istéss pian. Un pian parèj a l'é dit "***unì*** ".

Ij métod për costruve j'imàgin

I suponoma che nòstr sistema òtich, sentrà e compléss com as veul, a sia comprèis ant na nivola sentrà an 's l'ass òtich e i suponoma che sto sistema a sia formà da un nùmer qualonque 'd surfasse arfrangente.

I suponoma peui d'esse sempe ant le condission che an përmëtto 'd dovré la teorìa 'd Gauss, vis-a-dì che ij ragg a son para-assiaj con àngoj α rispét a l'ass òtich taj che $\alpha = sen\ \alpha = tg\ \alpha$, e nen tròp lontan da l'ass òtich midem. Për ël moment i consideroma n coma ìndes d'arfrassion dlë spassi ogét e n' l'ìndes d'arfrassion dle spassi imàgin.

I vardoma antlora figura 4 e i comensoma a consideré, ant lë spassi ogét, un ragg incident AM paralél a l'ass òtich.

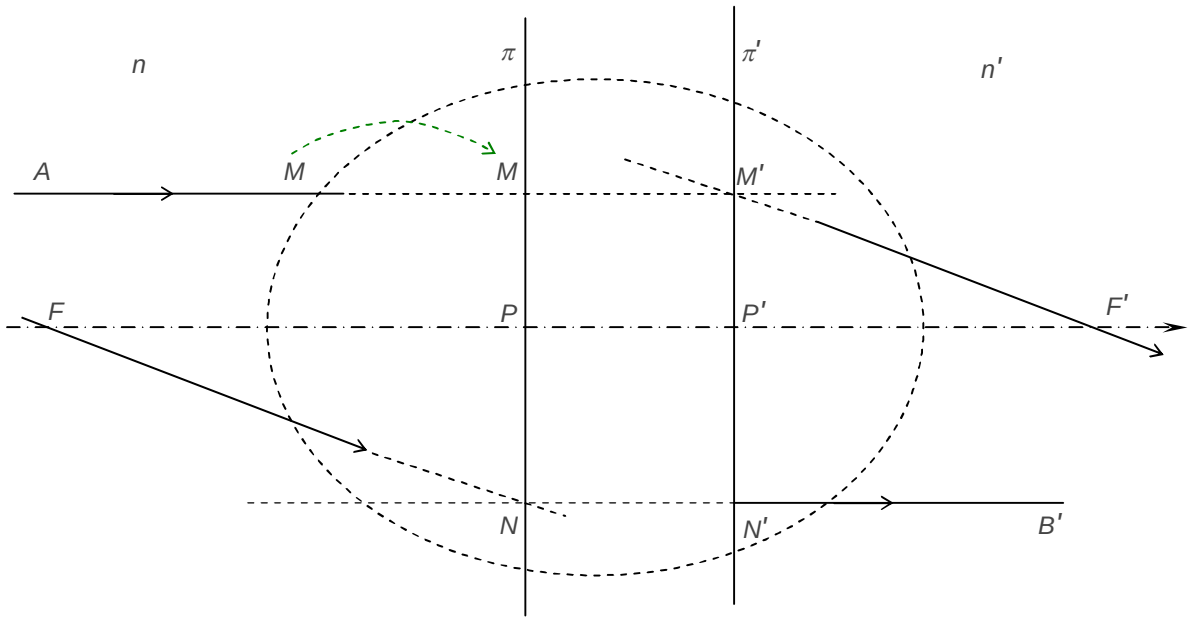

Figura 4 - Ragg omòlogh

Sto ragg a ven devià dal sistema, e a l'ha coma ragg omòlogh ant lë spassi imàgin, un ragg emergent anclinà e che donca a taja l'ass òtich ant un pont *F'* che i ciamoma "*scond feu*" dël sistema. Sto ragg (ò sò prolungament) a 'ncontra 'dcò la riga drita ch'a conten ël ragg *AM* ant un pont *M'*. Da sto pont i foma passé 'l pian π' normal a l'ass òtich.

Adéss i consideroma n'àutr ragg che i pijoma coma emergent ant lë spassi imàgin, sempe paralél a l'ass òtich e i lo ciamoma *N'B'*, pijand *N'* an sël pian π'. Un ragg che a seurta dal sistema, ant lë spassi imàgin, paralél a l'ass òtich, a venta ch'a l'àbia, com i l'oma vist, un ragg omòlogh incident *FN*, ant lë spassi ogét, che a passa për ël "*prim feu*" *F* an sl'ass òtich.

Sto ragg incident *FN* a sarà anclinà rispét a l'ass òtich, e donca a crosia 'dcò la riga drita che a conten ël ragg *N'B'*. I ciamoma *N* sto pont ëd crosiera (i spostoma lì ël pont che an servìa a indiché 'l ragg). Da sto pont *N* i consideroma 'l pian π normal a l'ass òtich. Ij pian π e π' a son pian ëd front (normaj a l'ass òtich) e a son dit "***pian prinsipaj*** " Ij doi pont *P* e *P'* andova l'ass òtich a crosia ij pian prinsipaj a son ciamà "***pont prinsipaj*** ".

Da na mira òtica i podoma consideré sti pian coma ij confin ëd nòstr sistema, vis-a-dì ij pian che a comprendo lë spassi andova a càpito le deviassion dij ragg.

Për com i l'oma definì costi pian π e π' a l'é imedià conclude che, se i tiroma na paralela qualonque a l'ass òtich, costa a andivìdoa su sti pian doi pont che a son omòlogh. Donca an nòstra figura *M* a l'é omòlogh ëd *M'* e *N* a l'é omòlogh ëd *N'*.

An costa manera i podoma dì che fra lë spassi ogét a snistra dël pian π e lë spassi imàgin a drita dël pian π' a esist na projetività an sl'ass, dal moment che, an pràtica, i l'oma trovà tre cobie 'd pont omòlogh.

Costrussion dl'imàgin

A sta mira i podoma stabilì na manera general për costruve l'imàgin ëd n'ogét che as treuva an s'un pian ëd front ant lë spassi ogét, e che për adéss i schematisoma con na flecia normal al pian òtich (i arcordoma che la longhëssa dla flecia a l'é considerà cita, për sté ant l'aprossimassion ëd Gauss). I vardoma figura 5, andova i foma la costrussion dl'imàgin dël pont *A*.

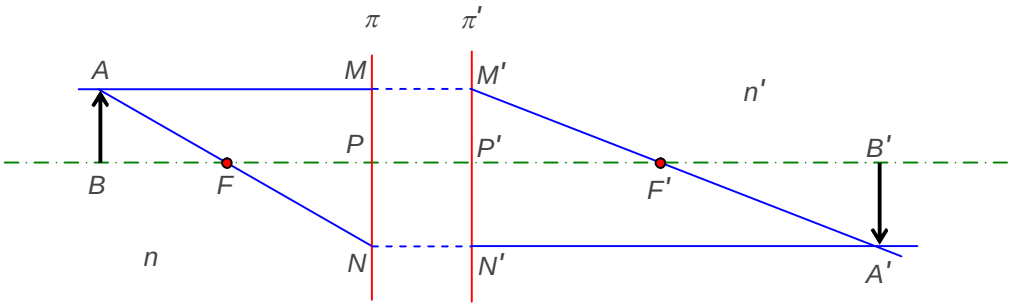

Figura 5 - Costrussion dl'imàgin

As pijo doi ragg che a seurto da A ant lë spassi ogét e as vëdd andova a van a concore ij ragg omòlogh ant lë spassi imàgin. I savoma traté an manera bin fàcil ij ragg paraléj a l'ass òtich e coj ch'a passo për ël feu F, e donca i consideroma sti doi ragg ch'a seurto da A. I l'oma 'l ragg AM paralél a l'ass òtich, che a riva al pian π giusta an *M*. L'omòlogh dël pont *M* , an sël pian π', a l'é *M'*, che as oten giusta prolongand ël segment *AM*. Dal pont *M'* i tiroma 'l ragg ch'a passa da *F'* e i l'oma *M'F'A'* omòlogh dël ragg *AM*.

Peui i pijoma 'l ragg che da *A* a passa për ël feu *F* e a riva an sël pian π ant ël pont *N*. Sto pont a l'ha l'omòlogh *N'* an sël pian π', che as oten giusta tirand la paralela a l'ass òtich ch'a passa për *N*. Ël ragg emergent *N'F'A'* ch'a seurt da *N'*, omòlogh dël ragg *AFN* ch'a passa për ël prim feu *F*, a sarà paralél a l'ass òtich, e a và a crosié 'l ragg emergent *M'F'A'* giusta ant ël pont *A'*, che donca a l'é, ant lë spassi imàgin, l'imàgin real dël pont ogét *A*.

Se i voroma trové 'l pont omòlogh dël pont *B* i dovroma le corispondense an 's l'ass òtich ch'i l'oma vist prima. I podoma 'dcò trovélo coma lìmit dël pont *A* cand la flecia ch'a arpresenta nòstr ogét a tend a zero. A l'é ciàir che ant j'ipòtesi ch'i l'oma fàit, se un pian ëd front a conten l'ogét *AB*, n'àutr pian ëd front corispondent a contnirà l'imàgin *A'B'*.

Posission dl'imàgin e angrandiment trasversal

I vardoma adéss le fòrmule ch'a servo a stabilì la posission dl'imàgin an fonsion dla posission dl'ogét e dle caraterìstiche dël sistema òtich, vis-a-dì dla posission dij feu e dij pont prinsipaj.

Për sto but a conven consideré doi sistema cartesian definì, ant l'órdin, ant lë spassi (ant ël pian, an nòstra arpresentassion) ogét, che i disoma *xy*, e ant lë spassi (ant ël pian, an nòstra arpresentassion) imàgin, che i disoma *x'y'*. Is arferima a figura 6. I arcordoma che për adéss i continuoma a supon-e doi ìndes d'arfrassion për lë spassi ogét e lë spassi imàgin che a peulo esse diferent (contut che i l'àbio nen dovràje ant lòn ch'i l'oma dit).

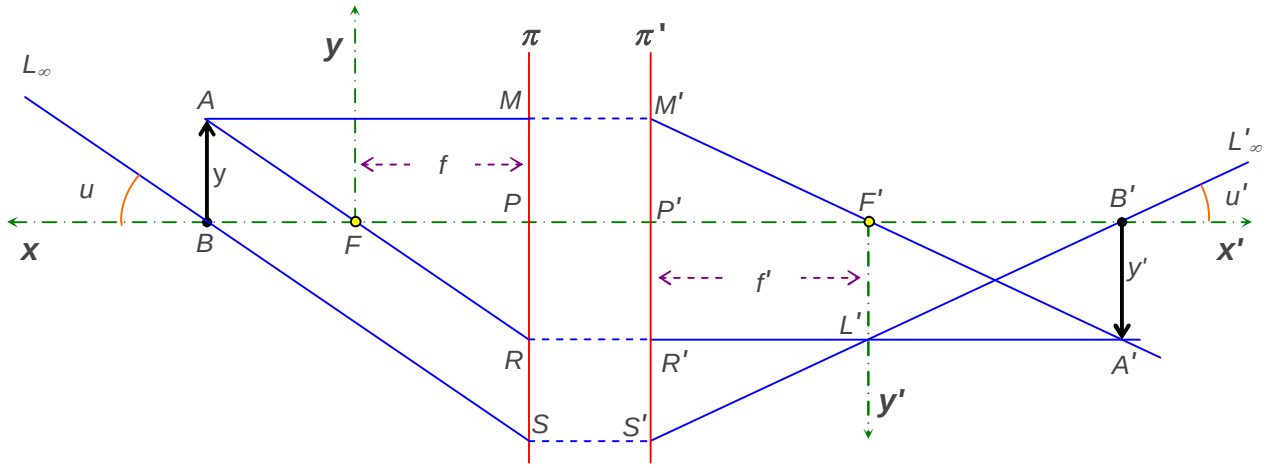

Figura 6 - Distanse e àngoj

I butoma l'orìgin dël prim sistema ant ël prim feu F, con l'ass *x* ant la diression dl'ass òtich e vers contrari a col dla propagassion dla lus e con l'ass *y* normal a l'ass òtich e voltà vers l'àut (për passé da l'ass *x* a l'ass *y* a-i và na rotassion anti-oraria ëd $\pi / 2$). Lë scond sistema i lo pijoma con l'orìgin ant lë scond feu *F'*, l'ass *x'* an sl'ass òtich e vers concòrd con la propagassion dla lus, mentre l'ass *y'* a l'é normal a l'ass òtich e voltà vers ël bass (për passé da l'ass *x'* a l'ass *y'* a-i và na rotassion oraria ëd $\pi / 2$).

As diso distanse focaj f e f' le distanse dij pian prinsipaj dai relativ feu, contà coma positive, ant l'órdin, ant ël vers dle x e dle x'.

An figura, 'l segment *A'B'* a l'é l'imàgin dël segment *AB*, cosutuìa com i l'oma vist prima. La longhëssa dël segment *AB* a l'é indicà con *y* e cola dël segment *A'B'* a l'é indicà con *y'*. Ël valor

$G_t = \frac{y'}{y}$ a l'é dit "***angrandiment linear trasversal*** ", con y e y' che a l'han ël segn ch'a ven da le convension ch'i l'oma fàit.

St'angrandiment a l'é relativ a la cobia 'd pian ëd front ch'a passa për A e A'. L'agetiv "*trasversal* " as arferiss a la diression normal a l'ass òtich. Ij pian prinsipaj a son na cobia 'd pian ëd front omòlogh, che a l'ha angrandiment $G_t = -1$, dal moment che y e y' a sarìo istéss, tuti doi con l'istéss vers an sù opura an giù, e donca con segn contrari ant ij rëspetiv sistema d'arferiment. An general ël rapòrt G_t a coincid con ël rapòrt ëd similitùdin dij doi pian.

Se, an figura, i vardoma ij doi triàngoj *AFB* e *RFP*, i vëddoma sùbit che a son sìmij, dal moment che a l'han ij tre àngoj uguaj. Da sì a ven che:

$$\frac{y'}{y} = \frac{f}{x} \quad \text{andova } x \text{ a l'é la coordinà 'd } B$$

e për costrussion i l'oma che $PR = y'$.

L'istessa còsa as peul dì për ij triàngoj A'F'B' e M'F'P', da 'ndova as arcava che :

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{f'} \quad \text{andova } x' \text{ a l'é la coordinà 'd } B'$$

Se i andoma a sostituì ant l'espression ëd G_t i trovoma la relassion: $G_t = \frac{f}{x} = \frac{x'}{f'}$ e da sì, moltiplicand për x e për f', i otnoma che :

$$f\ f' = x\,x'$$

e costa a l'é la relassion ëd Newton, che a dis che doi pont omòlogh an sl'ass òtich a l'han ël prodòt ëd soe distanse dai feu che a l'é costant e a l'é ugual al prodòt dle doe distanse focaj (distanse dij feu dai doi pian prinsipaj).

Se adéss i dovroma l'espression ëd G_t për arcavé x' e peui i diferensioma rispét a x, i trovoma :

$$x' = \frac{f\ f'}{x} \quad ; \quad \frac{dx'}{dx} = -\frac{f\ f'}{x^2} \quad \text{ma} \quad G_t^2 = \frac{f^2}{x^2} \quad \text{e donca} \quad \frac{dx'}{dx} = -G_t^2\,\frac{f'}{f}$$

Sòn a esprim la variassion ëd x' rispét a na variassion ëd x. As trata donca d'angrandiment d'un segment anfinitésim butà arlongh l'ass òtich.

A l'é donca ciàir che la similitùdin che a esist për figure omòloghe su doi pian ëd front corispondent, con rapòrt G_t , a esist nen anvece për segment paraléj a l'ass òtich, gnanca për segment anfinitésim. I ciamoma 'l rapòrt $\frac{dx'}{dx}$ "*angrandiment longitudinal* " e i disoma che cost a l'é anlià al quadrà dl'angrandiment trasversal.

Angrandiment angolar

A-i son vàire cas andova l'angrandiment trasversal a l'é nen vàire significativ, e an costi cas a anteressa 'd pì ël rapòrt fra l'àngol che a fan fra 'd lor doi ragg emergent, rispét a l'àngol che a fan ij doi ragg omòlogh incident.

I pijoma che un dij ragg a sia an sl'ass òtich e che donca a passa nen devià dal sistema. I consideroma peui, sempe arferendse a figura 6, ël ragg incident $L_\infty BS$, andova L_∞ a arpresenta na diression, e donca un pont a l'anfinì. I consideroma donca l'àngol u che sto ragg a forma con l'ass òtich, e l'àngol u' che 'l ragg emergent omòlogh $S'B'L'_\infty$ a forma sempe con l'ass òtich. Sto ragg a l'é omòlogh ëd SB dal moment che a passa për ij pont S' e B' che a son omòlogh ëd S e B.

As definiss coma "angrandiment angolar ", ò rapòrt ëd convergensa G_ω, ël rapòrt :

$$G_\omega = \frac{tg\, u'}{tg\, u}$$

Për convension as pija coma vers positiv për u col che a parte da l'ass òtich, orientà coma x, a và an sens orari, mentre coma vers positiv për u' as pija col che a parte da l'ass òtich, orientà coma x', a và an sens anti-orari. I notoma che l'istéss dëscors a peul esse fàit pijand coma àngol u col fàit da doi ragg che a seurto da A, e për àngol u' col fàit da ij doi ragg omòlogh corispondent che a seurto da A'.

Dàita 'ntlora na diression L_∞, che sì i ciamoma pont L_∞, i vardoma 'l ragg che a passa për ël pont B con l'istéssa diression, vis-a-dì $L_\infty\, BS$. Ël pont S an sël prim pian prinsipal, a l'ha com omòlogh S' an slë scond pian prinsipal, mentre i l'oma già vist che B' a l'é l'omòlogh ëd B. Donca 'l ragg $S'B'$ a l'é l'omòlogh dël ragg $L_\infty\, BS$.

Për consideré n'àutr ragg che a seurta dal pont L_∞ , a basta consideré un ragg qualonque paralél a $L_\infty\, BS$, e noi i consideroma 'l ragg paralél ch'a passa për ël feu F, vis-a-dì 'l ragg $L_\infty\, FR$. Se i vardoma 'l triàngol FPR i podoma scrive :

$$y' = f\, tg\, u$$

andova y' a l'é la quòta dël ragg $R'A'$ ch'a seurt dal pian π'.

Ël ragg paralél ch'a passa për ël prim feu F, vis-a-dì $L_\infty\, AFR$, a l'ha coma ragg omòlogh ël ragg paralél a l'ass òtich $R'L'A'$, andova L' a l'é 'l pont ëd crosiera con ël ragg $S'B'$ e donca a l'é l'imàgin dël pont L_∞. Ant la projetività che a riva da l'aprossimassion ëd Gauss, l'imàgin d'un pont a l'anfinì as forma an slë scond pian focal, e donca 'l segment $L'F'$ a l'é normal a l'ass òtich.

I consideroma antlora 'l paralelograma $F'B'A'L'$ e i podoma vëdde che la riga drita $M'F'A'$ a forma con l'ass òtich l'istéss àngol u' che la reta $S'B'$ a forma con l'istéss ass. Da la considerassion dël triàngol $F'M'P'$ i arcavoma che :

$$y = f'\, tg\, u'$$

I dividoma member a member ste doe ùltime espression e i otnoma :

$$\frac{y'}{y} = \frac{f\, tg\, u}{f'\, tg\, u'} \quad \text{donca} \quad y'\, f'\, tg\, u' = y\, f\, tg\, u$$

Costa a l'é la lej ëd Lagrange, che an garantiss l'ortoscopìa dl'imàgin con:

$$\frac{y}{y'} = \frac{f'}{f} \cdot \frac{tg\, u'}{tg\, u} = \text{cost}$$

e da sì, con sempi passagi algébrich, i otnoma :

$$G_t \cdot G_\omega = \frac{f}{f'} \quad \text{e 'dcò} \quad G_\omega = \frac{f}{x'} = \frac{x}{f'}$$

I podoma supon-e che la variàbil x a peussa pijé tuti ij valor da $-\infty$ a $+\infty$, e che donca G_ω a peussa 'dcò chièl pijé tuti ij valor reaj. An particolar a esist na cobia 'd pian omòlogh che a supon-o che $G_\omega = -1$ e che donca $tg\ u' = tg\ u$, vis-a-dì che $u' = u$. Sti pian as ës-ciamo "pian nodaj " e ij pont che costi a l'han an comun con l'ass òtich as diso "pont nodaj ", ò pont ëd neu, e a son indicà con N e N'. I l'oma arpresentàje an figura 7, andova as ilùstra 'l concét general con ij pian nodaj ant na posission qualonque.

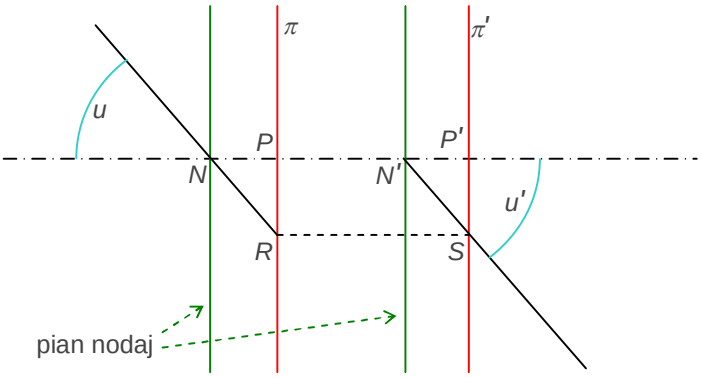

Figura 7 - Pont e pian nodaj

Ma se $G_\omega = -1$ antlora $\frac{x}{f'} = -1$ e donca $x = -f'$. Se i vardoma la figura i podoma deduve che $NP = N'P'$, e sòn dal paralelograma $NN'SR$.

Ij pont nodaj a l'han donca la caraterìstica che un fagg incident ch'a passa për N a l'avrà com omòlogh un ragg emergent ch'a passa për N' e con l'istessa anclinassion an sl'ass òtich ch'a l'ha 'l ragg incident.

Sovens as preferiss dovré, anvece dle coordinà x e x', le distanse dij pian ëd front dai rispetiv pian prinsipaj, distanse indicà con p e p'. A valo donca le relassion :

$$x = p - f \quad \text{e} \quad x' = p' - f'$$

I podoma sostituì coste espression ant la relassion ëd Newton $f\ f' = x\,x'$ e i otnoma :

$$(p - f)(p' - f') = f\ f' \quad \text{donca}$$

$$p\,p' - p\,f' - f\,p' + f\ f' = f\ f' \quad \text{vis - a - dì}$$

$$p\,p' - p\,f' - f\,p' = 0 \quad \text{i dividoma} \quad \text{për} \quad p\,p'$$

$$1 - \frac{f'}{p'} - \frac{f}{p} = 0 \quad \text{e da sì i arcavoma}$$

$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1$$

I l'oma già vist che për un diòtr ësférich qualonque sentrà an dl'ass a val la relassion $\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$ con, al sòlit, n e n' che a son j'ìndes d'arfrassion dij doi mojen anans e daré al diòtr. St'espression, com a peul esse dimostrà, a val ëdcò për un sistema comunque complicà, pijand për f e f' e për n e n', ant l'órdin, ij feu prim e ùltim e j'ìndes d'arfrassion prim e ùltim. La dimostrassion

as oten giusta për sostitussion considerand che, se i l'oma m diòtr, për ël diòtr i a val la relassion $\frac{f_i}{f_{1+1}} = \frac{n_i}{n_{i+1}}$.

A sta mira, se i consideroma che un sistema òtich, ëd sòlit, a l'ha d'ària anans e daré e che donca i l'oma che $n = n'$, antlora i l'oma 'dcò che $f = f'$. Sòn an dis che an coste condission a val la relassion :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1 \quad \text{equassion dij pont coniugà}$$

e, an sto cas, ij pian nodaj o coincido con ij pian prinsipaj.

Formassion dl'imàgin për na lent sutila

Da com i l'oma definì le lent sutile, a l'é ciàir che, ant l'ària, për lor ij doi pian prinsipaj a coincido, parèj com ij pian nodaj, ij pont prinsipaj e ij pont nodaj.

Ogét reaj

I comensoma a vardé 'l cas arpresentà an figura 8.

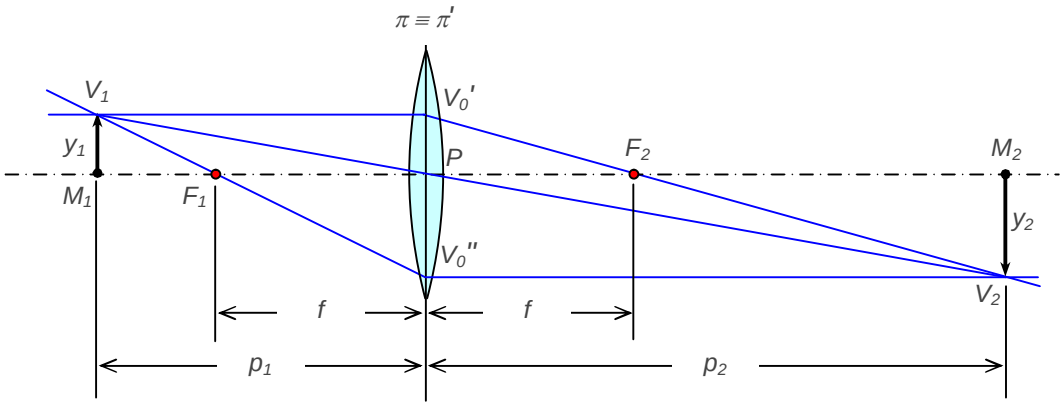

Figura 8 - Imàgin për na lent sutila

La costrussion dl'imàgin dl'ogét V_1 a l'é imedià. Ël ragg che a seurt da V_1 paralél a l'ass òtich, rivà an sël pian π, a continua passand për ël feu F_2. Ël ragg che a seurt da V_1 e che a passa dal feu F1, rivà an sël pian π, a continua paralél a l'ass òtich. Ël ragg che a seurt da V_1 e che a passa dal pont $P_1 \equiv P_2 \equiv P \equiv N_1 \equiv N_2$, pont che a ven ciamà "***senter dël sistema òtich*** ", a contìnua nen devià. Sti ragg a concoro ant ël pont V_2 che a sarà l'imàgin ëd V_1.

L'angrandiment linear trasversal G_t a sarà dàit, com al sòlit, da $G_t = \frac{y_2}{y_1}$. I podoma esprime sto raport an fonsion ëd p_1 , p_2 , f , e për fé sòn i vardoma ij triàngoj $F_2PV'_0$ e $F_2M_2V_2$, che a son sìmij (istessi àngoj) e che donca a l'han ij lat an proporsion fra 'd lor :

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{p_2 - f}{f}$$

mentre che, për l'istéssa rason, dai triàngoj $F_1M_1V_1$ e $F_1PV''_0$ as arcava che :

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{f}{p_1 - f}$$

e donca i l'oma:

$$G_t = \frac{y_2}{y_1} = \frac{p_2 - f}{f} = \frac{f}{p_1 - f}$$

Cost a l'é 'l cas dla lent convergenta con l'ogét che as treuva prima dël prim feu. L'imàgin a l'é formà da ragg che a rivo da pont ëd l'ogét e che a concoro, ant lë spassi imàgin ant un pont. As trata donca 'd n'imàgin real che as forma an sël pian ëd front coniugà al pian ëd front dl'ogét.

An figura 9 i l'oma arpresentà na lent conca, che a peussa sempe esse considerà coma na lent sutila, e donca con $\pi \equiv \pi'$.

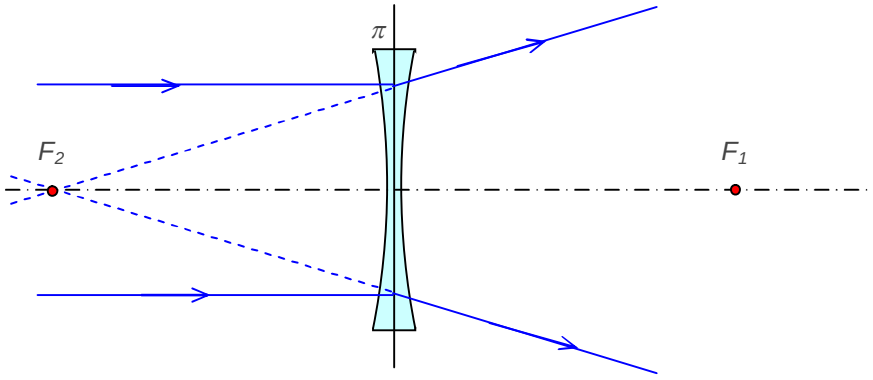

Figura 9 - Lent conca

Për trové 'l feu F_2 ëd costa lent i dovoma sempe vardé andova a van a converge ij ragg paraléj a l'ass òtich che a rivo da lë spassi ogét a snistra dla lent midema.

I trovoma sùbit che sti ragg emergent da la lent ant lë spassi imàgin, a van nen, coma ragg reaj, a concore ant un pont dal moment che a divergio spatarand-se ant un còno. A concoro anvece ant un pont dl'ass òtich, cò dël còno, ij sò prolongament. Sto pont ëd convergensa a l'é 'l feu F_2.

An efét, contut che an F_2 a-i sia nen convergensa 'd ragg luminos, n'osservator che a staga ant lë spassi imàgin a vëdd dabon ël pont F_2, përchè ij ragg a rivo a chièl pròpi coma se a fusso emëttù dal pont F_2. Për sòn l'imàgin a l'é dita "***virtual*** ".

Ël prim feu F1 a peul esse trovà a l'istessa manera pensand dë scambié fra 'd lor lë spassi ogét e lë spassi imàgin. I notoma che la posission dij feu a l'é scambià rispét a cola dla lent convergent.

La formassion dl'imàgin as oten ancora coma prima, e për sòn si arferima a figura 10.

I consideroma 'l ragg che dal pont ogét A a và vers la lent paralél a l'ass òtich e 'l ragg che a passa për ël senter òtich dla lent, e donca nen devià. I trovoma 'il pont ëd crosiera dë sto ragg con ël prolungament dël ragg ch'i l'oma considerà prima. Sto pont ëd crosiera a l'é A', imàgin dël pont A. Com as peul noté l'imàgin a casca ant lë spassi ogét. N'osservator che as treuva ant lë spassi imàgin e ch'a goarda la lent, a vëdd, an efét, ël pont *A* an posission *A'*, përchè a vëdd ij ragg emergent da la lent pròpi com a seurtèisso dal pont *A'*. Con costa lent l'imàgin a l'é sempe virtual.

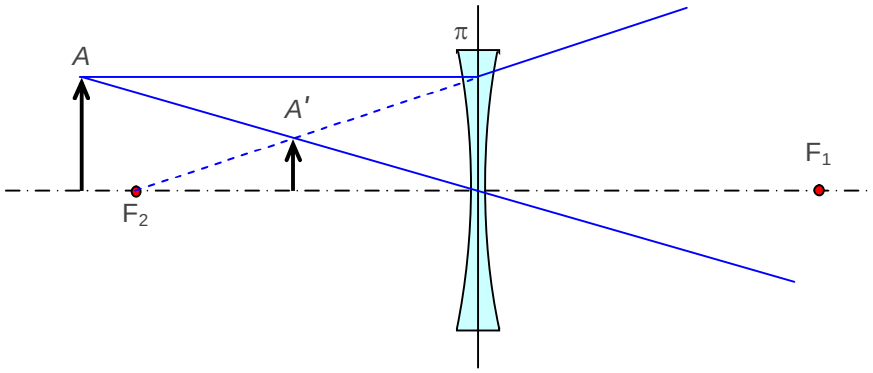

Figura 10 - Imàgin dàita da na lent conca

I arpijoma adéss ëd discors an sla lent convessa e i vardoma vàire cas. I comensoma dal cas arpresentà an figura 11. Prima i l'oma vist còs a càpita cand l'ogét as treuva prima dël prim feu, adéss i vardoma còs a càpita se l'ogét a l'é an sël prim pian focal.

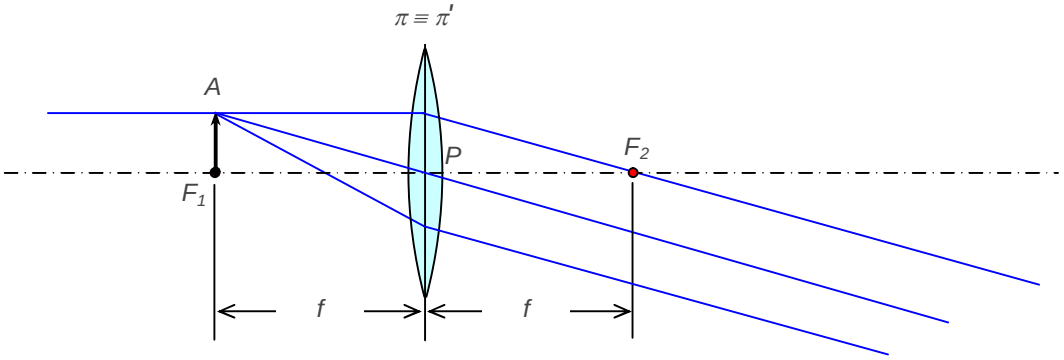

Figura 11 - Ogét an sël pian focal ëd na lent convessa

Se l'imàgin a l'é giusta un pont *A*, ij ragg ch'a seurto da *A* e a rivo a la lent a son devià tuti paraléj, e donca a l'avran la diression dla riga drita che a uniss *A* al senter òtich dla lent e che a l'é 'l ragg nen devià. Ël pont omòlogh ëd A a l'é 'l pont a l'anfinì che a corispond a costa diression. I podoma dì che l'imàgin as forma a l'anfinì.

Se l'imàgin a l'é la flécia dël disegn, òghi pont dla flecia a forma soa imàgin ant ël pont a l'anfinì che a corispond a la diression che da chièl a và al senter òtich, fin-a al pont *B*, che a forma soa imàgin ant la diression dl'ass òtich.

I vardoma 'ncora 'l cas dl'ogét che as treuva fra 'l prim feu F_1 e la lent, parèj com i l'oma arpresentàlo an figura 12.

La lent midema a riva nen a fé converge ij ragg che a seurto dai pont dl'ogét, mentre a convergio ij proplongament ëd costi ragg. L'imàgin, com as vëdd an figura, a l'é donca virtual. L'angrandiment trasversal linear G_t a l'é dàit da : $G_t = \frac{-y_2}{y_1} = \frac{-p_2}{p_1}$, com as peul sùbit arcavé dai doi triàngoj sìmij *ABP* e *A'B'P*.

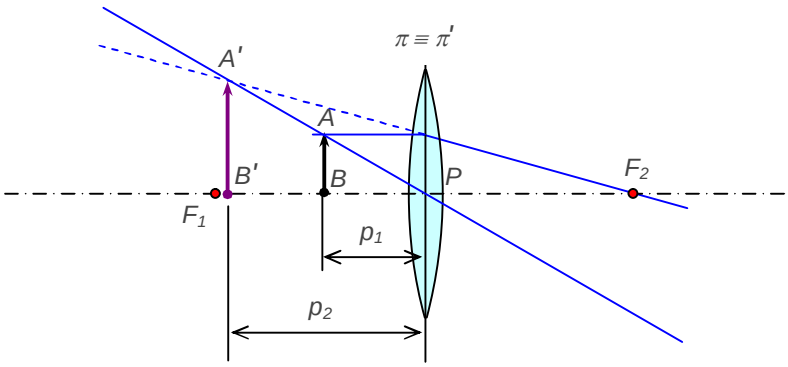

Figura 12 - Ogét fra feu e lent (lent convessa)

Ogét virtuaj

A-i son almanch doi cas andova i podoma consideré d'ogét virtuaj. Un a l'é com ël cas ch'i l'oma vist prima, andova però i suponoma che na sconda lent a cheuja ij ragg che a seurto da la prima lent. Is arferima a figura 13.

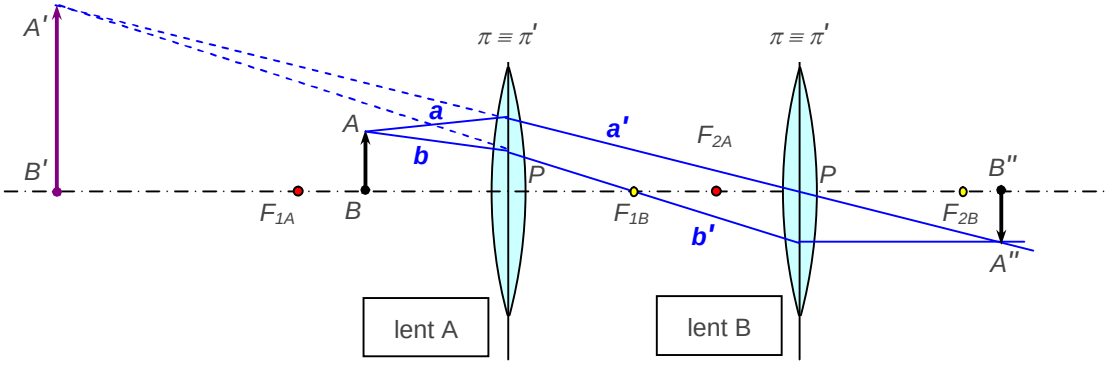

Figura 13 - Prim tipo d'ogét virtual

An figura, ij ragg ***a'*** e ***b'***, che a son le deviassion dij ragg ***a*** e ***b*** ch'a seurto da l'ogét fìsich, as compòrto, com i l'oma vist, coma doi ragg che a seuro dal pont virtual *A'* , e, an particolar, a son coj che a passo, ant l'órdin, për ël senter dla lent *B* e che donca a l'é nen devià, e për ël prim feu F_{1B} dla lent *B* e che donca a seurt paralél a l'ass òtich. Sti doi ragg, emergend da la lent *B*, as crosio ant ël pont *A''*, che donca a l'é l'imàgin real dl'ogét virtual *A'*.

N'àutra possibilità d'avèj n'ogét virtual a l'é cola d'avèj un sistema òtich dont ij ragg emergent a concoro vers n'imàgin real, ma prima 'd rivé a forméla a son intercetà da n'àutra lent. I podoma pensé che l'ogét ëd cost'ùltima lent a sia col'imàgin real che an efét as forma nen, e che i podoma ciamé "*ogét virtual* ", che a ven a trovésse ant lë spassi imàgin dl'ùltima lent. Is arferima a figura 14.

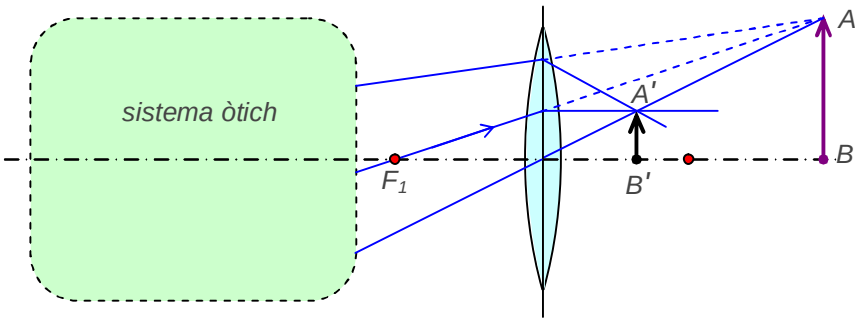

Figura 14 - Scond tipo d'ogét virtual

Ëdcò ant ël cas ëd figura l'imàgin che as forma a l'é n'imàgin real.

Convergensa 'd na lent

As dis "convergensa " opura "potensa " ëd na lent, l'invers ëd soa distansa focal. Se la distansa focal a l'é dàita an méter, la potensa a l'é an "***diotrìe*** " *D*. Parèj, na lent con distansa focal d'un meter a l'avrà la potensa ëd na diotrìa. Donca : $D = \frac{1}{f}$

I l'oma vist che a val l'equassion dij pont coniugà : $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$. Se antlora i butoma che $P_1 = \frac{1}{p}$; $P_2 = \frac{1}{p'}$; $F = \frac{1}{f}$, i podoma scrive che:

$$P_1 + P_2 = F$$

Is arferima antlora a figura 14, andoca i suponoma che 'l segment *AB* a l'àbia longhëssa unitària :

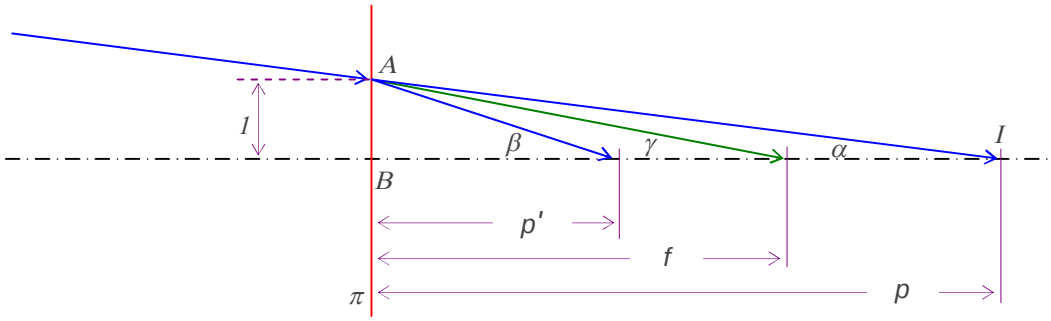

Figura 15 - Relassion fra posission e àngoj

Se i suponoma ch'a vala l'aprossimassion ëd Gauss, i l'avroma che $P_1 = \frac{1}{p} = \quad tg\,\alpha = \alpha$, e a l'istessa manera $P_2 = \beta$ e $F = \gamma$.

An figura i l'oma che p a l'é negativ, e donca la relassion ch'i podoma sctive a l'é $\beta = \alpha + \gamma$. An costa manera i l'oma che l'invers dla distansa focal γ a arpresenta l'àngol che un ragg a ven fàit viré traversand la lent. An efét ël ragg incident a forma l'àngol α con l'ass òtich, a vira ëd γ e a emergg con àngol β.

Ogét tridimensionaj

Për n'ogét ch'a l'àbia un volum, i podoma nen dovré le considerassion ch'i l'oma fàit fin-a sì. Com esempi i podoma vardé còs a càpita a n'ogét arpresentà da na flecia orisontal an sl'ass òtich, com i l'oma mostrà an figura 16.

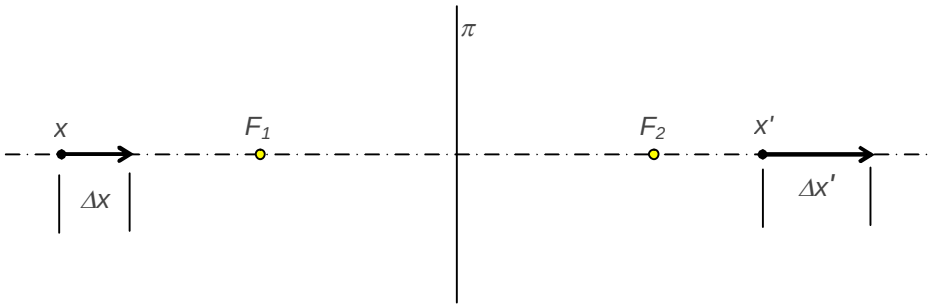

Figura 16 - Angrandiment longitudinal anfinitésim

I l'oma già parlà ëd sòn prima, cand i l'oma trovà la relassion ëd Newton. Sì i arpijoma e i completoma 'l discors ampréssa.

Da l'equassion ëd Newton a arzulta che, cand le doe distanse focaj a son istésse (istéss ìndes d'arfrassion për ël prim e l'ùltim mojen):

$$x' = \frac{f^2}{x}$$

Se i diferensioma costa equassion i otnoma:

$$dx' = -\frac{f^2}{x^2}\,dx$$

e se i consideroma nòstra flecia coma n'increment finì dla x i podoma scrive, an manera aprossimà:

$$\Delta x' = -\frac{f^2}{x^2}\,\Delta x$$

An costa espression i podoma sostituì un-a 'd cole dl'angrandiment trasversal $G_t = \frac{f}{x}$ e i otnoma che :

$$\Delta x' = -G_t^2\,\Delta x$$

I definima, coma natural, "***angrandiment linear longitudinal G_l***" ël rapòrt $G_l = \frac{\Delta x'}{\Delta x}$ e così i otnoma che $G_l = -G_t^2$. Sòn a dis che, gavà 'l cas ëd $G_t = \pm 1$, an sl'ass x as manten nen la proporsionalità.

As nòta peui che G_t^2 a l'é sempe positiv, e donca Dx e Dx' a son sempe 'd segn contrari. Se i consideroma la convension ch'i l'oma fàit an sij segn, i concludoma che la flécia ogét e la flécia imàgin a son voltà ant l'istéssa diression rispét al vers ëd propagassion dla lus.

Sistema afocaj ò telescòpich

Costi a son sistema con ij pian focaj a l'anfinì.Ël pian a l'anfinì dlë spassi ogét e col dlë spassi imàgin as corispondo. Sòn a veul dì che ragg ch'a intro paraléj da lë spassi ogét a seurto paraléj vers lë spassi imàgin. Sti cas a son coj djë strument che a servo a l'osservassion d'ogét motobin lontan, e donca a son ciamà "***sistema telescòpich*** ".

Për oten-e un sistema telescòpich a basta cobié doi sistema con ij feu com i l'oma vist prima, sentréje an sl'istéss ass òtich e fé an manera che lë scond pian focal dël prim sistema a coincida con ël prim pian focal dlë scond sistema.

An costa manera ij pont dël pian a l'anfinì dlë spassi ogét a l'han coma corispondent ëd pont a l'anfinì dlë spassi imàgin. Is arferima a figura 17.

Se i consideroma ij ragg incident che a l'han na diression A_∞ (donca tuti ij ragg paraléj a cola diression), costi a van a formé l'imàgin ant ël pont A dël pian focal comun ai doi sistema. St'imàgin a l'é real, e a fà da ogét a lë scond sistema. Dal moment che as treuva an sël prim pian focal dë sto scond sistema, a dà orìgin a ragg paraléj che a emergio ant lë spassi imàgin dlë scond sistema Ant la diression A'_∞, che a l'é donca ël pont omòlogh dël pont A_∞.

I ciamoma F_1, F_1', P_1, P_1' ij feu e ij pont prinsipaj dël prim sistema e F_2, F_2', P_2, P_2' ij feu e ij pont prinsipaj dlë scond sistema. Sti doi sistema a podrìo esse, pr'esempi, l'obietiv e l'ocular d'un canucial.

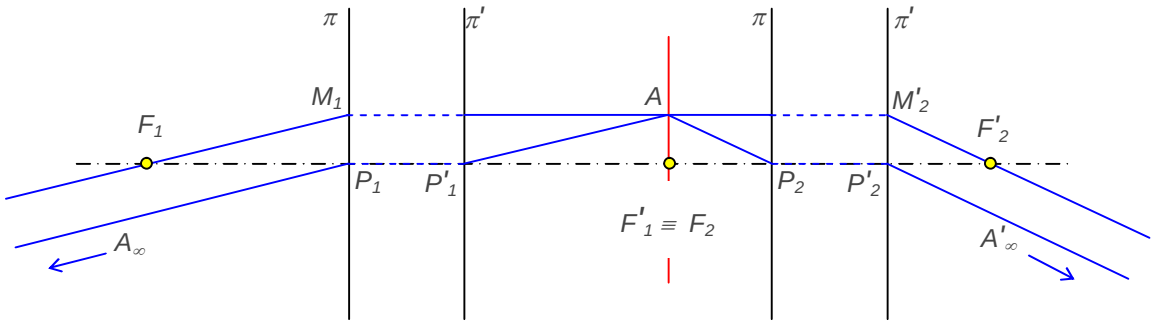

Figura 17 - Sistema telescòpich

Për costrussion (e ipòtesi) ij doi feu F_1', F_2 a coincidoPër sti sistema i l'oma che l'angrandiment trasversal G_t e col angolar G_ω a dipendo nen da la cobia 'd pian ëd front che a-j son arferì.

An efét, se $y = y_1$ e y_1' a son, ant l'órdin, ogét e imàgin për ël prim sistema, i l'oma che y_1' a dventa l'ogét (che a podrìa esse, an general, real ò virtual) dlë scond sistema. L'imàgin dlë scond sistema ch'a sia y'. J'angrandiment trasversaj dij doi sistema , ant l'órdin, a saran :

$$G_t' = \frac{y_1'}{y} \quad ; \quad G_t'' = \frac{y'}{y_1'}$$

I l'oma vist che për l'angrandiment total a val la relassion $G_t = G_t' \cdot G_t''$ e che donca, an nòstr cas : $G_t = G_t' \cdot G_t'' = \frac{y_1'}{y} \cdot \frac{y'}{y_1'} = \frac{y'}{y}$

Ma l'angrandiment G'_t a l'é 'dcò $G'_t = \frac{x'_1}{f_1}$ e l'angrandiment G''_t a l'é 'dcò $G''_t = \frac{f_2}{x_2}$. An nòstr cas i l'oma che le coordinà x'_1 e x_2 a coincido, dal moment che F'_1 e F_2 a coincido e l'imàgin as treuva pròpi lì. I l'avroma donca che :

$$G_t = G'_t \cdot G''_t = \frac{y'}{y} = \frac{f_2}{f_1}$$

che a dipend nen da la posission dl'ogét.

Lòn che pì an anteressa ambelessì a l'é però l'angrandiment angolar G_ω, dal moment che për d'ogét e d'imàgin a l'anfinì a l'ha nen vàire sens parlé d'angrandiment linear trasversal.

I l'oma che ij doi feu F_1 e F'_2 a son pont coniugà rispét al sistema afocal përchè se an $F1$ a-i é na sors ëd ragg, costi seurto dal prim sistema paraléj a l'ass e parèj a intro ant lë scond sistema, che a-j fà converge an F'_2. Antlora, se i vardoma ij triàngoj $F_1P_1M_1$ e $F'_2P'_2M'_2$, i notoma che:

$$P_1 M_1 = P'_2 M'_2 = f_1 \cdot tg\, u = f_2 \cdot tg\, u' \quad \text{e da sì} \quad G_\omega = \frac{tg\, u'}{tg\, u} = \frac{f_1}{f_2}$$

J'aberassion geométriche

I continuoma, për adéss, a rasoné su lus monocromàtica, ma contut che i ten-o sta posission, an pràtica a-i son vàire cas ëd sistema reaj che për lor l'aprossimassion ëd Gauss a l'é tròp gròssa. La lus cheuìja dal sistema bin da ràir a l'é fàita da ragg para-assiaj, dal moment che a venta che a riva lus a basta, e donca j'overture a son gròsse e parèj ëdcò j'àngoj, che as peulo pì nen confonde con sò sen ò soa tangent. An coste condission l'imàgin a ven dëstorzùa rispét a l'ogét.

As dis che 'l sistema a l'ha d'aberassion, e sì i doma n'uciada a le prinsipaj ëd coste, e a com as peulo arduve.

Aberassion dë sferissità

I suponoma d'avèj un pont luminos *M* an sl'ass òtich coma sors, e i suponoma che sto pont a staga prima dël prim feu ëd nòstr sistema che, an figura 18, dont is arferima, a l'é arpresentà da na lent convergenta.

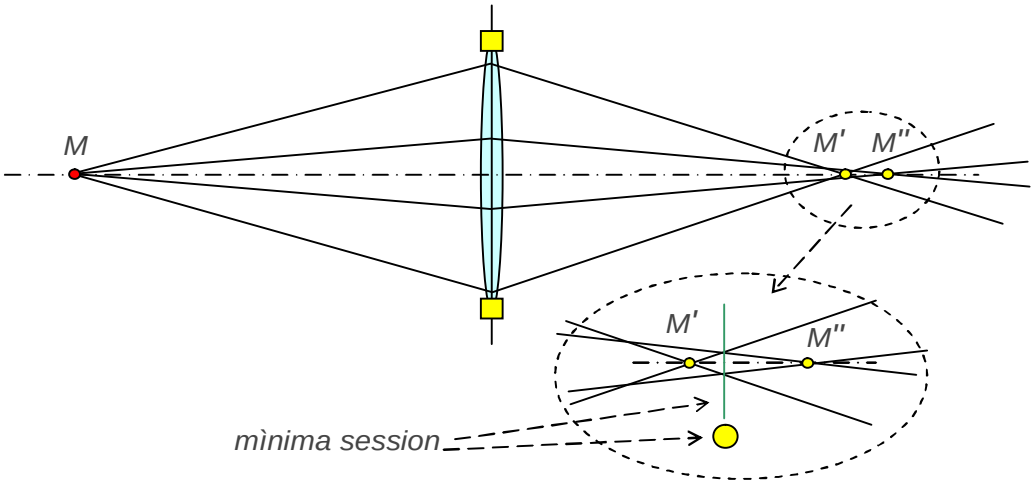

Figura 18 - Aberassion dë sferissità

Second lòn ch'i l'oma vist ij ragg a dovrìo converge ant un pont imàgin ant lë spassi imàgin. Anvece a càpita che ij ragg che a passo dal bòrd dla lent (àngol gròss) a van a converge ant un pont *M'* che a l'é pì davzin a la lent ëd lòn ch'a dirìa la teorìa. Ij ragg che a passo vers ël senter dla lent (àngol cit) a convergio ant un pont *M"* che a l'é davzin a lòn ch'a dis la teorìa. Fra un pont e l'àutr a van a converge j'àutri ragg.

Fra *M'* e *M"* a-i é un pont ëd l'ass andova as forma un dischet luminos con la session mìnima, e costa a l'é l'imàgin la pì bon-a che as peul oten-e con cola lent. Për n'imàgin ancora pì bon-a a venta, dovrand un diaframa, fërmé ij ragg pì periférich. Costa però a l'é n'operassion che a gavrìa luminosità a l'imàgin e donca nen sempe a l'é n'operassion possìbil.

Ël lìmit a l'usagi 'd diaframa a dipend dal cas spessìfich. A l'é ciàir che pì as gavo ragg periférich e pì l'imàgin a dventa pì bon-a, ma 'dcò sempe pì sombra., e is avzinoma a l'aprossimassion ëd Gauss.

Aberassion ëd còma

Costa aberassion a l'é dl'istéss tipo ëd cola ch'i l'oma vist prima, ma a l'é dàita da l'imàgin ëd pont che a stan nen dzora a l'ass òtich.

La situassion a l'é arpresentà an figura 19, andova as vëdd che slontanand ancora 'l pont da l'ass, l'aberassion a chërs arlongh la diression che a corispond a lë spostament.

Ël dischet luminos a pija na forma slongà, coma cola dle cométe e da lì a ven ël nòm ëd costa aberassion.

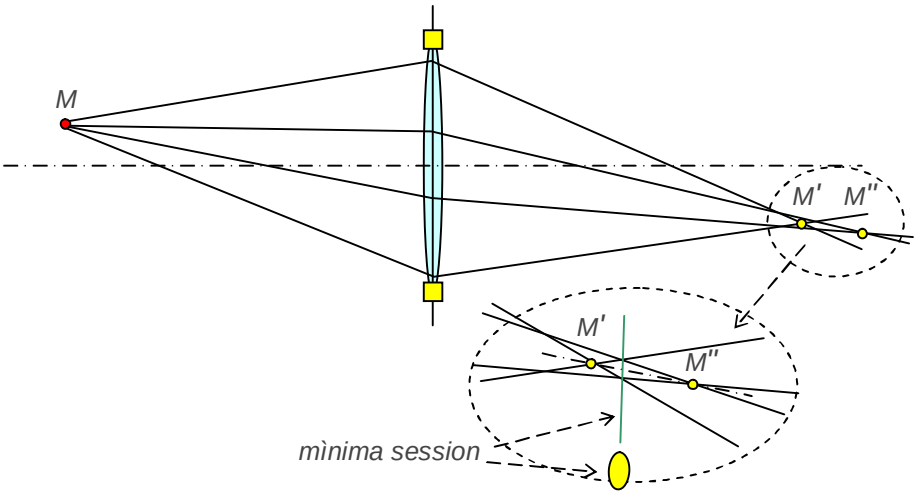

Figura 19 - Aberassion ëd còma

Astigmatism

I suponoma 'ncora na sors *M* ch'a sia a na dàita distansa da l'ass òtich, ma sta vira is limitoma a un còno strèit ëd ragg che a rivo an sla lent. Is arferima a figura 20.

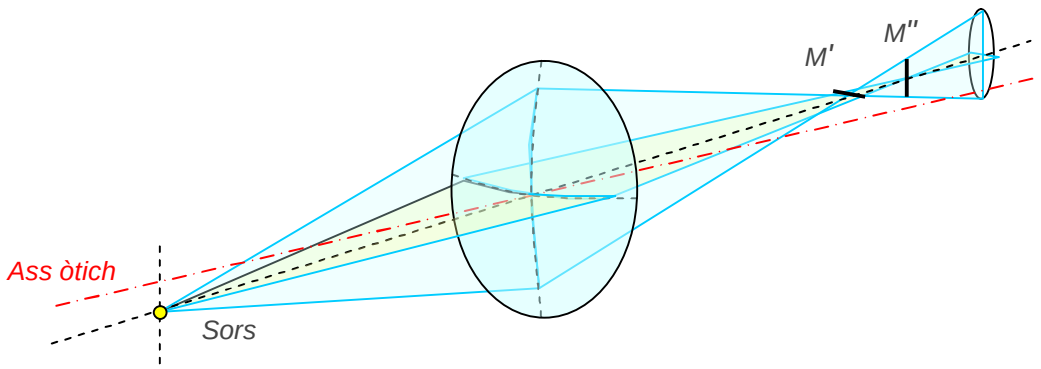

Figura 20 - Astigmatism

Ant un sistema òtich che a l'àbia costa aberassion, ij ragg che a stan su un pian diametral as compòrto an manera diferenta rispét a coj che a stan an sël pian diametral normal. I vardoma l'esempi an figura.

Se i consideroma ij ragg che a rivo an sël diàmeter vertical dla lent, costi a van a converge ant ël pont *M'*, e se i consideroma ij ragg che a rivo an sla lent su lìnie paralele a sto diameter, costi a convergio su pont alineà a *M'* an orisontal. A sto livél as forma n'imàgin fàita a barëtta orisontal, com arpresentà an figura.

Se i consideroma ij ragg che a rivo an sël diàmeter orisontal dla lent, costi a van a converge ant ël pont *M''*, pì lontan che *M'*, e se i consideroma ij ragg che a rivo an sla lent su lìnie paralele a sto diameter, costi a convergio su pont alineà a *M''* an vertical. A sto livél as forma n'imàgin fàita a barëtta vertical, com arpresentà an figura.

Ëdcò ambelessì as forma peui un dischët luminos ëd diàmeter mìnim. Sto dischët e le doe barëtte a son dite psèudo-imàgin. Cola ch'as forma an *M'* a l'é dita "***imàgin primària*** " e cola ch'as forma an *M''* a l'é dita "***imàgin secondària*** ".

Curvadura dël camp

Se la sors a l'é nen un pont ma na figura svilupà an 's na surfassa pian-a S_0, is trovoma ant ël cas ëd figura 21.

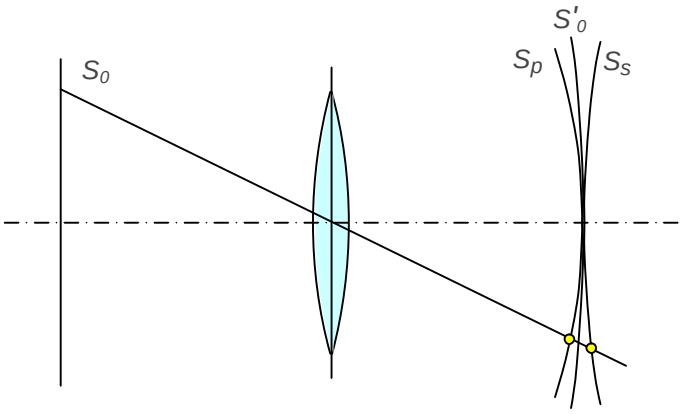

Figura 21 - Curvadura dël camp

Se is limitoma a pensé a l'aberassion d'astigmatism ch'i l'oma vist sì dzora, i l'oma che la prima pseudo-imàgin as forma an 's na surfassa S_p conca vers la lent, mentre la sconda pseudo-imàgin as forma an 's na surfassa S_s convessa vers la lent. Ste doe surfasse a coincido an sl'ass òtich. Cand ël sistema a l'é anastigmàtich ste doe surfasse a coincido an posission S_0', che però a contìnua a esse conca vers la lent.

Dëstorsion

Ant un sistema òtich real, gavà quàich cas particolar, as verìfica nen che $G_t = \frac{y'}{y} = \text{cost}$, për qualonque cobia 'd segment coniugà. As dis anlora che 'l sistema a l'é nen "***ortoscòpich*** ".

A peul capité che G_t a chërsa con la distansa da l'ass òtich, e antlora a-i é na deformassion che as dis "***a cussinet*** ". Se a càpita 'l contrari che G_t a cala con la distansa da l'ass òtich, a-i é na deformassion che as dis "***a botalin*** ".

An figura 22 i l'ma arpresentà coste deformassion, arferendse a na figura ogét fàita da segment drit ch'as ancrosio, e a son arpresentà j'imàgin an coste doe dëstorsion.

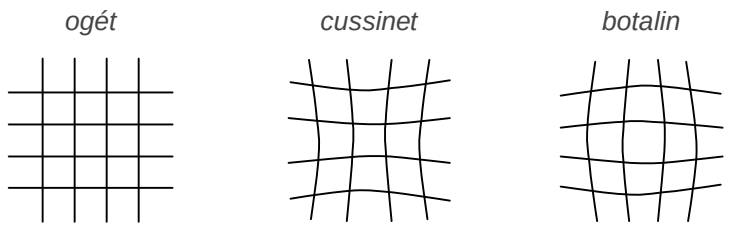

Figura 22 - Dëstorsion

Sto tipo d'aberassion a ven sovens provocà da l'usagi ëd diaframa, che se da na part a arduvo l'aberassion dë sferissità, da l'àutra a peulo provoché dëstorsion.

L'aberassion cromàtica

Fin-a sì i l'oma rasonà an 's na lus ch'i suponìo monocromàrica, ma i l'oma vist che l'ìndes d'arfrassion d'un material a dipend da la longhëssa d'onda λ dla radiassion luminosa.

Se la lus a l'é nen monocromàtica, le radiassion luminose 'd diferenta frequensa a trovran, an l'istéss material, ìndes d'arfrassion diferent, e donca un comportament diferent dël sistema. An efét, ël sistema a tira a scompon-e la lus e formé n'imàgin diferenta për ògni color. Ste imàgin as formo a distanse diferente e con angrandiment diferent. An figura 23 a l'é ilustrà sto concét.

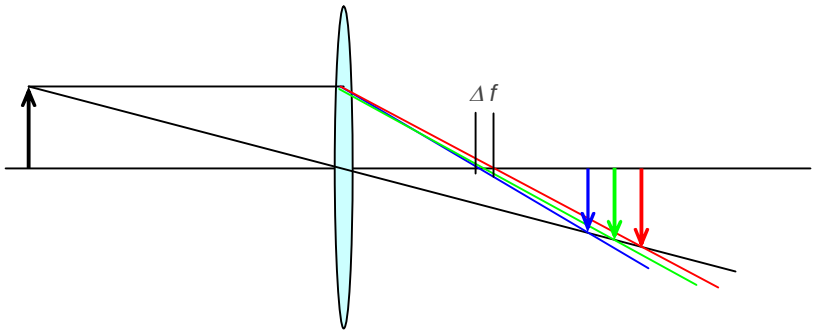

Figura 23 - Aberassion cromàtica

I arcordoma com i l'oma definì 'l podèj dëspersiv ëd na sostensa trasparenta : $\omega = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$ mentre an general as peul dì che $\frac{\Delta n}{n-1} = \frac{\Delta f}{f}$ (i arcordoma che n_C , n_D , n_F për na sostansa a son j'indes d'arfrassion relativ a tre longhësse d'onda d'arferiment: bleu, verd, ross, e che f a l'é la distansa focal).

As definiss un nùmer, ciamà "***nùmer d'Abbe v*** ", coma l'invers dël podèj dëspersiv, donca:

$$v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} = \frac{n-1}{\Delta n} \quad \text{e da sì a ven} \quad \frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{v}$$

e costa a l'é dita la "***dëspersion cromàtica dël feu*** ", che a l'é proporsional al podèj dëspersiv $\omega = \frac{1}{v}$ dël véder dla lent. Ij doi véder ij pì comun dovrà për le lent a son ël "***crown***" che a l'ha $\Delta f = \frac{f}{70}$ e ël "***flint*** " che a l'ha $\Delta f = \frac{f}{20}$.

As peulo combiné lent sèmpie fàite 'd véder diferent për serché 'd rende mìnime coste aberassion, otnend ël feu dël sistema ant ël pont andova le imàgin dij diferent color as sovrapon-o. N'esempi a l'é an figura 24.

I l'oma na lent biconvéssa tacà a na lent pian-conca, la prima a l'é fàita 'd véder crown e la sconda a l'é fàita 'd véder flint. l'ansema dle doe a fà na lent pian-convéssa con na dàita distansa focal.

La dëspersion dla prima a ven pì ò manch compensà da la dëspersion dla sconda, an fonsion dle doe distanse focaj, e as oten na dobia lent acromàtica. La coression a l'é aprossimativa, dal moment che j'ìndes d'arfrassion a càmbio nen an manera linear con la frequensa. Con doe lent parèj as riva a oten-e che 'l pont ëd feu a sia l'istéss për mach doe longhësse d'onda. Sòn as peul vëdde da la curva arpresentà an figura 25, an manera andicativa, dla variassion dla posission dël feu an fonsion dla frequensa. La figura a paragon-a la cobia con na lent sempia, che a l'ha na dëspersion motobin pì gròssa.

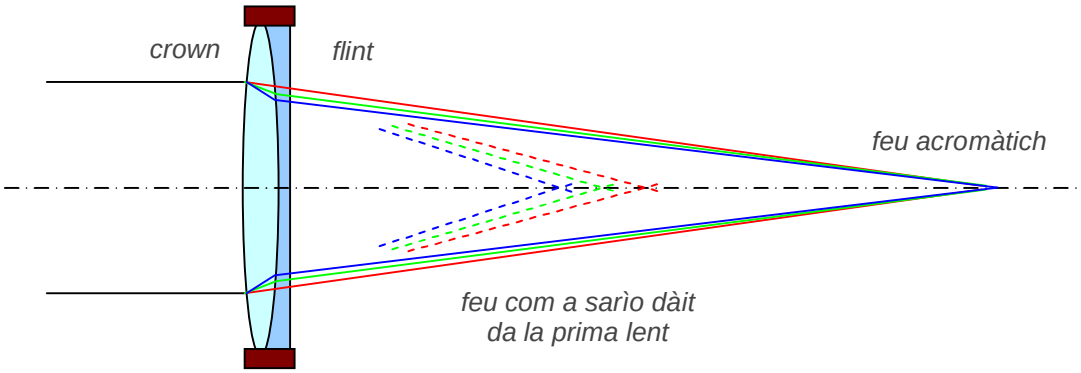

Figura 24 - Coression dl'aberassion cromàtica

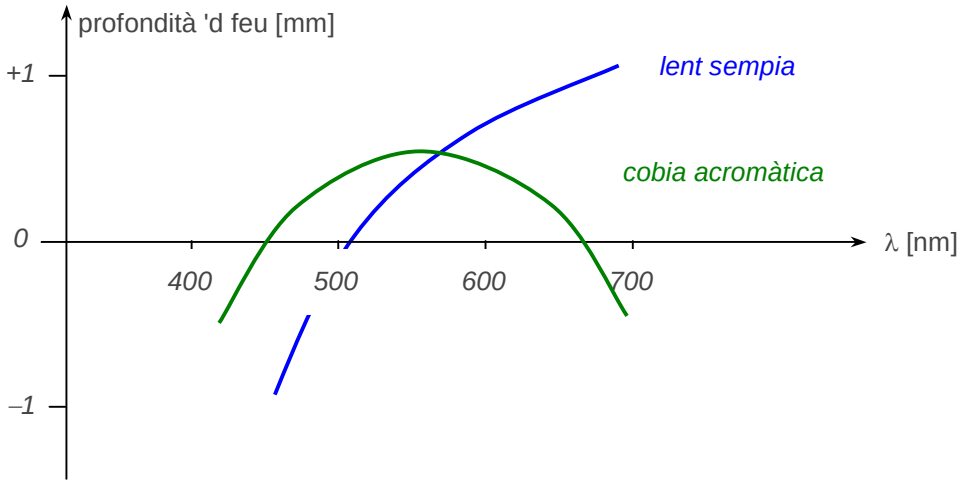

Figura 25 - Variassion dla posission dël feu con la frequensa

Con pì che doe lent, opura dovrand materiaj pì modern, as peul fésse bastansa mej che lòn ch'i l'oma vist.

Coression dj'aberassion geométriche

Për j'aberassion geométriche ch'i l'oma vist prima, as trata sempe 'd trové la solussion la pì convenienta për l'aplicassion particolar. An efét a-i é sempe 'n compromëss da trové, përchè a càpita sovens che ël milioré n'aberassion a na pegiora n'àutra.

Aberassiod dë sferissità

Na prima còsa ch'as peul fé për costa aberassion a l'é cola 'd dëstribuì bin le deviassion dij ragg fra le diferente surfasse dël sistema, an manera che ògni deviassion a sia nen tròp gròssa. La figura 26 a arpòrta n'esempi con na lent pian convéssa. La prima part dla figura a ìndica còs a càpita se ij ragg, supòst paraléj a l'ass, a rivo an sla surfassa pian-a. Traversand costa surfassa a l'ha nen ëd deviassion përchè a rivo normaj, mentre tuta la deviassion për converge al feu a càpita an sla sconda surfassa. La conda part ëd la figura a mostra còs a càpita se la prima suyrfassa anteressà a l'é cola convessa. An sto cas l'istéssa deviassion vers ël feu a càpita dëstribuìa fra le doe surfasse.

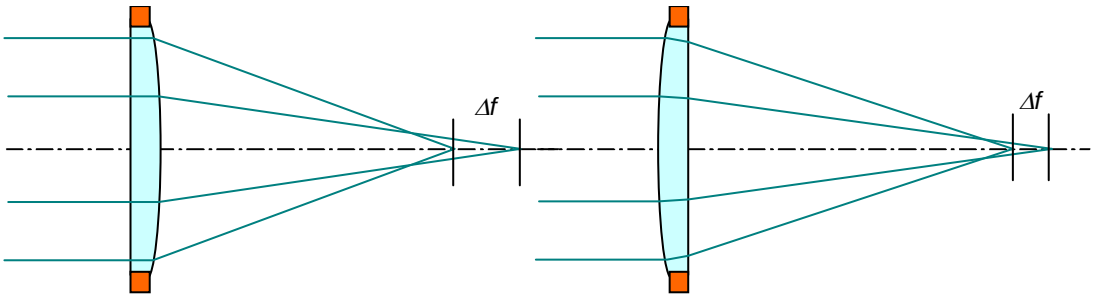

Figura 26 - Dëstribussion dj'arfrassion fra surfasse

Se l'imàgin e l'ogét a son reaj, st'aberassion a peul nen esse eliminà al complét. Se anvece un sij doj a l'é virtual, a esist na cobia 'd pont particolar che a presento nen st'aberassion.

Për dimostré sòn, i pijoma un diòtr fàit da na sfera 'd véder, con ìndes d'arfrassion n e ragg R, che i suponoma ant l'ària (ìndes d'arfrassion dl'ària pijà coma 1). I pijoma peui na sors P

ëd lus a pont che i suponoma distant R / n dal senter C dël diòtr. Ël pont P as treuva donca andrinta al diòtr. Sta situassion a ven a taj, com i vëwddroma, për quàich tipo 'd microscòpi. Is arferima a figura 27.

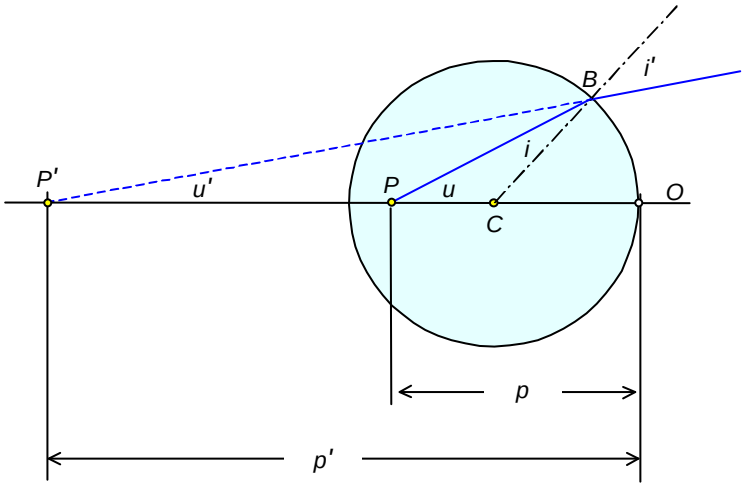

Figura 27 - Pont ëstigmàtich

Ël pont imàgin ëd P a sarà P'. I pijoma coma senter ëd nòstr arferiment ël cò O, opòst a P an sël diameter ch'a lo conten. Aplicand lòn ch'i l'oma vist i l'avroma (sempe considerand le convension an sij segn) :

$$p = -\left(R + \frac{R}{n}\right) \quad \text{vis - a - dì} \quad \frac{R + p}{R} = -\frac{1}{n}$$

Dal triàngol PBC i l'avroma che (teorema dij sen):

$$sen\, i = -\frac{1}{n} sen\, u$$

ma a venta 'dcò ch'a sia :

$$n = \frac{sen\, i'}{sen\, i} \quad \text{e donca} \quad sen\, i' = n \cdot sen\, i$$

Comparand j'espression sì dzora as oten sùbit che : $i' = -u$. Ij doi triàngoj $P'BC$ e PBC a son sìmij përchè a l'han l'àngol an C an comun, l'àngol an B dël prim triàngol a val i' dal moment che a l'é opòst al cò ëd i', donca a val u com i l'oma pen-a vist, che a l'é l'àngol an P dle scond triàngol. Sòn a dis che a son uguaj ëdcò ij doj àngoj an P' dël prim triàngol e an B dlë scond triàngol, vis-a-dì : $i = u'$ e donca $sen\, u' = sen\, i$.

Se adéss i andoma a sostituì ant l'espression $sen\, i = -\frac{1}{n} sen\, u$ lòn ch'i l'oma trovà i otnoma : $sen\, u' = -\frac{1}{n} sen\, i'$.

I arpijoma 'ntlora 'l triàngol $P'BC$, i ciamoma x ël lat $P'C$ e i aplicoma 'l teorema dij sen:

$$\frac{sen\, u'}{R} = \frac{sen\, i'}{x} \quad ; \quad x\frac{sen\, u'}{R} = sen\, i' \quad ; \quad x = \frac{sen\, i'}{sen\, u'} R \quad ; \quad x = -n R$$

Se i voroma trové la posission ëd P', e donca 'l valor ëd p', i arcavoma, con le sòlite convension an sij segn.

$$p' = R + n \cdot R$$

Ël pont P' a stà a snistra 'd P, e donca a l'é n'imàgin virtual. La distansa p' a dipend nen da l'àngol u, e tuti ij ragg che a seurto da P a l'han un ragg coniugà che a passa da P'.

Ij doi pont P e P' a son na cobia coniugà che a presenta nen l'aberassion dë sferissità. Për ògni ass che a passa dal sènter C a-i é na cobia 'd pont parèj.

Sta proprietà a l'ha n'aplicassion amportanta ant ij microscòpi, che i vëddroma anans.

Aberassion ëd còma

Për arduve sto tipo d'aberassion as peul serne na combinassion ëd ragg ëd curvadura convenient për ij diòtr dël sistema, darmagi che lòn ch'a arduv st'aberassion a aumenta cola dë sferissità. in ch'a l'é possibil as peulo dovré 'd diaframa, che a arduvo tute doe ste aberassion ma, com i l'oma già dit, a venta ten-e cont dla luminosità necessaria, che a buta un lìmit a l'usagi dij diaframa. N'àutr lìmit a l'é dàit dal fàit che ij diaframa, com i l'oma vist, a antroduvo dëstorsion.

As peul noté che 'l diòtr ësférich ch'i l'oma vist prima, a presenta nen aberassion ëd còma për ij pont stigmàtich, che a ven-o ciamà "***pont aplanàtich*** ".

Astigmatism e curvadura dël camp

Për coste aberassion a ventrìa fé coincide le surfasse S_p dla prima imàgin e S_s dla sconda imàgin (figura 21), an sla surfassa S_0', che a soa vira a dovrìa esse pian-a. St'arzultà a peul esse trovà dovrand lent mùltiple e quàich diaframa, arcordand sempe quaj ch'a son ij lìmit për l'usagi dij diaframa.

Pagina lassà veuida apòsta

FIBRE ÒTICHE

Contut che as trata 'd un sogét diferent da col ëd prima, i arpijoma lòn ch'i l'oma dit ant la prima part, e i tratoma, ambelessì, le fibre òtiche da la mira dl'òtica geométrica e donca dij ragg. I stoma macassìa sempe ant l'aprossimassion parassial.

Guide 'd lus

An general i podoma dì che la lus a peul essa portà da un pòst a n'àutr sensa che as perda për la strà, con na série d'element coma a podrìo esse lente ò spécc ò tuti doi j'element, sercand ëd ten-e un fass consentrà 'd ragg, com a l'é schematisà an figura 28, ma a l'é sùbit ciàir che ste manere a son nen pràtiche, an particolar se la lus a venta ch'a fasa un përcors qualonque fra doi pont qualonque a na distansa che a podrìa esse gròssa.

Peui a càpita che jë spécc a arbato nen tuta la lus ma a na assòrbo 'dcò, e che le lente a trasmëtto nen tuta la lus, ma a na assòrbo e a na arbato 'dcò, an manera che l'atenuassion a sarìa pitòst àuta, an particolar se j'element ëd guida a son tànti.

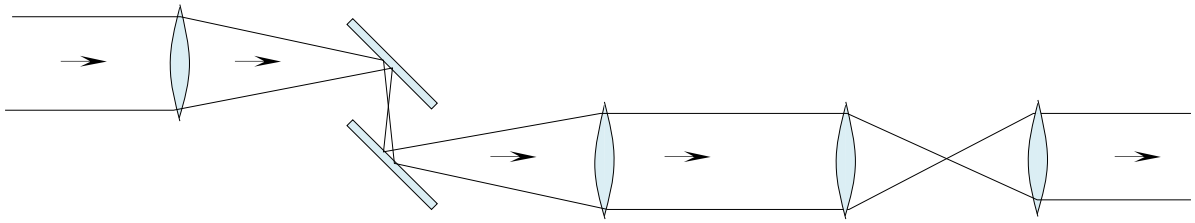

Figura 28 - Guida 'd lus a lente e spécc

Fibra òtica a scalin d'ìndes d'arfrassion

Un sistema për guidé la lus sensa che as verìfico gròsse pèrdite a l'é col che a sfruta l'arfrassion total a la surfassa fra doi mojen diferent. La solussion la pì sempia da studié a l'é cola ëd na fibra cilìndrica 'd veder con un dàit ìndes d'arfrassion n_1, che a arpresenta l'ànima dla fibra, con antorna n'anvlup a coron-a cilìndrica con n'àutr e convenient ìndes d'arfrassion n_2.

La figura 29 a arpòrta costa solussion, considerand che la fibra a peul esse flessìbil.

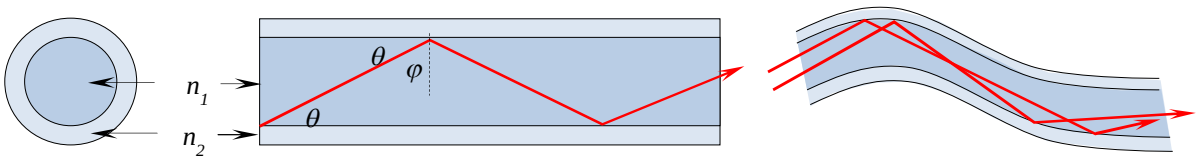

Figura 29 - Fibra òtica con ìndes a scalin

Fra 'd lor j'ìndes d'arfrassion a son ant la relassion $n_2 < n_1$. Ij ragg ëd lus che a viagio drinta l'ànima a ven-o d'autut arbatù cand a rivo al bòrd dl'anvlup, se l'àngol d'incidensa j (misurà da la normal a la surfassa) che a val $\varphi = 90 - \theta$, a l'é pì gròss dl'angol crìtich φ_c che a val

$\varphi_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$. Antlora tuti ij ragg che a fan con l'ass dla fibra n'àngol $\theta = 90 - \varphi$, tal che $\theta < \theta_c$, andova $\theta_c = \arccos \frac{n_2}{n_1}$. a resto confinà ant la fibra, e a peulo viagé për desen-e 'd chilòmetro.

Se la fibra, che a l'é flessìbil, a cambia diression, antlora un ragg che a fussa al lìmit a podrìa esse pì nen confinà. An efét a l'angol θ fàit con l'ass dla fibra as gionta l'àngol ëd deviassion α che la fibra a fà fra doi arbatiment consecutiv, com arpresentà an figura 30.

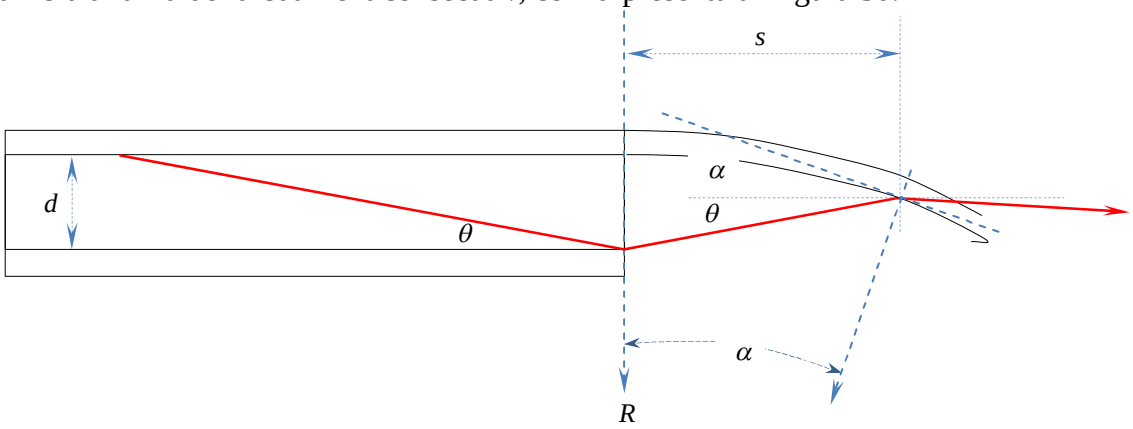

Figura 30 - Fibra curvà, efét an sl'àngol lìmit

A l'é fàcil rendse cont che sto fài a l'é giusta marginal, dàite le dimension *d*, *s*, *R*. An efét ël diàmeter d dl'ànima dla fibra a peul esse ant l'órdin dij décim ëd milim mentre 'l ragg ëd curvadura a l'é antorna a la desen-a 'd centim. A fé quat cont as treuva che l'àngol α a l'é trascuràbil.

Fibra òtica a ìndes gradual

I consideroma adéss na fìbra fàita dal sòlit cilinder ëd véder, dont l'indes d'arfrassion a l'é fonsion dla distansa da l'ass. I mantnoma sempe l'aprossimassion parassial e i arcordoma j'equassion che a la goerno, ch'i l'oma vist ant la prima part : $\frac{d}{dz}\left(n\frac{dx}{dz}\right) = \frac{\partial n}{\partial x}$; $\frac{d}{dz}\left(n\frac{dy}{dz}\right) = \frac{\partial n}{\partial y}$.

I suponoma che la fonsion che an dà l'ìndes d'arfrassion *n* an fonsion dël ragg dla fibra (an fonsion ëd x e y, considerand l'ass dla fibra coma ass z) a sia $n^2 = n_0^2\left[1 - \alpha^2\left(x^2 + y^2\right)\right]$ e i podoma sostituì costa espression anr j'equassion sì dzora, suponend prima che $\alpha^2\left(x^2 + y^2\right) << 1$ për tuti ij valor d'interésse ëd *x* e *y*. I otnoma :

$$\frac{d\,x^2}{d\,z^2} \approx -\alpha^2\,x \quad ; \quad \frac{d\,y^2}{d\,z^2} \approx -\alpha^2\,y$$

Ste fonsion a son fonsion armòniche ëd z, con un perìod ëd $2\pi/\alpha$. Le condission inissiaj a son dàite da posission (x_0, y_0) e angoj $\theta_{x0} = (dx/dz)_{z=0}$ e $\theta_{y0} = (dy/dz)_{z=0}$. Dàita la simetrìa sircolar, i podoma pijé $x_0 = 0$ sensa che a càmbia gnente. I otnoma che:

$$x(z) = \frac{\theta_{x0}}{\alpha}\sin\alpha\,z \quad : \quad y(z) = \frac{\theta_{y0}}{\alpha}\sin\alpha\,z + y_0\cos\alpha\,z$$

J'equassion s' dzora a dëscrivo la trajetòria dij ragg, dàite le condission ëd partensa. I l'oma già suponù che a sia $x_0 = 0$, e adéss i suponoma 'dcò che a sia $\theta_{x0} = 0$, an manera che 'l ragg a intra an nòstra fibra an sël pian *y-z*. Soa equassion a sarà $y(z) = \frac{\theta_{y0}}{\alpha} \sin \alpha z + y_0 \cos \alpha z$ mentre $x(z) = 0$ e la coordinà x a resta sempe a zero, ël ragg a resta an sl pian meridian e a ossila antorna a l'ass *z* con un perìod ëd $2\pi / \alpha$, com a l'é indicà an figura 31. Se le condission inissiaj a son che $\theta_{y0} = 0$, e che $\theta_{x0} = \alpha y_0$, antlora i l'oma le doe equassion

$$x(z) = y_0 \sin \alpha z \quad ; \quad y(z) = y_0 \cos \alpha z$$

che a son j'equassion ëd n'élica sircolar antorna a l'ass *z*. Con diferente condission inissiaj a-i son tute le diferente solussion fra coste doe.

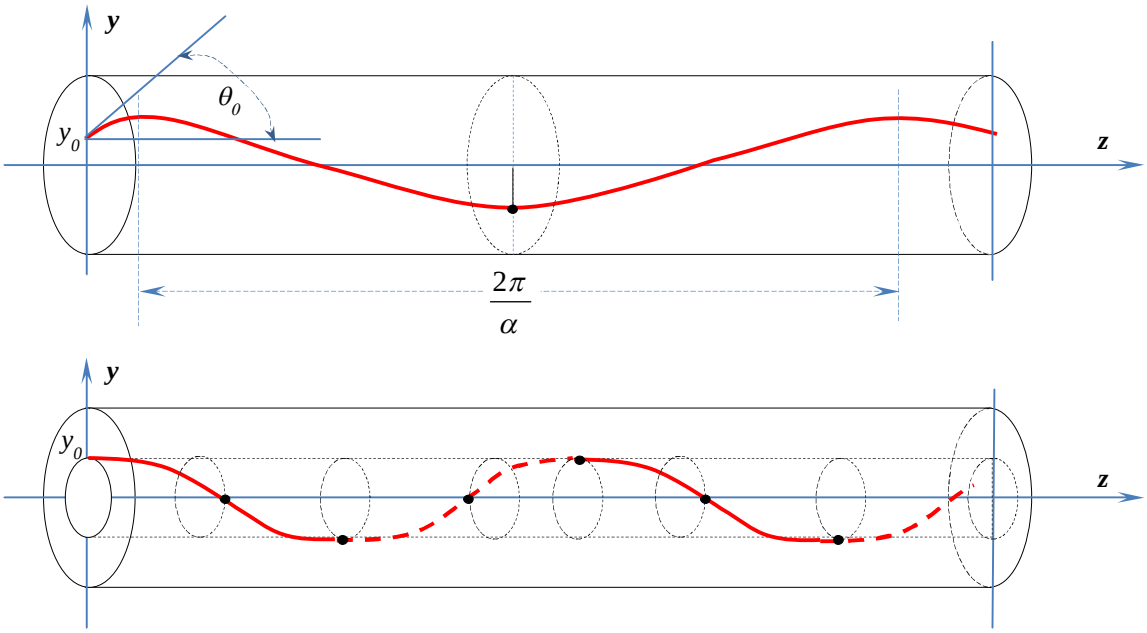

Figura 31 - Ragg ëd luss ant na fìbra con ìndes n gradual

Duvertura numérica

I suponoma d'avèj prima na fibra con indes d'arfrassion a scalin, coma cole viste prima, con n_1 për l'ànima e n_2 për l'anvlup, e peui na fìbra con ìndes d'arfrassion gradual, che a l'àbia un profil coma col ch'i l'oma vist prima : $n^2 = n_0^2 \left[1 - \alpha^2 \left(x^2 + y^2\right)\right]$. Ant lë scond cas ël ragg ëd la fibra a l'é *a* (ant ël prim cas a l'é nen amportant për nòstra costion).

I consideroma che a-i sia un ragg ëd lus che a riva da l'ària (donca con n'indes d'arfrassion $n = 1$) ant ël senter dla surfassa 'd base dla fibra, con un dàit àngol θ_a con l'ass dla fibra, com a l'é mostrà an figura 32.

Is ciamoma, ant ij doi cas, col ch'a l'é l'àngol θ_a màssim për che 'l ragg a peussa intré ant la fìbra e propagésse restand confinà ant 'ànima dla fìbra. Sòn a definiss un paràmeter, che a ven dit "***duvertura numérica DN***" dla fibra, dàit dal valor ëd $\sin \theta_a$.

Ant ël prim cas i l'avroma che l'àngol θ a peul nen superé 'l valor ëd $\theta_c = \arccos (n_2 / n_1)$, mentre la relassion fra θ_a e θ_c a sarà (lej dë Snell-Descartes) $n_2 / 1 = n_2 = \sin \theta_a / \sin \theta_c$.

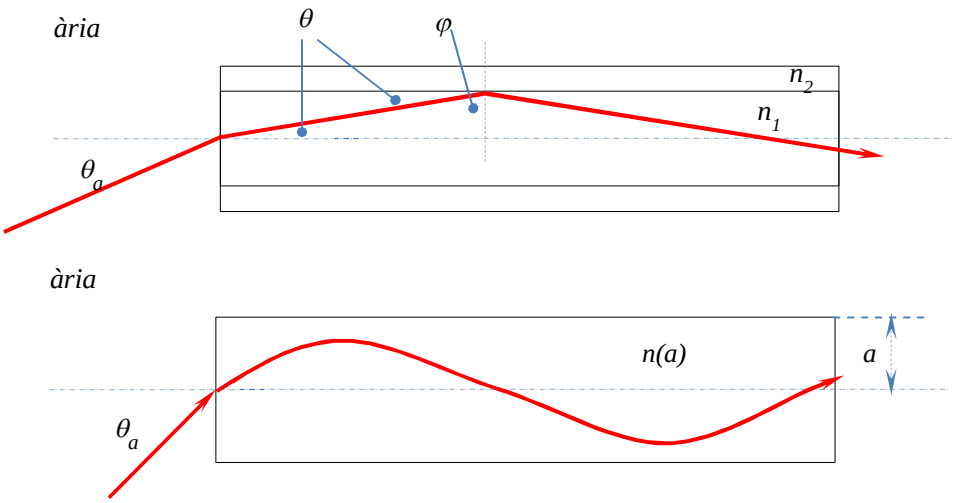

Figura 32 - Duvertura numérica.

Butand ansema sti doi fàit, e fasend ij cont (che sì i stoma nen a fé), as treuva che :

$$DN = \sin\theta_a = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Ant ël cas d'ìndes gradual, as peul dimostré (còsa ch'i foma nen) che a val la relassion:

$$DN = \sin\theta_a \approx n_0\, a\, \alpha$$

con n_0, a, α, che a son coj ch'i l'oma definì prima.