Part 9: N'idèja an sla relatività

I vardoma giusta da 'ndova a riva la relatività e quaicòs ëd lòn che a ìmplica. I vardoma prima com a l'era la relatività 'd Galileo, e l'invariansa dle lèj ëd Newton an coj che a j'ero considerà ij sistema inersiaj. Peui i vardoma le dificoltà che a l'han portà j'equassion ëd Maxwell che a dëscrivo ij camp eletro-magnétich, e ij tentativ për superé coste dificoltà. I passoma peui a vardé le trasformassion ëd Lorentz e la teorìa dla Relatività strèita ëd Einstein. I vardoma donca còs a compòrta sòn an sle longhësse, an suj temp e an 's le masse. I finima con considerassion su massa e energìa e le corispondente relassion. I disoma peui quaicòs an sl'aplicassion dij formalism Lagrangian e Hamiltonian a la Relatività. I tratoma gnente dla relatività general.

TÀULA DLA PART CH'A FÀ EUT

TÀULA DLE FIGURE DLA PART CH'A FÀ EUT

ACHIT

Sta part dë ste nòte a son giusta na sempia dëscrission ëd còs a l'é la reltività, e a diso quaicòs an sla "relatività strèita" (limità ai sistema d'arferiment inersiaj). A diferensa dla Mecànica Analìtica, dont ij pont ëd partensa e ij prim ësvilup i l'oma vist ant la part ch'a fà eut, sì as trata nen ëd na dëscrission diferenta e pì potenta, ma ëd la dimostrassion che tuta la mecànica clàssica a l'é na dëscrission aprossimà dla realità, contut che as trata ëd n'aprossimassion motobin precìsa për coi fenòmeno che a son esperiensa comun-a e nen mach.

Sòn a veul nen dì che la Mecànica Clàssica a sia quaicòs ëd superà, prima 'd tut përchè a furniss ij prinsipi e le relassion ëd base che a servo 'dcò a la Relatività, e peui përchè sò camp d'aplicassion a l'é motobin largh e, an sto camp, a sarìa d'autut inùtil compliché le còse con ij prinsipi e ij métod dla Relatività.

An pràtica, se i pensoma a fenòmeno mecànich pur, con velocità bin lontan-e da cola dla lus, la mecànica newtonian-a a va pì che bin. Se anvece i pensoma al moviment ëd partìcole sub-atòmiche opura a l'eletromagnetism e an particolar a la propagassion dle onde eletromagnétiche, ij cont a torno pì nen.

An efét a l'é stàit pròpi cand a l'é tratàsse dë scrive j'equassion ëd costa propagassion (Maxwell) che a l'é capìsse che a ventava cambié 'l concét che tuti a l'han, an manera natural, ëd còs a l'é 'l temp.

Fin-a a col moment ël temp a l'era stàit considerà n'entità che a valìa sempe istéss an tut l'univers e për qualonque sistema d'arferiment, coma se a fussa stabilì da na mostra universal ùnica. Na coordinà che a chërs an manera costanta e për tuti a l'istéssa manera.

Ant un sistema inersial, i l'oma vistlo, le lèj dla Fìsica a l'han validità imedià e a manten-o la stessa forma an qualonque sistema inersial (an tuti ij sistema "*inersiaj*" che a sio an moviment drit costant fra 'd lor). Për passé da un sistema d'arferiment $Oxyz$ a l'àutr $O'x'y'z'$ a-i son le trasformassion ëd Galileo, che suponend doi sistema a sio orientà a l'istessa manera e che la velocità relativa $\boldsymbol{v}$ dij doi a sia direta arlong l'ass *x*, a pijo la forma:

$$x' = x - vt \quad ; \quad y' = y \quad ; \quad z' = z \quad ; \quad t' = t$$

Se coste espression a ven-o derivà rispét al temp as oten-o le régole d'adission dle velocità second la teoria dla relatività ëd Galileo. Vis-a-dì, ciamand $\boldsymbol{u}$ e $\boldsymbol{u}'$ le velocità ant ij doi sistema i l'avroma : $u'_x = u_x - v \quad ; \quad u'_y = u_y \quad ; \quad u'_z = u_z$

An particolar, la lèj fondamental dla dinàmica $\boldsymbol{F} = m \cdot \boldsymbol{a}$ a venta che a sia verificà an tuti costi sistema. Tut sòn a veul dì che as pija për bon che, arferendse a un qualonque sistema inersial, na preuva a dà l'istéss arzulta daspërtut ant l'univers e an qualonque moment e, 'ncora, che la massa a l'é në scalar costant. Pì che tut peui, sòn a supon che 'l temp a sia l'istéss për qualonque sistema d'arferiment e che a sia sempe l'istéss për qualonque situassion.

An pì i l'oma che as pija che l'assion ëd na massa as propaga an tut l'univers a na velocità che i podoma dì "anfinìa".

A l'é an sto contest ëd conossense che a l'é rivà 'l problema dla propagassion dël camp eletromagnétich e dle relative onde.

Sòn i lo vëddroma ampressa an cost'ùltima part dë sta session dle Nòte. I notoma pitòst che ant le considerassion a la base dla teorìa a-i son le proprietà dël camp eletro-magnétich, e che donca a peul giuté ël vardé prima la session sinch e an particolar soa part eut.

Pàgina lassà veuida apòsta

LA RELATIVITÀ 'D GALILÉO

I l'oma vist coma la Mecànica Clàssica as òcupa, pì che tut, dël moviment dij còrp sota l'assion ëd fòrse, e a dëscriv sòn travers relassion fra le diferente grandësse (coma velocità, acelerassion, moment, e via fòrt). Na grandëssa a l'é an general na fonsion dla posission e dël temp dël tipo $A = A(x, y, z, t)$ e le lèj fìsiche a son relassion fra coste grandësse che a peulo esse arpresentà con equassion dël tipo $f(A, B, C,...) = 0$.

Donca as trata dë stabilì un sistema d'arferiment, che i podoma consideré cartesian, contut che qualonque sistema 'd coj ch'i loma vist a peussa andé bin, e peui as trata dë stabilì na misura dël temp.

A l'é ciàir che un sistema d'arferiment S a ven sernù an fonsion dël particolar problema, e che un fenòmeno a peul esse dëscrivù arferendse a un diferent sistema d'arferiment S', che a peul ëdcò esse an moviment rispët a un sistema d'arferiment S.

Un problema a l'é col dë stabilì com as trasformo le relassion dle lèj fìsiche passand da un sistema d'arferiment a n'àutr, che an general i suponoma ch'a sia an moviment rispét al prim.

An general costa trasformassion a l'é dàita dal sistema d'equassion:

$$x' = x'(x, y, z, t)$$
$$y' = y'(x, y, z, t)$$
$$z' = z'(x, y, z, t)$$
$$t' = t'(x, y, z, t)$$

andova x', y', z', t' a son le variàbij dle spassi e dël temp ant ël neuv sistema S'. Le grandësse a pijo donca la forma $A'(x', y', z', t')$ e 'dcò le lèj fìsiche a pijo la forma $f'(A', B', C',..) = 0$, e a peulo esse considerà fonsion ëd x', y', z', t'.

I l'oma già vist che, an general, a sta mira i l'avroma che $f \neq f'$ se 'l moviment d'un sistema rispét a l'àutr a l'é qualonque.

A dventa d'interésse, anvece, consideré 'l cas andova ij doi sistema S e S' a son an moviment linear uniform l'un rispét a l'àutr. Për costi cas (com i l'oma già vist), Galiléo a l'ha stabilì sto "*Prinsìpi ëd relatività*" (galileian-a):

Le lej che a goerno ij femòmeno mecànich an doi sistema d'arferiment S e S' che a sio an moviment drit e costant fra 'd lor a l'ha la stéssa forma.

Vis-a-dì che la lèj $f(x, y, z, t) = 0$ a resta l'istéssa e 'l fenòmeno a l'é dëscrivù da l'istessa fonsion $f(x', y', z', t') = 0$, ant ij doi arferiment S e S'.

Se i consideroma la lèj ëd Newton $\boldsymbol{F} = m \cdot \boldsymbol{a}$, che a anlìa la fòrsa $\boldsymbol{F}$ che a agiss an 's na massa m con l'acelerassion $\boldsymbol{a}$ che a pròvoca, costa a l'é considerà vàlida ant un sistema d'arferiment ch'a sia arferì a le stèile fisse (stèile che da sécoj a manten-o soa posission sensa cambiament sensìbij).

Se i pensoma a un sistema solidal con la tèra, e donca dotà d'acelerassion (la tèra a vira su sò ass e a vira 'ntorma al sol), costa lèj ëd Newton a val pì nen, com i l'oma vist ant la part 4, përchè a sponto "*fàusse fòrse*" dàite da l'acelerassion dël sistema d'arferiment.

L'assion "simulà" da coste fòrse a l'é motobin cita, e për vàire problema a peul esse trascurà, ma macassìa an sla tèra a venta consideré che $\boldsymbol{F}' \neq m \cdot \boldsymbol{a}'$. As manten anvece la relassion $\boldsymbol{F}' = m \cdot \boldsymbol{a}'$ an tuti ij sistema an moviment drit costant rispét a un sistema d'arferiment "*steilar*".

Tuti ij sistema arferì a stèile fisse e tuti coj an moviment drit costant rispét a costi a son ciamà "***sistema d'arferiment inersiaj***". I podoma definìje dovrand soe proprietà : - 1) - Le relassion spassiaj, determinà da règoj rèid e fiss ant ël sistema a seguo la geometrìa d'Euclide. - 2) - A esist ant ël sistema un temp universal tal che na partìcola lìbera ant ël sistema a sodisfa al prinsìpi d'inersa, vis-a-dì se a resta fërma se a l'era fërma ò a contìnua a bogésse con un moviment drit costant se as bogiava parèj.

Për podèj aceté coste definission a ventrìa 'dcò consideré che ant un sistema inersial a-i é nen n'acelerassion ëd gravità ma a basta consideré la presensa ëd na fòrsa esterna, che a l'é 'l pèis). A venta peui consideré un "temp universal", vis-a-dì che a partìcole an moviment a son socià 'd "mostre" për arlevé 'l temp ëd passagi ant un pont, e che a l'é possìbil "sincronisé " coste mostre an manera che con ël temp segnà da ognidun-a le lèj dla mecànica as manten-o omogénie e isòtrope.

Trasformassion ëd Galiléo

As trata dë stabilì le trasformassion che a përmëtto 'd passé da un sistema inersial *S* a n'àutr *S'* an moviment con velocità drita costanta *w* rispét al prim. A venta che a sio verificà e che as manten-o le lèj mecàniche e an particolar la lèj fondamental $\boldsymbol{F} = m \cdot \boldsymbol{a}$.

A-i son doe ipòtesi che a ven-o fàite ant la fìsica ëd Galiléo e Newton (prima dla relatività).

- ***A esist un temp assolut***. Valadì : As peulo regolé le mostre dij doi sistema an manera che a ìndico l'istéss temp, e che donca al temp t ant ël sistema S a corispond ël temp $t' = t$ ant ël sistema S'.
- ***Ël moviment a l'é ressìproch***. Valadì : A l'é franch istéss consideré che *S'* as bogia con velocità *w* rispét a S opura che S as bogia con velocità $-w$ rispét a S'. Donca da na mira cinemàtica as peul consideré "*ferm*" un qualonque dij doi sistema. Se për passé dal prim a lë scond a-i é na relassion $\boldsymbol{r}' = f(\boldsymbol{r}, t\,;\, \boldsymbol{w})$, për ël passagi invers a val la relassion $\boldsymbol{r} = f(\boldsymbol{r}', t'\,;\, -\boldsymbol{w})$.

I partoma a consideré che an doi sistema inersiaj a venta ch'a vala 'l prinsìpi d'inersia, e donca se un pont material nen sogét a fòrse as bogia ant ël sistema *S* con moviment drit costant, an manera che a valo j'espression:

$$x = a_1 t + b_1 \quad ; \quad y = a_2 t + b_2 \quad ; \quad z = a_3 t + b_3$$

a venta che sto tipo 'd moviment a sia vist ëdcò ant ël sistema S', e donca che a sia (con $t = t'$) :

$$x' = \alpha_1 t + \beta_1 \quad ; \quad y' = \alpha_2 t + \beta_2 \quad ; \quad z' = \alpha_3 t + \beta_3$$

Për che sòn a sìa possìbil a venta che x', y', z', a sio fonsion linear ëd x, y, z, t. Sensa gavé generalità i podoma peui supon-e che al temp $t = 0$ j'orìgin dij doi sistema a coincido. Le relassion ëd trasformassion a saran dël tipo:

$$\begin{cases} x' = a_{11}\, x + a_{12}\, y + a_{13}\, z + a_{14}\, t \\ y' = a_{21}\, x + a_{22}\, y + a_{23}\, z + a_{24}\, t \\ z' = a_{31}\, x + a_{32}\, y + a_{33}\, z + a_{34}\, t \\ t' = t \end{cases}$$

e as trata 'd trové ij dodes coeficent a_{hk}.

I consideroma, për semplifiché, che 'l moviment fra S e S' a sia na traslassion arlongh l'ass *x*, e che al moment inissial j'ass dle doe trien-e a sio coincident. An coste condission i l'oma che la coordinà y' a dipend nen da *x, z, t*, parèj coma z' a dipend nen da *x, y, t*. Donca i l'avroma che

$$a_{21} = a_{23} = a_{24} = a_{31} = a_{32} = a_{34} = 0$$

Peui i l'oma che, dàita l'isotropìa dlë spassi, le doe coordinà y e z a son tratà a l'istéssa manera, e sòn a pòrta che a venta ch'a sìa $a_{22} = a_{33}$. I podoma ciamé sto coeficent comun $\lambda\ (w)$, suponend che a peussa esse për asar fonsion dla velocità w . J'equassion për y' e z' a dvento:

$$y' = \lambda(w)\, y \quad ; \quad z' = \lambda(w)\, z$$

Ma i l'oma fàit l'ipòtesi ëd ressiprossità dël moviment, an manera che se i consideroma *S'* ferm e *S* con velocità $-w$ a venta ch'a sia 'dcò:

$$y = \lambda(-w)\, y' \quad ; \quad z = \lambda(-w)\, z'$$

che, se confrontà con cole 'd prima a diso che $\lambda(w) \cdot \lambda(-w) = 1$

Se i cambioma giusta 'l vers positiv dl'ass *x*, la velocità *w* a ven sostituìa da –*w*, ma për y e z a càmbia gnente, e donca j'equassion

$$y' = \lambda(-w)y \quad ; \quad z' = \lambda(-w)z$$

a venta ch'a coincido con j'equassion ëd prima

$$y' = \lambda(w)y \quad ; \quad z' = \lambda(w)z$$

a venta donca ch'a sia $\lambda(w) = \lambda(-w)$, ma dal moment ch'i l'oma vist che $\lambda(w)\cdot\lambda(-w) = 1$, antlora i podoma scrive che $[\lambda(w)]^2 = 1$, e, an definitiva, che $\lambda(w) = \pm 1$

Dal moment che i l'oma assumù che y e z a l'àbio j'istéssi vers ëd y' e z', i pijoma sens'àutr ël valor positiv e donca $\lambda(w) = 1$.

I comensoma donca a stabilì che, oltra a $t' = t$, che a fasìa part ëd nòstre ipòtesi, i l'oma 'dcò che $y' = y$ e che $z' = z$.

Për lòn ch'a rësguarda l'ass *x*, i notoma che se un pont a l'é ferm ant ël sistema *S'*, a venta che a trasla con velocità *w* rispét al sistema *S*, e donca a venta ch'a sia che cand x' a l'é costant, antlora a venta ch'a sia costant ëdcò *(x – w t)*. Donca i l'avroma che :

$$x' = \mu(w)(x - wt)$$

ma për la ressiprossità dël moviment a venta 'dcò ch'a vala l'espression

$$x = \mu(-w)(x' + wt)$$

che a l'é compatìbil con cola dzora mach se $\mu(w) = \mu(-w) = 1$

Le trasformassion ëd Galieo sercà a son donca:

$$x' = x - wt \quad ; \quad y' = y \quad ; \quad z' = z \quad ; \quad t' = t$$

mentre le trasformassion inverse a son:

$$x = x' + wt \quad ; \quad y = y' \quad ; \quad z = z' \quad ; \quad t = t'$$

Invariansa dle longhësse

Na consegoensa 'd coste trasformassion, che a smija scontà, ma che a l'é méj ten-e da cont për dòp, a l'é l'invariansa dle longhesse ant ij doi sistema d'arferiment. I suponoma d'avèj un segment paralél a l'ass x ant ël sistema *S*. Se A e B a son j'estrém dël segment, soa longhëssa, ant ël sistema d'arferiment *S*, a sarà $l = x_B - x_A$.

Ant ël sistema d'arferiment S' i l'avroma. për l'istéss segment, $l' = x'_B - x'_A$, e për j'equassion dla trasformassion i l'oma che

$$x'_B = x_B - wt \quad \text{e} \quad x'_A = x_A - wt \quad \text{e da sì}$$

$$l' = x_B - t - (x_A - wt) = x_B - wt - x_A + wt = x_B - x_A = l$$

Le doe misure a saran donca istesse e sòn a dis che le longhësse a son invariante rispét a coste trasformassion.

Composission dle velocità

Da coste trasformassion a ven peui ël "***teorema dla composission dle velocità***", che as arcava sùbit derivand j'equassion dla trasformassion rispét al temp. Për sòn, oltra a consideré sempe che $t' = t$, i butoma che :

$$V_x = \frac{dx}{dt} \quad ; \quad V_y = \frac{dy}{dt} \quad ; \quad V_z = \frac{dz}{dt} \quad \text{e che} \quad V'_x = \frac{dx'}{dt'} \quad ; \quad V'_y = \frac{dy'}{dt'} \quad ; \quad V'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

Fasend le derivassion dite i l'oma

$$V'_x = V_x - w \quad ; \quad V'_y = V_y \quad ; \quad V'_z = V_z$$

che a peul ëdcò esse butà ant la forma vetorial $\boldsymbol{V'} = \boldsymbol{V} - \boldsymbol{w}$.

Ant la trasformassion inversa a sarà $V_x = V'_x + w$; $V_y = V'_y$; $V_z = V'_z$, che a peul ëdcò esse butà ant la forma vetorial $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V'} + \boldsymbol{w}$.

Invariansa dle lèj ëd Newton

I consideroma un sistema fàit da n pont materiaj, e su ògni cobia 'd costi pont a agissa na fòrsa, che a deriva da un potensial U, che a l'ha la diression che a uniss ij doi pont e n'intensità che a dipend da la distansa dij doi pont. Sto potensial a l'é l'adission dij potensiaj U_{ik} relativ a ògni cobia.

$$U = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=i+1}^{n} U_{i,k}$$

e la distansa fra doi pont i e k a sarà dàita da $r_{i,k} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2}$

An coste condission la fòrsa che a agiss an sël pont ch'a fà i a l'avrà coma component

$$\left.\begin{aligned} f_{i,x} &= -\frac{\partial V}{\partial x_i} = \sum_{k=1}^{n} \frac{dV_{ik}}{dr_{ik}} \frac{x_i - x_k}{r_{ik}} \\ f_{i,y} &= -\frac{\partial V}{\partial y_i} = \sum_{k=1}^{n} \frac{dV_{ik}}{dr_{ik}} \frac{y_i - y_k}{r_{ik}} \\ f_{i,z} &= -\frac{\partial V}{\partial z_i} = \sum_{k=1}^{n} \frac{dV_{ik}}{dr_{ik}} \frac{z_i - z_k}{r_{ik}} \end{aligned}\right| \quad i \neq k$$

A l'é ciàir che ste fòrse a son a cobie uguaj e contràrie e che donca, se a son considerà tute ansema, l'arzultanta a l'é nula (as trata d'un sistema isolà). Për ògni pont material con massa m_i a valo j'equassion diferensiaj ëd Newton:

$$f_{i,x} = m_i \cdot \ddot{x}_i \quad ; \quad f_{i,y} = m_i \cdot \ddot{y}_i \quad ; \quad f_{i,x} = m_i \cdot \ddot{z}_i$$

Se adéss i passoma dal sistema d'arferiment S al sistema d'arferiment S', i notoma che le distanse a cambio nen edonca $r_{i,k} = r'_{i,k}$, $x_i - x_k = x'_i - x'_k$, e via fòrt.

Ëdcò 'l potensial V, che a dipend mach da le distanse, a cambia nen, nì coma forma nì coma valor, e coma consegoensa i l'avroma che $\frac{\partial V}{\partial x_i} = \frac{\partial V}{\partial x'_i}$; $\frac{\partial V}{\partial y_i} = \frac{\partial V}{\partial y'_i}$; $\frac{\partial V}{\partial z_i} = \frac{\partial V}{\partial z'_i}$, e parèj le component dle fòrse a resto istésse. Dal moment che 'l temp a l'é istéss, ëdcò le derivà sconde dle posission (acelerassion) a cambio nen.

ËL PROBLEMA DIJ CAMP ELETRO-MAGNÉTICH

Fin-a a prima djë studi an sij camp eletro-magnétich, e an particolar prima djë studi 'd Maxwell (vers ël 1870), a smijava che tut a andèisa bin con costi prinsìpi 'd Galiléo.

A parte da tuti ij travaj fàit da arsercador coma Coulomb, Oersted, Ampére, Henry, Faraday, Gauss, che da la fin dël '700 anas a l'avìo studià l'eletricità e 'l magnetism, arcavand amportante lèj fìsiche, Maxwell a l'ha butà ansema soe equassion che a cheuìjo tuti sti arzultà ant na teorìa che chièl a l'era riussì a rende coerenta. An definitiva tuti ij fenòmeno eletro-magnétich a son dëscrivù da coste equassion. I armandoma sens'àutr a la session an sl'Eletricità e Magnetism (session sinch) e an particolar a la part eut ëd costa session.

L'ipòtesi 'd l'étere

J'equassion ëd Maxwell as suponìo arferìe a un sistema d'arferiment fiss rispét a n'entità considerà la séde 'd tuti ij fenòmeno eletro-magnétich, che a l'era stàita ciamà "etere".

Costa a l'era n'ipòtesi 'd travaj che a ciamava 'd trové d'equassion che a 'ndèiso bin ant un sistema d'arferiment an moviment rispét a l'etere, e tut lòn che sòn a comportava. An pì a-i era 'l problema che j'equassion ëd Maxwell a son nen invariante rispét a na trasformassion ëd Galiléo. J'equassion a dovrìo cambié forma ant un sistema che as bogia rispét a l'étere, e sòn a sugerìa che as podìo fé 'd misure su fenòmeno eletro-magnétich che a l'avrìo dovù evidensié 'l moviment d'un sistema d'arferiment rispét a l'étere.

Le trasformassion ëd Lorentz

Na còsa notà da Lorentz ant j'ani dal 1900 al 1904 a propòsit dj'equassion ëd Maxwell a l'é che coste equassion, che a son nen covariante rispét a le trasformassion ëd Galiléo, a son anvece covariante (a manten-o l'istessa forma) rispét a coste trasformassion (sempe suponend un moviment drit costant arlongh l'ass x, con velocità w, dël sistema d'arferiment S' rispét al sistema S) :

$$x' = \frac{x - wt}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad y' = y \quad ; \quad z' = z \quad ; \quad t' = \frac{t - \frac{x\beta}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{con} \quad \beta = \frac{w}{c} \quad \text{e} \quad c = \text{velocità dla lus}$$

An coste trasformassion, dite giusta "***trasformassion ëd Lorentz***", ëdcò 'l temp a càmbia ant un sistema d'arferiment an moviment. As peul noté che ste trasformassion as arduvo a cole 'd Galiléo se as supon $c = \infty$. La diferensa fra coste trasformassion e cole 'd Galiléo as arduv man man che la velocità w a dventa cita. Sta trasformassion a l'era stàita anmaginà për dé na giustificassion a l'esperiment ëd Michelson che i vardoma sì sota, ma cand a son stàite scrivue a l'era nen ciàira la portà ëd lòn ch'a implicavo da na mira fìsica, e a j'ero pitòst antërpretà coma n'artifìssi matemàtich.

L'esperiment ëd Michelson

Ant ël tentativ d'arlevé 'l moviment dël sistema d'arferiment rispét a l'ipotétich étere, a l'é stàit famos cost esperiment ëd Michelison (ant ël 1879), arpetù peui da d'àutri, e sempe con precision pì gròssa. L'esperiment a part da l'ipòtesi che se la lus, radiassion eletro-magnética, as propaga con soa velocità ant l'étere, ant un sistema d'arferiment terestr as dovrìa misuré na velocità pì àuta cand la propagassion a l'é ant la diression dël moviment dla tèra ma an vers contrari, e pì bassa cand la propagassion a l'é ant la diression dël moviment dla tèra e ant l'istéss vers. Is arferima a figura 1, andova a-i é në schema dl'interferòmeter për l'esperiment midem.

Na sors luminosa S a manda un ragg ëd lus a incide su na surfassa pian-a semi-trasparenta s butà a $45°$ su sò përcors an posission O. su sta surfassa as divid an doi ragg, ant l'ördin OA e OB a

90° fra 'd lor, che ant ij pont *A* e *B* a son arbatù 'ndarera da doi spécc *s'* e *s''*. Tornand andarera a rivo torna an sla lastra *s* e sì as divido torna ognidun an doi ragg.

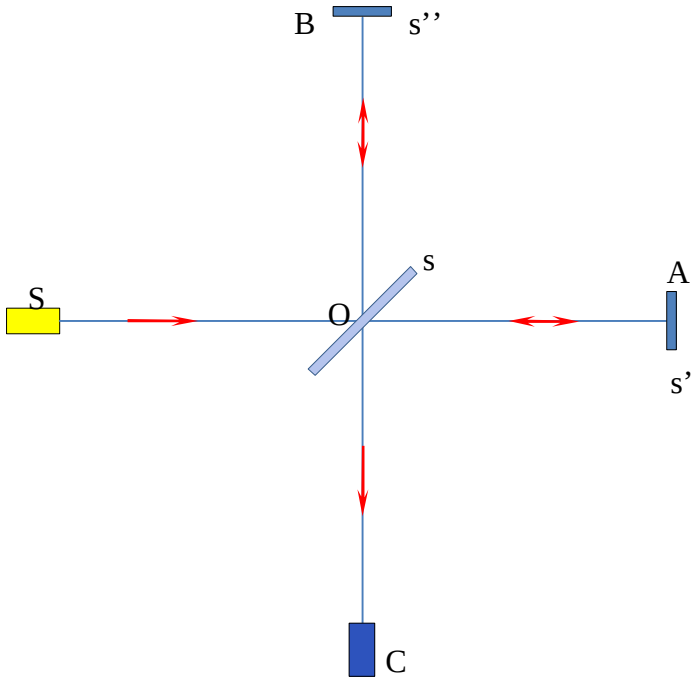

Figura 1 - Esperiment ëd Michelson

Ant ël canucial butà ant ël pont *C* a rivo donca ij doi ragg *SOAOC* e *SOBOC* . Ant ël pont *C* as podran vëdde ij fenòmeno d'interferensa provocà da la diferensa 'd temp butà a përcore 'l trait *OAO* e l' trait *OBO*.

As supon che la tèra as bogia con na velocità ***w*** rispét a l'etere e i suponoma 'd fé na prima misura con la diression *OA* ant la diression dël vetor ***w***. I ciamoma l_1 la distansa *OA* e i disoma che, second la composission dle velocità 'd Galiléo, la velocità dla lus longh ël tràit *OA* a l'é $c - w$, mentre për torné an sël tràit *AO* la velocità a l'é $c + w$.

Ël temp τ_1 che a-i và për fé *OAO* antlora a val:

$$\tau_1 = \frac{l_1}{c-w} + \frac{l_1}{c+w} = \frac{l_1}{c}\left(\frac{1}{1-\beta} + \frac{1}{1+\beta}\right) = \frac{l_1}{c}\left(\frac{1+\beta+1-\beta}{1-\beta^2}\right) = \frac{2l_1}{c}\left(\frac{1}{1-\beta^2}\right)$$

Dal moment che β a l'é motobin cit, as peul svilupé τ_1 an potense 'd β e fërmésse a la sconda potensa. As oten che $\tau_1 \cong \frac{2l_1}{c}\left(1+\beta^2\right)$. I notoma che, coma i l'oma butà prima, $\beta = \frac{w}{c}$.

Adéss i vardoma 'l temp che a-i buta la lus a përcore 'l trait *OBO* , andova i ciamoma l_2 la distansa misurà fra *O* e *B*. A venta noté che la distansa che a ven përcorùa an efét da la lus, com a l'é ilustrà an figura 2, a l'é un pòch ëd pì che la distansa $2\,l_2$. Dal moment che 'l ragg a part da la posission *O* vers *B* al moment che l'istéss ragg a torna al pont *O*, cost a l'é spostàsse da la posission *O'* a la posission *O''*. Sto spostament, se τ_2 a l'é 'l temp ëd përcorensa dël tràit *OBO*, a val $w \cdot \tau_2$.

Ël përcors complét *L* a val donca $L = O'B + BO'' = \sqrt{4l_2^2 + w^2\,\tau_2^2}$.

Dal moment che sto përcors a ven fàit an diression, an pràtica, normal a la velocità *w*, as peul dì che 'l përcors midem a ven fàit a la velocità *c* e che donca a l'é longh $c \cdot \tau_2$. donca i scrivoma:

$c\tau_2 = \sqrt{4l_2^2 + w^2\,\tau_2^2}$ che, aussà al quadrà, a dà $c^2\tau_2^2 = 4l_2^2 + w^2\,\tau_2^2$

$$\tau_2^2 = \frac{4l_2^2}{c^2} + \beta^2\,\tau_2^2 \quad ; \quad \tau_2^2 - \beta^2\,\tau_2^2 = \frac{4l_2^2}{c^2} \quad ; \quad \tau_2^2 = \frac{4l_2^2}{c^2}\frac{1}{1-\beta^2}$$

$\tau_2 = \dfrac{2l_2}{c}\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ che, con l'aprossimassion com prima an dà

$$\tau_2 \cong \frac{2l_2}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right)$$

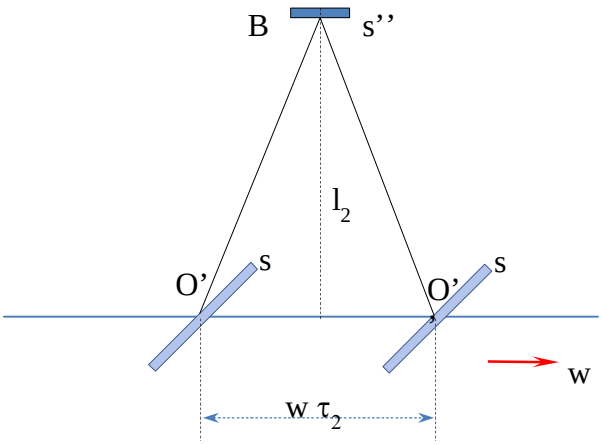

Figura 2 - Misura 'd Michelson. Cont ëd τ_2

La diferensa dij temp ëd propagassion an sij doi përcors a arzulta esse dàita da

$$\tau = \tau_2 - \tau_1 \cong \frac{2}{c}\left[l_2\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right) - l_1\left(1 + \beta^2\right)\right]$$

e sòn a pròvoca l'interferensa che a peul esse osservà ant ël pont C.

A sta mira as peul viré 'd $90°$ l'interferòmeter an manera 'd porté 'l brass OB ant la diression dla velocità $\boldsymbol{w}$, e 'l brass OA ant la diression normal. An coste condission, se l'adission dle velocità a fussa rispetà, ël temp ëd ritard τ' a dovrìa arzulté:

$$\tau' = \tau_2 - \tau_1 \cong \frac{2}{c}\left[l_2\left(1 + \beta^2\right) - l_1\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right)\right]$$

Donca a dovrìa essie në spostament dle frange d'interferensa corispondent a la variassion dël ritard dàita da: $\Theta = \tau - \tau' \cong \dfrac{l_1 + l_2}{c}\beta^2$

Da sto spostament as podrìa arcavé β e peui w.

Ma tuti j'esperiment fàit an vàire condission, con la tèra an posission diferente rispét al sol, a l'han sempe dàit com arzultà che $w = 0$, comprèis j'esperiment che a dovravo la lus dël sol midema.

Da costi arzultà as podrìa conclude, coma consegoensa lògica, che l'étere, vis-a-dì 'l pòst andova a càpito ij fenòmeno eletro-magnétich, a l'é solidal con la Tèra. Sta còsa che a sarìa pitòst difìcil da giustifiche, a portrìa a na posission privilegià dla Tèra, a la mira dël sitema tolemàich ëd bon-a memòria. An pì, a costa conclusion as opon-o j'arzultà d'àutre esperiense e d'àutre osservassion che i vardoma ampressa sì sota.

Aberassion astronòmica anual

Sto fenòmeno a l'é stàit scheuvrì da Bradley ant ël 1727. Durant ël cors ëd l'ann, le sèile a smija che a faso na cita elìsse ant la vòlta del cel, anvece d'esse fisse. Sto fenòmeno a peul esse spiegà an manera sempia, ma bin aprossimà, da la teorìa dl'emission. Is arferima a figura 3.

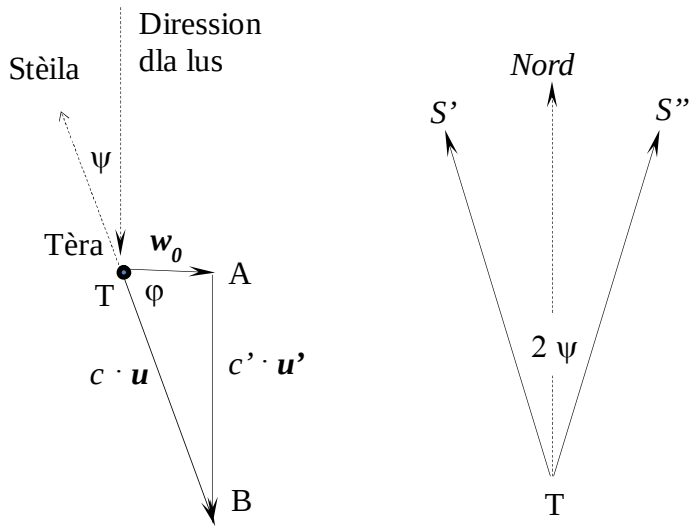

Figura 3 - Aberassion anual

Se $\boldsymbol{u}$ a l'é un versor orientà da la stèila vers la Tèra, i l'avroma che la lus a riva an sla Tèra con costa diression, coma 'l vetor $c \cdot \boldsymbol{u}$. Ma la Tèra as ëspòsta con na velocità $\boldsymbol{w_0}$, e donca për n'osservator solidal con la Tèra midema sta lus a l'é vëddùa coma 'l vetor : $c' \cdot \boldsymbol{u'} = c \cdot \boldsymbol{u} - \boldsymbol{w_0}$.

Se i ciamoma φ l'àngol fàit dai vetor $\boldsymbol{w_0}$ e $\boldsymbol{u}$ e i ciamoma ψ l'àngol fra $\boldsymbol{u}$ e $\boldsymbol{u'}$, i podoma apliché 'l teorema dij sen al triangol *TAB*, e i trovoma che

$$\sin\psi = \frac{w_0}{c'}\sin\varphi$$

ma i podoma consideré che $\frac{w_0}{c'} \cong \frac{w_0}{c} = \beta$ e che ψ a l'é cit a basta da podej confonde 'l sen con l'àngol.

Donca i podoma scrive che $\psi = \beta \sin\varphi$.

An soa rivolussion antorna al Sol ël vetor $\boldsymbol{w_0}$, ant n'ann, a farà na rotassion ëd 360°. Sòn a veul dì che 'dcò la posission dla stèila a sarà vëddùa da la Tera a n'àngol ψ rispét a cola che a l'é soa efetiva posission, e 'l ragg ëd la visual a dëscriv un còno con n'àngol $2\ \psi$ ant ël cò. La sconda part ëd figura a mostra j'àngoj ëd visual ëd na stèila che a sia an posission tala che l'àbia $\varphi = 90°$, osservà an doe vire a distansa 'd ses mèis. La prima vira i l'avroma 'l ragg $S'\ T$ e la sconda vira ìl ragg $S''\ T$, che fra 'd lor a fan n'àngol 2ψ. Na misura sperimental ëd cost àngol a dà $41''$.

Ma se a fussa che l'étere a l'é solidal con la Tèra, com as podrìa deduve da l'esperiensa 'd Michelson i dovrìo avèj che $\boldsymbol{w_0} = 0$ (étere che a viagia ansema a la Tèra) e donca $\psi = 0$. L'arzultà dla misura sperimental a l'é anvece precis se as supon l'arferiment assolut fiss rispét al Sol.

Esperiensa 'd Fizeau

I acenoma giusta a costa esperiensa, fàita për serché 'd trové un sistema d'arferiment për j'equassion ëd Maxwell. L'esperiment a serca dë stabilì se 'l supòst étere a sia solidal con ël mojen andova as verìfica la propagassion. Un-a dle forme 'd cost esperiment (pensà da Zeemann) a l'é arpresentà an figura 4,

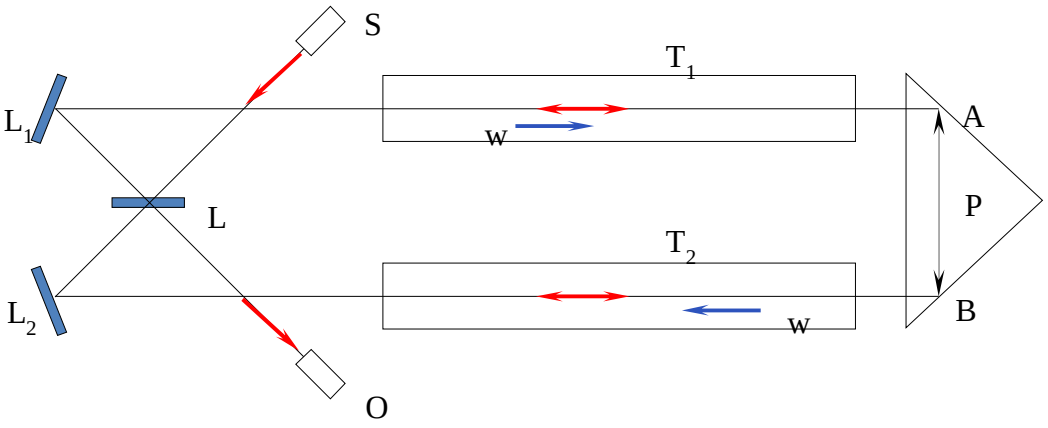

Figura 4 - Esperiensa 'd Fizeau.

Na sors ëd lus *S* a manda un ragg a 45° an 's na lastra *L* semi-arbatenta, che a divid ël ragg an doe part, dont la prima a fà 'l përcors L_1, T_1, *A, B (travers ël prisma P)* T_2, L_2, *L, O*, mentre la sconda a fà 'l përcors L_2, T_2, *B, A (travers ël prisma P)* T_1, L_1, *L, O* . Ij doi përcors a son longh istéss e an *O* as osserva l'interferensa dij doi ragg, se un dij doi a l'ha fàit ël përcors con na velocità diferenta. T_1 e T_2 a son doi tubo con fond traparent andova a ven fàita score d'aqua con na velocità ***w***, an diression opòsta. Ël prim ragg a viagia ant ij tubo con l'istéssa diression ëd l'aqua, mentre lë scond ragg a traversa ij tubo "contra-corent".

An efét, butand l'aqua an moviment, as peul osservé në spostament dle frange d'interferensa, ma nen corispondent a l'ipòtesi che l'étere a viagia con l'aqua. Un rabastament parsial, com as podrìa deduve, a cobia nen con l'esperiensa 'd Michelson.

An conclusion

Se as pijo për bon-e le trasformassion ëd Galiléo da apliché a sistema d'arferiment an moviment drit costant fra 'd lor (comprèisa l'esistensa d'un temp universal), e as serca n'arferiment për la sede dij fenòmeno eletro-magnétich, ciamà étere, tuti j'esperiment fàit për studié st'étere a pòrto a 'd conclusion che a son sempe contraditòrie.

A sta mira ò as consideravo "nen giuste" j'equassion ëd Maxwell, ma sòn a l'era nen possìbil, dal moment che coste equassion a j'ero bin verificà e nen criticàbij ant la sostansa, opura a ventava atribuì a sto "étere" caraterìstiche diferente da na situassion a l'àutra, còsa pitòst dròla për n'entità fìsica.

A-i era quaicòs che a lassava nen sodisfàit, e a ventava trové n'àutra dëscrission che a podèissa fé sté ansema tut lòn che a l'era stàit ëstudià e che a smijava giust. A ventava 'dcò trové na giustificassion a j'arzultà dj'esperiment, che a cobiavo nen con la teorìa, ma che a podìo nen esse considerà sbalià.

Pàgina lassà veuida apòsta

IJ PRINSÌPI 'D RELATIVITÀ STRÈITA

An costa situassion, ant ël 1905, Einstein a pùblica sò travaj, andova a pòrta soe conclusion an sël problema. Për Einstein a ventava arvëdde tuti ij prinsìpi e postulà dla Fìsica, a parte da la Mecànica, comprèis, e pì che tut, ij prinsìpi che a portavo a le trasformassion ëd Galiléo.

La relatività d'Einstein

Prima 'd tut Einstein a estend a tuta la Fìsica ël prinsìpi 'd relatività che Galiléo a arferìa a la Mecànica. Sò prinsìpi a dis che tuti ij sistema inersiaj a son echivalent për la formulassion ëd tute le lèj fìsiche, e un ëd costi a peul nen esse distint da n'àutr con d'esperiment fìsich. Donca 'dcò ij fenòmeno eletro-magnétich a venta ch'a sio comprèis, e nen mach, ma 'dcò ij fenòmeno anlià ai camp ëd fòrse d'interassion nuclear, che a son nen eletro-magnétich.

Se sòn a l'é vèra, antlora 'l concét d'étere a dventa un concét inùtil, dal moment che, se a esistèisa, a sarìa nen possìbil individoé un sò moviment rispét a d'àutri sistema inersiaj, e donca a sarìa franch coma che a-i fussa nen.

Ël prinsìpi d'Einstein a fà nen arferiment a un sistema "rispét a le stèile fisse", ma a caraterìstiche pròprie dël sistema.

Obiession a la relatività 'd Galiléo

I l'oma vist che tut ël problema a ven da la nen compatibilità dj'equassion ëd Maxwell con la relatività ëd Galiléo. I l'oma 'dcò dit che a-i son nen rason bon-e për nen aceté j'equassion ëd Maxwell, e parèj Einstein a l'ha pensà che a j'ero le trasformassion ëd Galiléo a dovèj esse modificà.

Lòn ch'a l'é stàit butà an discussion a l'é la ressiprossità dël moviment e l'esistensa d'un temp assolut, che a son j'ipòtesi ëd Galiléo. An costa manera Einstein a riva a la conclusion che a venta lassé perde l'idèja d'un temp assolut, contut che la còsa, dàita nòstra esperiensa, a smija pitòst dròla.

An efét, për definì un temp universal che a vala për tuti ij sistema inersiaj, a venta prima definì còs as intend për "***event simultàni*** " e, second ij prinsìpi dla Fìsica, definì sòn a veul dì definì 'dcò na manera për misuré la simultanità ëd doi event. Ant la Fìsica 'd prima as podìa dì che doi event a j'ero simultani, sensa considerassion an sij sistema d'arferiment. Ma a venta ten-e cont dël prinsìpi che ant la Fìsica a peulo intré an geugh mach cole grandësse che a peulo esse definìe travers la manera d'osservéje e 'd misuréje.

Se ij doi event A e B a càpito ant l'istéss pòst, as peul trové la manera 'd verifiché se a càpito ant l'istéss temp, con vàire técniche. Ma se ij doi event a càpito an posission distante fra 'd lor, për verifiché la simultanità ëd doi event, l'ùnica manera a l'é cola che ij doi event a mando un segnal vers un dispositiv ed verìfica. Se sto segnal a podèisa viagé a velocità anfinìa, a-i sarìa gnun problema, ma as conòsso nen segnaj che a l'àbio costa carateristica, e qualonque segnal ha l'ha sempe un temp ëd propagassion.

Për soe caraterìstiche, a smija che la lus a sia la manera la pì adata a trasmëtte sti segnaj, përchè soa velocità, che a l'é la pì àuta ch'as conòssa, a l'é la manch condissionà da event e condission esterne. Prima d'arpié 'l discors an sla simultanità, vardoma antlora quàich considerassion an sla propagassion dla lus.

Propagassion dla lus

An prinsìpi, ant la teorìa 'd Maxwell, la lus a l'era dëscrivùa coma na përturbassion che as propagava për onde, ant un mojen stàtich e trasparent, che as trovava daspërtut, e che a l'era stàit ciamà "étere".

I l'oma vist vàire esperiment che a sërcavo 'd buté an evidensa un moviment fra étere e sistema d'arferiment. Coma consegoensa a smijava che as rivèissa nen a evidensié na dipendensa fra la velocità dla lus e 'l sistema d'arferiment andova sta velocità a l'era misurà, e gnanca fra la velocità dla lus e 'l moviment dl'osservator ò dla midema sors luminosa.

A sta mira Einstein a fòrmula st'ipòtesi: " *Ij segnaj luminos as propago, ant ël veuid, an riga drita, an tute le diression e con na velocità* ***c*** *costanta, e sòn an tuti ij sistema inersiaj* ". La velocità misurà al moment a l'era $c = 2{,}997930 \cdot 10^{10}$ *cm/s.*

Sòn a dis ëdcò che la velocità dla lus a dipend nen da la velocità dla sors, còsa che a l'é stàita verificà an diverse manere (andiréte). Natural che costa a l'é n'afermassion che a l'é fòra da nòstra esperiensa e a peul nen esse derivà da na teorìa ondulatària ò corpuscolar da lus.

Simultanità "relativa"

I arpijoma la costion dla simultanità ëd doi event, dòp j'afermassion ch'i l'oma fàit an sla propagassion dla lus. Prima dla relatività as suponìa che la decision an sël fàit che doi event a fusso ò a fusso nen contemporani a l'era sempe l'istéssa an tuti ij sistema an manera indipendenta da sò moviment.

A sta mira dj'ipòtesi fàite, na decision an sla simultanità ëd doi event che a càpito nen ant l'istéss pòst a peu esse formulà an costa manera.

Doi event P e Q che as produvo an doi pont P e Q d'un sistema inersial S a son simultani se, e mach se, le lus emëttùe dai doi pont al verifichësse dl'event a rivo ant l'istéss moment ant ël pont medi M dël segment PQ ant ël sistema S.

Dàita costa definission. antlora i consideroma doi sistema d'arferiment inersiaj S e S'. I suponoma che doi event P e Q as verìfico ant ij pont P e Q dël sistema S. Sti doi pont a corispondo ai pont P' e Q' dël sistema S'. Is arferima a figura 5.

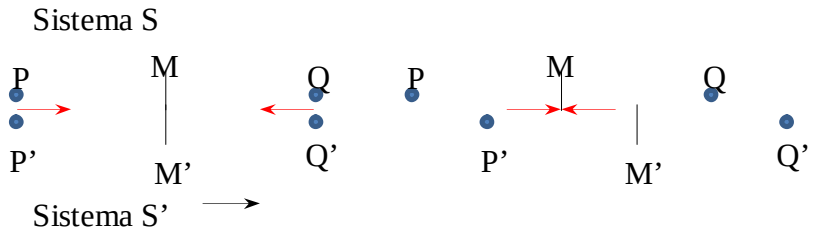

Figura 5 - Simultaneità an doi sistema an moviment

Dai doi pont P e Q dël sistema S a parto doi segnaj luminos che as propago vers ël pont sentral dël segment PQ, ma antant ël sistema S' as ëspòsta con na dàita velocità rispét al sistema S, e cand ij doi segnaj a rivo, ansema, al pont M dël sistema S, ël pont M' dël sistema S' a coincid pì nen con ël pont M dël sistema S. Dal moment che ij doi segnaj a peulo nen ancontrésse tant ant M che ant M', sòn a veul dì che për ël sistema S ij doi event P e Q a son simultani, ma sòn a l'é nen vera për n'osservator ant ël sistema S'.

Se i suponoma che doi pont a sio ferm l'un rispét a l'àutr, e a na distansa l conossùa, a l'é possìbil sincronisé doe mostre ant ij doi pont. Al temp t_1 na mostra a manda un segnal a l'àutra, e sto segnal a sincronisa l'àutra al temp $t_1 + l / c$. Se le mostre a son an moviment l'un-a rispét a l'àutra, antlora la còsa a dventa bin pì complicà, e i la vëddroma magara peui.

Le trasformassion ëd Lorentz

I l'oma già acenà che ant ël 1904 Lorentz a l'avìa publicà 'd trasformassion che a fasìo che j'equassion ëd Maxwell a fusso covariante. An coste trasformassion ëdcò 'l temp a cambia passand da un sistema a n'àutr an moviment, e adéss costa ipòtesi a ven acetà. Arpijoma donca la costion a parte da le doe ipòtesi d'Einstein: - 1) - costansa dla velocità dla lus. - 2) - ressiprossità dël moviment.

I notoma che, coma për le trasformassion ëd Galiléo, dal moment che an doi sistema inersiaj S e S' a val ël prinsìpi d'inèrsia, le stesse considerassion ch'i l'oma fàit prima a propòsit ëd cole trasformassion adéss an pòrto a dì che le relassion fra x, y, z, t e x', y', z', t' a deuvo esse fonsion linear dël tipo:

$$\begin{cases} x' = a_{11}\, x + a_{12}\, y + a_{13}\, z + a_{14}\, t \\ y' = a_{21}\, x + a_{22}\, y + a_{23}\, z + a_{24}\, t \\ z' = a_{31}\, x + a_{32}\, y + a_{33}\, z + a_{34}\, t \\ t' = a_{41}\, x + a_{42}\, y + a_{43}\, z + a_{44}\, t \end{cases}$$

Se peui i suponoma che ij doi sistema as bogio l'un an 's l'àutr con na traslassion arlongh l'ass x e che a un dàit temp inissial j'ass dij doi sistema a coincido (ipòtesi già fàite prima) e i arpetoma j'istésse considerassion fàite prima an 's j'ass y e z, i trovoma sùbit che ste trasformassion as arduvo a

$$x' = \mu(+w)(x - wt) \quad ; \quad x = \mu(-w)(x' + wt')$$

$$y' = y \quad ; \quad z' = z$$

Ma se i butoma $x = -x$ e $x' = -x'$, vis-a-dì che i consideroma j'ass x e x' orientà ant l'àutr sens, se prima S' a traslava rispét a S con velocità w, adéss a l'é S che a trasla rispét a S' con l'istéssa velocità w. Da sòn as deduv che a venta ch'a sia $\mu(-w) = \mu(w)$, pròpi coma prima.

Dal sistema dle doe equassion $x' = \mu(w)(x - wt)$; $x = \mu(w)(x' + wt')$ i podoma arcavé t' che a sarà (i scrivoma giusta μ intendend $\mu(w)$):

$$t' = \frac{x}{\mu w} - \frac{x'}{w} = \frac{x}{\mu w} - \frac{1}{w}(\mu x - \mu w t) = \frac{x}{\mu w} - \frac{\mu x}{w} + \mu t = x\frac{1}{w}\left(\frac{1}{\mu} - \mu\right) + \mu t$$

e se i butoma $f(w) = \frac{1}{w}\left(\frac{1}{\mu(w)} - \mu(w)\right)$ i otnoma

$$t' = f(w)x + \mu(w)t$$

As trata antlora 'd calcolé lòn ch'a val $\mu(w)$. Për fé sòn i dovroma 'l prinsìpi dla costansa dla velocità dla lus. Sempe considerand che ij doi sistema d'arferiment S e S' a coincido a un temp $t = 0$, i suponoma che an sto temp un ragg luminos a parta da l'orìgin comun $O = O'$ dij doi sistema.

Dòp in temp che a sarà t ant S e t' ant S', për ël prim sistema la lus a l'é rivà ai pont ëd la surfassa sférica con ragg $c\,t$ e për lë scond ai pont ëd la surfassa sférica con ragg $c\,t'$.

A l'istéss moment a venta donca ch'a valo le doe equassion:

$$x^2 + y^2 + z^2 - ct = 0 \quad ; \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 - ct' = 0$$

e se i consideroma giusta j'intersession dla sféra con l'ass x i l'avroma:

$$x^2 - c^2 t^2 = 0 \quad ; \quad x'^2 - c^2 t'^2 = 0$$

Da la prima 'd coste equassion as arcava che $x = ct$; $x = -ct$. Arpijoma antlora j'espression ch'i l'oma vist prima $x' = \mu(x - wt)$ e $t' = f\,x + \mu t$, i dovroma për x ij valor sì dzora e i scrivoma

$$x'^2 - c^2 t'^2 = 0$$

$$\mu^2 (ct - wt)^2 - c^2 (f \cdot ct + \mu t)^2 = 0 \quad \text{e, portand fòra } t^2:$$

$$\left[\mu^2 (c - w)^2 - c^2 (f \cdot c + \mu)^2\right] t^2 = 0 \quad \text{e da l'àutra solussion as arcava :}$$

$$\left[\mu^2 (c + w)^2 - c^2 (f \cdot c - \mu)^2\right] t^2 = 0$$

Coste doe equassion a venta che a valo për qualonque valor ëd t, e donca a venta ch'a sio a zero ij coeficent dla variàbil t^2. Vis-a-dì:

$$\mu^2 (c-w)^2 - c^2 (f \cdot c + \mu)^2 = 0$$
$$\mu^2 (c+w)^2 - c^2 (f \cdot c - \mu)^2 = 0$$

Se i sotraoma member a member ste doe equassion, fàite le semplificassion i otnoma che $\mu^2 w + c^2 f \mu = 0$

Se i andoma a sostituì l'espression ch'i l'oma scrivù për la f i otnoma:

$$\mu^2 w + c^2 \left[\frac{1}{w} \left(\frac{1}{\mu} - \mu \right) \right] \mu = 0$$

$$\mu^2 w^2 - \frac{c^2}{w} \left(1 - \mu^2\right) = 0$$

I pijoma mach la solussion positiva, vist che x e x' a l'han l'istéss vers, e i otnoma che

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \text{ andova } \beta = \frac{w}{c}$$

A sta mira i podoma 'dcò esplicité 'l valor ëd $f(w)$ che a sarà:

$$f(w) = \frac{1}{w} \left(\frac{1}{\mu(w)} - \mu(w) \right) = \frac{1}{w} \left(\sqrt{1-\beta^2} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) = \frac{1}{w} \left(-\frac{\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) = -\frac{\frac{\beta}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Da tut lòn ch'i l'oma vist as peul torné 'ndarera a nòstre trasformassion, sempe ant l'ipòtesi (nen limitativa, macassìa) che 'l moviment dij doi sistema a sia na traslassion arlongh l'ass x, con sistema coincident al temp 0, e i trovoma cole ch'a son ciamà le "***Trasformassion ëd Lorentz*** ":

$$x' = \frac{x - wt}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad y' = y \quad ; \quad z' = z \quad ; \quad t' = \frac{t - \frac{\beta}{c} x}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{andova} \quad \beta = \frac{w}{c}$$

Për l'idèja 'd relatività che i voroma antroduve ambelessì, costa trasformassion a basta, ma i notoma che costa a ven dita "*trasformassion special ëd Lorentz* ", mentre la trasformassion general a l'é motobin pì complicà (a includ rotassion e via fòrt).

Le trasformassion inverse as peulo oten-e arzolvend ël sistema an $x, y, z, t,$ opura giusta scambiand $x, y, z, t,$ con x', y', z', t' e w con $-w$, dàita la ressiprossità dël moviment. As oten:

$$x = \frac{x' + wt}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad y = y' \quad ; \quad z = z' \quad ; \quad t = \frac{t' + \frac{\beta}{c} x'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Coste trasformassion a son compatìbij con la teorìa d'Einstein, e an efét Einstein a sugeriss ëd consideré coste trasformassion al pòst ëd cole 'd Galiléo. I l'oma dësgià acenà che coste trasformassion a dvento cole 'd Galiléo se as considera che as peussa buté $c = \infty$, vis-a-dì se as pensa che un segnal, pr'esempi luminos, as propaga an manera istantània.

As peul vëdde 'dcò che për velocità motobin pì cite 'd cola dla lus, l'aprossimassion portà da le trasformassion ëd Galiléo a peul esse trascurà sensa che la còsa a fasa quàich diferensa sensìbil, ëdcò con calcoj motobin precis.

I vëddroma pì anans ëd quantifiché costa aprossimassion, dòp avèj vist cole ch'a son le consegoense che a ven-o da l'adoté costi prinsìpi e coste trasformassion.

Consegoense

I vardoma adéss còs a compòrta l'adoté le trasformassion ëd Lorentz (e donca ij prinsìpi che a l'han prodovùje) a còse sempie coma la misura ëd na longhëssa, opura ëd n'interval ëd temp an doi

sistema inersiaj an moviment fra 'd lor. I suponoma sempe nòstr modél semplificà ëd doi arferiment che a scoro an sl'ass *x*, e con le doe trien-e che a coincido a un dàit moment.

Misura 'd longhëssa

Dàit ij sòlit arferiment *S* e *S'*, i suponoma che, solidal con l'arferiment *S'* a-i sia na sbara paraléla a l'ass *x* dont i voroma misuré la longhëssa *l*.

Ant l'arferiment *S'* a l'é ciàir che se x'_A e x'_B a son le coordinò dj'estrem dla sbara fërma, a basta fé $l' = x'_B - x'_A$, e costa a sarà la longhëssa dla sbara misurà an *S'*.

Ant l'arferiment *S* la sbara as ved score, e për misuréla a venta, a un dàit istant e an manera contemporania, arlevé soe coordinà x_A e x_B, e conté la longhëssa *l* dla sbara coma $l = x_B - x_A$ e costa a sarà la longhëssa dla sbara misurà an *S*.

Se i vardoma le fòrmule 'd trasformassion, e i aplicoma 'l procediment ch'i l'oma dovrà për dimostré che ant le trasformassion ëd Galiléo la longhëssa a càmbia nen, i podoma vëdde che a valo j'espression:

$$x'_A = \frac{x_A}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad x'_B = \frac{x_B}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{e donca} \quad x'_A = \frac{x_A}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad x'_B - x'_A = \frac{x_B - x_A}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

e da sì a arzulta sùbit che $l = l'\sqrt{1-\beta^2}$.

Donca l'arzultà ch'as oten a l'é bin pòch intuitiv e a dis che na sbara an moviment ant ël sens ëd soa longhëssa a l'é pì curta dla sbara midema misurà da fërma. Se la sbara a l'é orientà arlong l'ass *y* ò l'ass *z*, anvece, soa longhëssa a càmbia nen.

I podoma comensé a fésse n'idèja an sl'aprossimassion ch'i l'oma dit prima. I suponoma na velocità ëd *40'000 km/h*, che a peul esse cola ëd na càpsula slansà ant lë spassi. Sòn a corispond a pì ò manch *11'111 m/s*. Për la velocità dla lus i pijoma *299.792.458 m/s*, e parèj i trovoma che $\beta = 3{,}7 \cdot 10^{-5}$ e donca $\beta^2 = 1{,}37 \cdot 10^{-9}$. ël fator ëd ridussion a val *0,999999999315*. Na sbara d'un meter as arduv ëd *0,315 milionésim ëd milim.*

Misura ëd n'interval ëd temp

Sempe ant le condission ëd prima i suponoma che ant ël sistema *S'* doi event *A* e *B* a càpito ant l'istéss pont, che i pijoma coma orìgin dël sistema *S'*. I disoma che *A* a càpita al temp *0* e che *B* a càpita al temp τ'.

Për l'event *A* i l'oma $x'_1 = 0 \;;\; t'_1 = 0$

Për l'event *B* i l'oma $x'_2 = 0 \;;\; t'_2 = \tau'$

A l'é ciàir che l'interval fra *A* e *B*, coma misurà an *S'*, a val τ'.

Se i vardoma lòn ch'as misura an *S*, andova ij doi eventa a càpito ant un pont ch'a bogia, i l'avroma, suponend che 'l prim event a càpita ant ël temp *0* ëdcò për ël sistema *S*,

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{\beta}{c}x'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 0 \quad ; \quad t_2 = \frac{t'_2 + \frac{\beta}{c}x'_2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{e donca} \quad t_2 - t_1 = \tau = \frac{\tau'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Ant un sistema an moviment donca 'l temp a l'é pì longh, ant ël sens che la distansa temporal fra un prinsìpi e na fin ëd n'istéss fenòmeno a ven misurà pì longa da n'osservator an moviment rispét al pont andova 'l fenòmeno a càpita.

Considerassion su coste conclusion

I foma doi esempi, un për le longhësse e l'àutr për ij temp, che a mostro coma sta contrassion dle longhësse e sto dilatament dij temp a son anlià al concét ëd simultanità com i l'oma dëscutulo prima.

Longhësse

Suponoma d'avéj doe aste AB e $A'B'$ che a l'arpòs a sio longhe istésse, e na tersa asta 'd misura che i podoma ciamé M. Coma sempe i consideroma le tre aste paralele fra 'd lor e paralele a l'ass x dël rispetiv sistema d'arferiment.

Disoma peui che AB a l'é solidal con un sistema d'arferiment S, mentre $A'B'$ a l'é solidal con un sistema S', mentre M a l'é solidal con un sistema S'' che sì i consideroma coma l'arferiment ferm. Is arferima a figura 6.

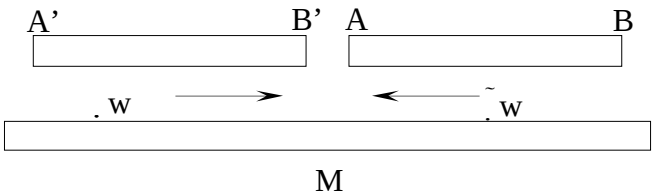

Figura 6 - Misura 'd longhëssa d'un segment

I sistema S e S' a viagio an diression opòste con l'istéssa velocità, e as ancontro a l'autëssa dël régol M, andova a l' possìbil misuré la distansa fra ij pont andova as ancontro ij doi estrem A, A' e ij doi estrem B e B'. Ant ël sistema ferm S'', për rason ëd simetrìa, j'ancontr dij doi estrem A con A' (event $\mathcal{A}$) e dij doi estrem B con B' (event $\mathcal{B}$) a son doi event simultani.

I suponoma che l'ancontr a sia segnalà da doi segnaj luminos, e che an sël régol M as regìstro le posission spassiaj A''' e B''' dij pont d'ancontr. Ij doi segnaj a rivran giusta ant ël pont sentral dla distansa $A'''B'''$. Da lòn ch'i l'oma dit prima a propòsit ëd simultanità, a arzulta anvece che ant l'arferiment S as misura che $A'B'$ a l'é pì curt che AB, dal moment che l'event $\mathcal{A}$ a precéd l'event $\mathcal{B}$ e, al contrari ant l'arferiment S' i l'oma che AB a l'é pì curt che $A'B'$ dal moment che l'event $\mathcal{B}$ a precéd l'event $\mathcal{A}$.

Temp

I vardoma adéss na misura relativìstica dël temp. I consideroma un còrp $\mathcal{C}$ che as bogia an manera paraléla rispét a un còrp $\mathcal{C}'$, con na velocità relativa v. I pijoma ij sòlit doi sistema d'arferiment S e S', dont ël prim a sia solidal con $\mathcal{C}$ e lë scond con $\mathcal{C}'$. I consideroma coma ferm ël sistema S'. Is arferima a figura 7.

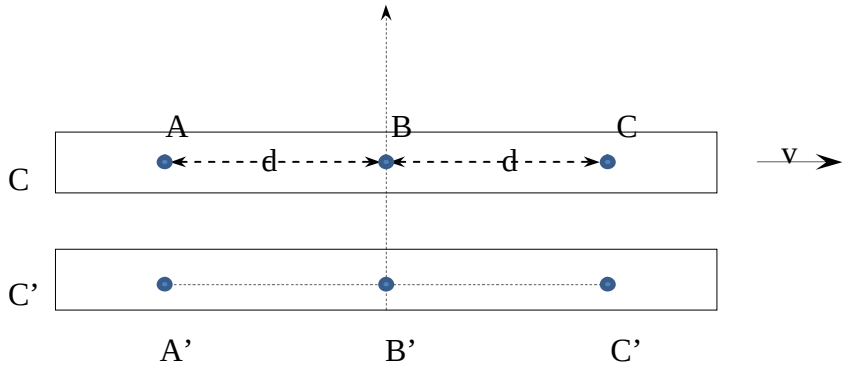

Figura 7 - Misura relativìstica 'd temp

I suponoma che ant ij pont A, B, C dël còrp $\mathcal{C}$, che rispét al sistema d'arferiment S a l'han coordinà $-d, 0, +d$, al temp $t = 0$ a càpito tre event simultani. Ant ël sistema S', solidal con ël còrp $\mathcal{C}'$, sti tre event a saran pì nen simultani, ma a capitran, second lòn ch'i l'oma vist, ai temp:

$$t'_A = \frac{\beta \frac{d}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad t'_B = 0 \quad ; \quad t'_C = -\frac{\beta \frac{d}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Se dòp un temp τ a càpita torna na série 'd tre event contemporani, sempe ant ij pont A, B, C dël còrp $\mathcal{C}$, ant ël sistema S' i l'avroma torna che 'l temp ëd costi event a l'é misurà coma:

$$\theta'_A = \frac{\tau + \beta \frac{d}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad \theta'_B = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad \theta'_C = \frac{\tau - \beta \frac{d}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

J'intervaj ëd temp fra la prima e la sconda série d'event a saran:

$$\theta'_A - t'_A = \theta'_B - t'_B = \theta'_C - t'_C = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

d'acòrdi con lòn ch'i l'oma vist prima a propòsit dla dilatassion dij temp.

I podoma adéss supon-e che j'event, a parte da n'istant $t' = 0$, a càpito contemporani su $\mathcal{C}'$, solidal con S', ant ij pont A', B', C'. A sta mira i l'oma che 'l sistema S a l'ha na velocità relativa ëd -v rispét a S'. J'event a saran vist ai temp:

$$t_A = -\frac{\beta \frac{d}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad t_B = 0 \quad ; \quad t_C = \frac{\beta \frac{d}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Coma prima i consideroma che dòp un temp $t' = \tau$ a càpita n'àutra serie d'event contemporani, ant ij pont A', B', C'. Costi event , ant ël sistema S, a son osservà ai temp:

$$\theta'_A = \frac{\tau - \beta \frac{d}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad \theta'_B = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad \theta'_C = \frac{\tau + \beta \frac{d}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

J'intervaj ëd temp fra la prima e la sconda série d'event a saran ancora sempe:

$$\theta_A - t_A = \theta_B - t_B = \theta_C - t_C = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

I disoma, sensa arporté j'esperiment, che coste relassion a l'han na conferma sperimental.

Cinemàtica relativìstica

I vardoma sì 'l problema dla composission dle velocità, com i l'avìo già vist ant ël cas dle trasformassion ëd Galilèo.

I consideroma che un pont as bogia con velocità $\boldsymbol{v}$ rispét al sistema S e con velocità $\boldsymbol{v}'$ rispét al sistema S', che a soa vira as bogia a la velocità $\boldsymbol{w}$ rispét al sistema S. I osserovma che le component dla velocità ant ij doi sistema a saran, second soa definission, le derivà prime rispét al temp dle coordinà dël pont midem. Vis-a-dì:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad ; \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad ; \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} \quad ; \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'} \quad ; \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

I pijoma, coma sempe, j'ass x e x' ant la diression dla velocità $\boldsymbol{w}$. I scrivoma antlora ij diferensiaj dle coordinà e dël temp dël sistema S ant le coordinà dël sistema S'.

$$dx = \frac{dx' + \vec{w}\,dt'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad dy = dy' \quad ; \quad dz = dz' \quad ; \quad dt = \frac{dt' + \frac{\beta}{c}dx'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

e a sta mira i podoma scrive le derivà che a dàn v_x, v_y, v_z , dividend dx, dy, dz për dt.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx' + \vec{w}\,dt'}{dt' + \frac{\beta}{c}dx'} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + \vec{w}}{1 + \frac{\beta}{c}\frac{dx'}{dt'}}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt' + \frac{\beta}{c}dx'}\sqrt{1-\beta^2} = \frac{\frac{dy'}{dt'}\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{\beta}{c}\frac{dx'}{dt'}}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt' + \frac{\beta}{c}dx'}\sqrt{1-\beta^2} = \frac{\frac{dz'}{dt'}\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{\beta}{c}\frac{dx'}{dt'}}$$

Donca i podoma scrive:

$$v_x = \frac{v'_x + \vec{w}}{1 + \frac{\beta}{c}v'_x} \quad ; \quad v_y = \frac{v'_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{\beta}{c}v'_x} \quad ; \quad v_z = \frac{v'_z\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{\beta}{c}v'_x}$$

Për j'equassion inverse a venta ten-e cont ëd na velocità negativa -w rispét a prima, e donca:

$$v'_x = \frac{v_x - \vec{w}}{1 - \frac{\beta}{c}v_x} \quad ; \quad v'_y = \frac{v_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{\beta}{c}v_x} \quad ; \quad v'_z = \frac{v_z\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{\beta}{c}v_x}$$

I podoma noté che, componend le velocità, nen mach la component ant la diression dël moviment dij sistema a càmbia, ma 'dcò j'àutre doe.

I podoma 'dcò scrive la relassion che a-i é fra ij mòduj dle velocità d'un còrp mòbil coma viste an doi sistema d'arferiment S e S'. I scrivoma antlora l'espression:

$$c^2 - v_x^2 - v_y^2 - v_z^2 = \frac{1-\beta^2}{\left(1 + \frac{\beta}{c}v'_x\right)^2}\left(c^2 - v'^2_x - v'^2_y - v'^2_z\right)$$

e considerand ij mòduj dle velocità as oten

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{\beta}{c}v'_x}\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}$$

I notoma a sta mira coma la velocità dla lus a sia na velocità lìmit. Se an efét i suponoma che la velocità dël pont an diression x' rispét a S' a sia $v'_x = c$, e che a sia 'dcò $w = c$. la velocità v_x a arzulta sempe $v_x = \dfrac{c + c}{1 + \frac{c^2}{c^2}} = \dfrac{2c}{2} = c$

Sòn as ved ëd cò dal fàit che se w a fussa $w > c$ i l'avrìo che la quantità $\sqrt{1-\beta^2}$ a dventrìa anmaginària.

Cronotòpo ò spassi-temp

Costa a l'é na manera geométrica dë studié ij fenòmeno relativìstich, che a l'é stàita antrodovùa da Minkowski.

As consìdero le quat variàbij x, y, z, t coma le coordinà ëd në spassi a quat dimension. Ògni pont an sto spassi a arpresenta un "***pont cronotòpich***" opura un "***event elementar***", e lë spassi midem a ven ciamà "***cronotòpo***" opura "***spassi-temp***". A l'é ciàir che na rapresentassion gràfica an general, a sta mira, a dventa un problema (as peul fé se as pensa a moviment mach arlongh a un-a ò doe diression).

Ant lë spassi ordinari mentre un pont as ëspòsta a càmbio soe coordinà mentre 'l temp a càmbia. Ant le spassi-temp la stòria cinemàtica dël pont a l'é arpresentà da la sucession ëd soe posission, che a formo na "lìnia cronotòpica".

L'inclinassion ëd costa lìnia, rispét a l'ass t, dàita da le derivà $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ che a son fonsion ëd t, a dà a ògni moment la velocità dël pont.

Un pont a passa a na posission davzin-a travers increment infinitésim ëd soa posission, vis-a-dì con j'increment dx, dy, dz, dt . As definiss "*quadrà dl'element linear* " dël cronotòpo la forma diferensial $ds^2 = c^2\, dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$.

Metod geométrich an doe dimension (x, t)

Is butoma ant un cas sempi, andova i podoma 'ncora dovré na rapresentassion gràfica. I suponoma, an efét, d'avèj un pont material che a viagia arlongh l'ass x, mentre soe coordinà y e z a resto costante e uguaj a zero. Anvece dlë spassi-temp a quat dimension i podoma consideré mach ël pian xt për descrive nòstr moviment.

A ven còmod consideré coma variàbil $\theta = c\,t$ anvece che la vatiàbil t, (an costa manera an dij doi ass a-i son longhësse), e peui supon-e che le scale an sij doi ass a sio j'istesse.

A l'é ciàir che sto pian $x\theta$ a l'é në spassi-temp, dont ògni pont a arpresenta un "*pont-event* ". Is arferima a figura 8

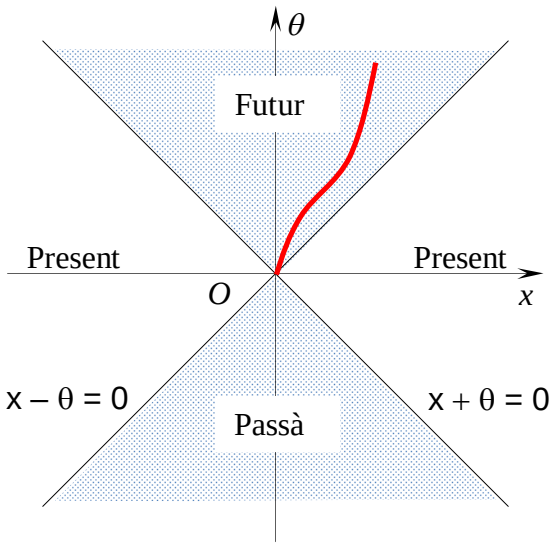

Figura 8 - Spassi-temp për un pont an sl'ass x

Is butoma ant un cas sempi, andova i podoma 'ncora dovré na rapresentassion gràfica. I suponoma, an efét, d'avèj un pont material che a viagia arlongh l'ass x, mentre soe coordinà y e z a resto costante e uguaj a zero. Anvece dlë spassi-temp a quat dimension i podoma consideré mach ël pian xt për descrive nòstr moviment.

A ven còmod consideré coma variàbil $\theta = c\,t$ anvece che la vatiàbil t, (an costa manera an dij doi ass a-i son longhësse), e peui supon-e che le scale an sij doi ass a sio j'istesse.

Ël moviment dël pont a sarà arpresentà da na lìnia oraria an sto pian $x\theta$. I l'oma vist che la velocità dla lus a l'é un lìmit, e donca për che un pont as bogia arlongh l'ass x a velocità inferior a c a venta che a sia sodisfàita la condission:

$$\left|\frac{dx}{d\theta}\right| = \left|\frac{1}{c}\frac{dx}{dt}\right| < 1$$

Sòn a dis che la tangent a la lìnia orària ant un pont qualonque a venta che a fasa n'àngol con l'ass θ pì cit ëd $45°$. Un segnal che as propaga a la velocità dla lus an sl'ass x, ant un sens ò ant l'àutr, partend da $x = 0$ al temp $t = 0$, a l'é arpresentà dai pont dla lìnia $x - \theta = 0$ (an sens positiv) o dai pont dla lìnia $x + \theta = 0$ (an sens negativ). A l'é ciàir che qualonque lìnia orària che a passa për l'orìgin O a dovrà resté ant lë spassi, antorna a l'ass θ, limità da le lìnie $x - \theta = 0$ e $x + \theta = 0$.

Se O e P a son doi event dla stéssa lìnia drita 'd lus, vis-a-dì la lìnia che a arpresenta la propagassion d'un segnal luminos ch'i l'oma vist prima, e O a corispond a la patensa dël segnal dal pont $x = 0$ al temp $t = 0$, ël pont P a arpresenta 'l passagi dël segnal ant ël pont x corispondent a soa assissa, al temp t corispondent a soa ordinà. Sto pont a sarà an sla lìnia $x - \theta = 0$.

Le doe lìnie $x - \theta = 0$ e $x + \theta = 0$ a divido 'l pian an tre zòne, dont la prima a l'é cola comprèisa antorna a l'ass θ positiv, e a l'é dita cola dël ***futur fìsich***, che a comprend tuti ij pont che as peulo ragiunge da l'orìgin con pont (segnaj) che as bogio a velocità inferior a cola dla lus (ël lìmit a l'é dàit da le doe righe drite). La sconda a l'é cola comprèisa antorna a l'ass θ negativ , e a l'é dita cola dël ***passà fìsich***, che a comprend tuti ij pont-event da 'ndova a peulo parte segnaj vers l'orìgin, che as propago a velocità inferior a cola dla lus (ël lìmit a l'é dàit da le doe righe drite). Ant la tèrsa zòna, antorna a l'ass x, a-i sarìo, se a esistèiso, pont anteressà da event su lìnie orarie che a supon-o na propagassion con velocità superior a cola dla lus, che a esisto nen.

A l'é da noté che 'l pont-event ch'i l'oma sernù coma orìgin a a rpresenta gnun pont particolar, ma un pont genérich qualonque. I suponoma che ant l'orìgin as treuva l'osservator. Rispét a sto pont as peulo antlora definì tre zone, dont un-a a l'é 'l futur ativ, andova l'osservator a peul agì con n'assion fìsica, la sconda a l'é 'l passà passiv, che a arpresenta j'event che a peulo avèj agì an sl'osservator, la tersa as podrìa antërpreté coma ipotétich event che a peulo nen influensé an gnun-e manere l'osservator esercitand quàich assion fìsica, e che l'osservator midem a peul nen influensé an gnun-e manere con quàich assion fìsica.

Estension a tre dimension (x, y, t)

I anmaginoma, com i l'oma fàit prima, che al temp $t = 0$ a parta un segnal luminos dal pont O ëd coordinà $x = 0, y = 0$. Dòp un temp t sto segnal a riva al pont P(x, y), e l'equassion dël ragg a sarà

$$\sqrt{x^2 + y^2} = c\,t \quad \text{vis-a-dì} \quad x^2 + y^2 - c^2 t^2 = 0$$

Costa equassion, considerà ant lë spassi-temp x, y, θ, a corispond a cola d'un còno ret con ël cò ant l'orìgin, dont j'intersession con ëd pian paraléj a al pian xy a son sercc con senter ant l'intersession dël pian con l'ass θ, e dont le generatriss a son le lìnie orarie dij ragg luminos che a parto da O an tute le diression dël pian xy. Ël còno midem a l'é dit ël "*còno 'd lus*".

I podoma dì, sensa gionté d'àutre spiegassion ëd còse intuitive, che tuti ij pont-event contnù ant la part superior dël còno, comprèis fra le generatriss e l'ass θ positiv, a arpresento ël ***futur fìsich***, vis-a-dì tuti ij pont che as peulo ragiunge da l'orìgin con pont (segnaj) che as bogio a velocità inferior a

cola dla lus (ël lìmit a l'é dàit da le generatris). La sconda a l'é cola comprèisa antorna a l'ass θ negativ e le generatris dla part inferior dël còno, e a l'é dita cola dël ***passà fisich***, che a comprend tuti ij pont-event da 'ndova a peulo parte segnaj vers l'orìgin, che as propago a velocità inferior a cola dla lus (ël lìmit a l'é dàit da le generatris). Ant la tèrsa zòna, antorna al pian *xy*, a-i sarìo, se a esistèiso, pont anteressà da event su lìnie orarie che a supon-o na propagassion con velocità superior a cola dla lus, che a esisto nen.

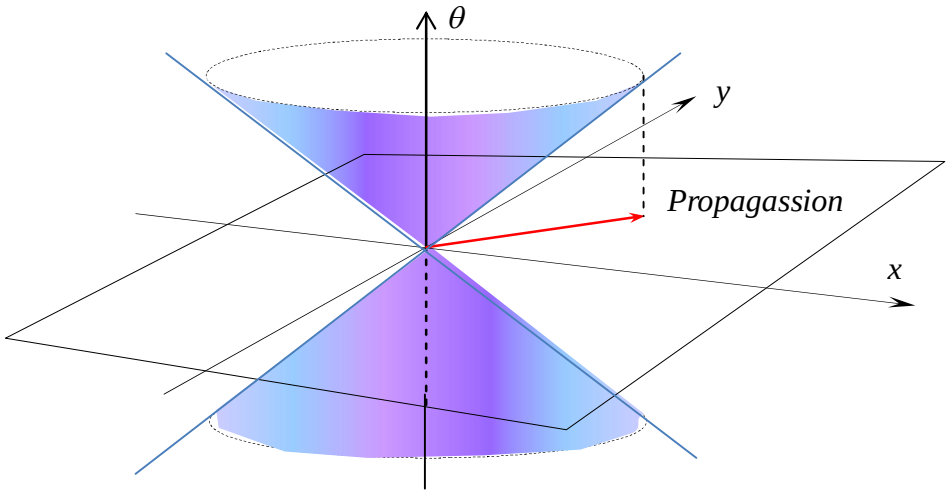

Figura 9 - Spassi-temp për un pont an sël pian xy.

Estension a quat dimension (z, y, z, t)

A sta mira i l'oma pì nen un supòrt gràfich për arpresenté 'l concét, ma l'estension a l'é sempe imedià, e a sta mira a dovrìa nen presenté 'd problema. Ël pont as bogia adéss comùnque ant lë spassi ordinari, e a cost a corispond në stass-temp a quat dimension.

Arfasend un discors a smijansa 'd col ëd prima, i podoma supon-e che un segnal luminos a parta da l'orìgin *O* ëd coordinà $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, al temp $t = 0$, e che dòp un dàit temp t a riva al pont $P(x, y, z)$. L'equassion dël ragg a sarà :

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = c\,t \quad \text{vis-a-dì} \quad x^2 + y^2 + z^2 - c^2\,t^2 = 0$$

Se i consideroma costa equassion ant lë spassi-temp a quat dimension, i vëddoma che a arpresenta n'ipercòno (ipercòno 'd lus) che a divid st'iperspassi ancora an tre zòne, dont la prima a arpresenta 'l ***futur fisich***, che a stà da la part dle θ positive, e a l'é fàita da tuti coj pont-event che a peulo esse ragiongiù da un segnal ò d'àutr che a part da l'orìgin e a viagia a velocità minor a cola dla lus (ël lìmit a son le "generatris" ëd l'ipercòno che a corispondo ai pont ragiongiù a la velocità dla lus). La sconda zòna a l'é fàita dai pont, da la part dle θ negative da 'ndova a peulo parte segnaj ò d'àutr che a van a l'orìgin con velocità minor a cola dla lus (ël lìmit a son sempe le "generatris" dl'ipercòno) e ch a arpresenta 'l ***passà fisich***. La tersa zòna, coma prima, a son coj pont-event che për interagì con l'orìgin a l'avrìo da manca 'd segnaj ò d'àutr con velocità superior a cola dla lus.

Pàgina lassà veuida apòsta

DINÀMICA RELATIVISTICA

I vardoma adéss com a càmbio j'equassion ëd Newton, ò mej, coma coste equassion a peulo esse generalisà ant na formulassion che, për velocità basse rispét a cola dla lus, as peusso identifiché ant j'equassion ëd Newton.

Ant un sistema d'arferiment andova 'l pont a l'é a l'arpòs, l'equassion ëd Newton $m\,\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$ a val an manera precisa, a ven scrita con la notassion: $m_0\,\boldsymbol{a}° = \boldsymbol{F}°$ e a l'é ciamà "***equassion dël moviment inissial*** ".

St'equassion a venta che a dventa covariant rispét a le trasformassion ëd Lorentz. Ël problema a l'é pitòst complicà e a va bin për na session pì completa an sla relatività. An coste nòte i butoma macassìa an evidensa quàich concét important, consegoensa dla relatività d'Einstein.

Massa relativìstica ëd na partìcola

I l'oma vist che an sto camp la composission dle velocità dla mecànica newtonian-a a arzulta modificà e i l'oma vist che a valo le fòrmule

$$v_x = \frac{v'_x + \vec{w}}{1 + \frac{\beta}{c} v'_x} \quad ; \quad v_y = \frac{v'_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{\beta}{c} v'_x} \quad ; \quad v_z = \frac{v'_z \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{\beta}{c} v'_x}$$

I partoma da la considerassion ël l'urt frontal ëd doe partìcole che i consideroma elastiche përfet e identiche. I consideroma cost event an doi arferiment S e S', con S' ch'as ëspòsta an diression dl'ass x con na velocità $\boldsymbol{w}$.

I sernoma 'l sistema S' an manera che le doe partìcole a viagio, rispét a sto sistema, con velocità $\boldsymbol{v}'$ e $-\boldsymbol{v}'$ ant l'órdin, an manera paraléla a l'ass x .

I ciamoma $\boldsymbol{v_1}$ e $\boldsymbol{v_2}$ le velocità che, prima dl'urt, ste doe partìcole a l'han ant ël sistema S. An sto sistema a l'avran ëdcò massa $\boldsymbol{m_1}$ e $\boldsymbol{m_2}$ ant l'órdin, e për adéss i foma nen d'ipòtesi an sla possìbil dipendensa dla massa da la velocità.

Ant l'urt a venta che as conservo tant la massa coma la quantità 'd moviment, còsa che a ven ilustrà da coste espression, viste ant ël sistema S.

$$m_1 + m_2 = M \quad ; \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = M V$$

andova i l'oma ciamà M la massa total dël sistema e i l'oma indicà con V la velocità comun a le doe partìcole ant ël moment ëd l'urt, sempe an S, che a corispond a zero ant ël sistema S'.

An nòstr cas, andova $v_1 = v'$ e $v_2 = -v'$ i otnoma che

$$v_1 = \frac{v' + w}{1 + \frac{v' w}{c^2}} \quad ; \quad v_2 = \frac{-v' + w}{1 - \frac{v' w}{c^2}}$$

e da coste equassion e cole dla conservassion ch'i l'oma scrivù sì dzora i podoma oten-e:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V \quad ; \quad m_1 \frac{v' + w}{1 + \frac{v' w}{c^2}} + m_2 \frac{-v' + w}{1 - \frac{v' w}{c^2}} = (m_1 + m_2) w$$

e da costa espression i arcavoma 'l rapòrt fra m_1 e m_2, che a arzulta:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 + \frac{v'w}{c^2}}{1 - \frac{v'w}{c^2}}$$

I l'oma vist prima che a val la relassion $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\frac{\beta}{c}v'_x}\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}$ fra ij mòduj dle velocità v e v', coma misurà ant ij doi sistema, con velocità $\boldsymbol{w}$ l'un rispét a l'àutr. An nòstr cas la relassion a dventa, për v_1 e v_2:

$$\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{1-\frac{w^2}{c^2}}}{1+\frac{v'w}{c^2}}\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}} \quad ; \quad \sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{1-\frac{w^2}{c^2}}}{1-\frac{v'w}{c^2}}\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}$$

e se i dividoma la sconda për la prima i otnoma

$$\frac{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{1-\frac{w^2}{c^2}}}{1-\frac{v'w}{c^2}}\,\frac{1+\frac{v'w}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{w^2}{c^2}}} = \frac{1+\frac{v'w}{c^2}}{1-\frac{v'w}{c^2}} \quad \text{ma sòn a val ëdcò} \quad \frac{m_1}{m_2}$$

e donca, a la fin i otnoma:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}}$$

I soma partì da doe masse istésse, che ant un sistema a ripòs a l'avran l'istéssa massa m_0. L'espression ch'i loma trovà a dis che ant un sistema andova na partìcola (un còrp an general) as bogia con na velocità v, la partìcola midema a l'ha na massa (inersial) proporsional inversa al fator $\sqrt{1-\frac{v}{c^2}}$.

La massa m dla partìcola a l'é donca na fonsion ëd soa velocità v ant ël riferiment andova as bogia, che, se m_0 a l'é soa massa a ripòs, a l'é dàita da:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Donca i l'oma che ant la Mecànica relativistica d'Einstein na partìcola a l'ha na massa m (is arferima nen a la quantità 'd matéria ma a la massa inersial com i l'oma definila ant la part 3) che a l'é fonsion ëd soa velocità v. A l'arpòs sta massa a corispond a m_0, dita "***massa pròpria***" opura "***massa intrinseca***" che a l'é l'istéss concét ëd massa inersial newtonian-a. Për velocità basse la diferensa fra m e m_0 a l'é d'autut trascuràbil, a basta pensé che a la velocità 'd 500 km/s, che a l'é già na bela velocità (na càpsula spassial che a seurt da la gravità dla tera a viagia a pòch ëd pì che 11 km/s), la massa as moltìplica për un fator 1,00000139, pòch ëd pì che un d'un milion.

An figura 10 i arportoma 'l rapòrt fra massa e massa d'arpòs an fonsion dla velocità, për le àute velocità che 'd sòlit as arferìsso an pràtica mach a partìcole sub-atòmiche.

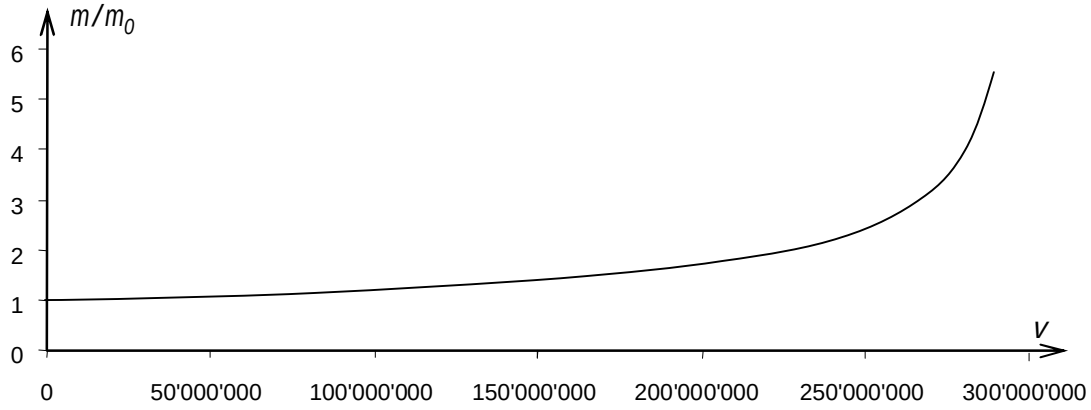

Figura 10 - Variassion dla massa con la velocità

Equassion fondamentaj

Dal moment che 'l camp relativistich as àplica an pràtica a partìcole sub-atòmiche, i pijoma coma esempi n'eletron che as bogia ant un camp eletromagnétich. Le fòrse che a interven.o a son dëscrivùe ant la part sinch, ma për lòn ch'as arferis a j'aspét relativìstich i faroma an manera che as peussa capì lòn ch'as dis bele che sensa avèj già lesù cola part. L'equassion ëd partensa a l'é sempe cola ëd Newton:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$$

andova, an sto cas, m a l'é la massa dl'eletron, $\boldsymbol{v}$ a l'é soa velocità, e la fòrsa $\boldsymbol{F}$ a l'é dàita da:

$$\vec{F} = e\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

andova e a l'é la cària dl'eletron $\boldsymbol{E}$ a l'é 'l camp elétrich e $\boldsymbol{B}$ a l'é l'indussion magnética.

I definima sepe coma "***Potensa P*** " dla fòrsa $\boldsymbol{F}$ l'espression $P = \vec{F} \times \vec{v}$. Se i pijoma l'espression dla fòrsa ch'i l'oma scrivù sì dzora, dal moment che $\vec{v}$ e $\vec{v} \wedge \vec{B}$ a son ortogonaj, nòstra potensa as arduv a $P = \vec{F} \times \vec{v} = e\,\vec{E} \times \vec{v}$. La potensa a l'é donca mach anlià a la fòrsa elétrica, mentre 'l camp magnétich a fà nen travaj.

I l'avroma 'dcò che, për sta potensa, i podoma scrive:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} \times \vec{v} = \vec{F} \times \vec{v} = m\frac{dv}{dt} \times \vec{v} + \frac{dm}{dt}v^2$$

e dal moment che 'l travaj elementar dT[1] a l'é dàit da la potensa për ël temp elementar, i l'avroma:

$$dT = \vec{F} \times \vec{v}\,dt = m\,\vec{v}\,d\vec{v} + v^2\,dm$$

Dovrand l'espression ch'i l'oma trovà për la massa relativìstica i l'avroma:

$$dT = \frac{m_0\,v}{\sqrt{1-\beta^2}}dv + \frac{m_0\,v^3}{c^2\sqrt{\left(1-\beta^2\right)^3}}dv = \frac{m_0\,v\,c^2\left(1-\beta^2\right)dv + m_0\,v\,v^2\,dv}{c^2\sqrt{\left(1-\beta^2\right)^3}} =$$

$$= \frac{m_0\,v\,dv}{c^2\sqrt{\left(1-\beta^2\right)^3}}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}c^2 + v^2\right) = \frac{m_0\,v\,dv}{c^2\sqrt{\left(1-\beta^2\right)^3}} = d\left(\frac{m_0\,c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = d\left(m\,c^2\right)$$

[1]) - I arcordoma che an coste nòte i dovroma *T* për "*travaj* " e *Ec* për "*Energìa cinética*".

Sòn a pòrta a l'amportanta conclusion che 'l travaj elementar a l'é 'l diferensial precis dla quantità mc^2. Ël travaj fàit ant l'interval fra t_1 e t_2 as oten integrand fra sti doi lìmit.

$$T = \left(m c^2\right)_{t_2} - \left(m c^2\right)_{t_1}$$

I podoma antlora buté l'espression dl'energìa cinética relativìstica E_c, com i l'avìo fàit prima, an mecànica clàssica, ant la forma:

$$E_c = m c^2 + K$$

andova K a l'é na costant che i podoma serne an manera che $E_c = 0$, cand a l'é $v = 0$. Antlora i l'oma che a velocità zero la massa a val m_0 e donca $K = -m_0 c^2$.

A sta mira l'espression dl'energìa cinética a dventa:

$$E_c = (m - m_0)c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$$

Se i svilupoma an serie 'd potense 'd β^2 l'espression $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ e is fermoma ai prim termo i l'avroma che $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 \cdots$. Ant ël cas ëd v << c l'aprossimassion a l'é pì che bon-a, e nòstra energìa cinética as arduv a:

$$E_c = (m - m_0)c^2 \cong m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2}\beta^2 - 1 \right) = m_0 c^2 \left(\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} \right) = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

che a l'é la sòlita espression dl'energìa cinética an mecànica newtonian-a.

Ël travaj T fàit da le fòrse che a agisso an sla partìcola fra t_1 e t_2 a l'é donca dàit da la variassion dl'energìa cinética E_c:

$$T = \left(E_c\right)_{t_2} - \left(E_c\right)_{t_1}$$

Massa e energìa

I podoma scrive l'espression dl'energìa cinética ant la forma: $m - m_0 = \frac{E_c}{c^2}$. Sòn a dis che ant la mecànica relativìstica l'aument d'energìa cinética d'un còrp as manifesta con n'increment ëd massa inersial. An d'àutri termo as peul disse che a l'energìa cinética che un còrp a l'ha, a l'é sòcià na massa $\frac{E_c}{c^2}$. Tnisend cont che l'energìa as peul trasformé an d'àutre forme d'energìa 'd vàire tipo, a ven pitòst natural generalisé l'espression sì dzora a na qualonque forma d'energìa, disend che a na quantità d'energìa E (sot qualonque forma) a corispond na massa m dàita da la relassion: $m = \frac{E}{c^2}$.

An manera ressìproca, se a òngni energìa a corispond na massa, a l'istéssa manera, a na massa qualonque, che as bogia a ch'a sia fërma, a l'é natural socé n'energìa $E = m c^2$, e an particolar a un còrp ferm a sarà sòcià l'energìa $E = m_0 c^2$.

Sòn a veul dì che për òngni variassion dl'energìa ΔE d'un còrp comunque provocà (da efet cinétich, eletrich, magnétich, termich, chimich, e via fòrt) a venta spetésse na variassion ëd massa Dm che a sarà: $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$

Dàit ël valor ëd c^2, a l'é ciàir che costa variassion ëd massa a sarà motobin cita, tant da esse 'd sòlit nen rivelàbil. Macassìa as peul noté che ant un sistema isolà, la massa e l'energìa as conservo

nen ognidun-a da sola, com a suponìa la mecànica newtonian-a, ma a-i é un prinsìpi 'd conservassion generalisà che a dis che lòn ch'a resta costant an tute le trasformassion a l'é la grandëssa $m_0 c^2 + E$.

La corispondensa fra energìa e massa a fà supon-e che se n'energìa E as propaga con na dàita velocità $\boldsymbol{v}$, a sta propagassion a l'é socià na dàita quantità 'd moviment $\boldsymbol{Q}$ che a sarà:

$$\vec{Q} = m\vec{v} = \frac{E}{c^2}\vec{v}$$

che i vëddroma torna parland ëd propagassion dj'onde eletro-magnétiche ant la part sinch.

Misure 'd verìfica sperimental

La teorìa dla Relatività a l'é stàita acetà 'dcò përchè suportà da verìfiche sperimentaj che sì i acenoma giusta, sensa andé ant l'ancreus.

Verìfica dla dipendensa dla massa da la velocità

Cost esperiment a l'é basà su eletron che a viagio con na dàita energìa conossùa (da emission radioativa β, opura acelerà da un camp elétrich conossù) e peui mandà a në spetròmetro 'd massa, andova as peul misuré la deviassion ant un camp elétrich, che a sarà fonsion dla cària e dla massa. J'arzultà a son coj antivist da la teorìa dla Relatività, e nen coj che as podrìo supon-e considerand na massa dl'eletron costanta.

Verìfica dl'echivalensa energìa-massa

Sta preuva a peul esse pì fàcil fàita për le reassion nuclear, andova as peul misuré con precision la massa dle partìcole che a reagisso (con në spetròmeter ëd massa) e l'energìa che a ven svilupa opura assurbìa.

La reassion la pì dovrà an costa verìfica a l'é d'àtom ch'a ven-o colpì da partìcole, e che as trasformo an d'àutri àtom emëttend a soa vira na partìcola. Ant la reassion a ven liberà ò assurbìa n'energia dàita da la diferensa fra l'energia dle partìcole prima da reassion e cola dle partìcole dòp la reassion. Se i ciamoma sta quantità d'energia Q, i l'avroma che $\Delta M = \frac{Q}{c^2}$, andova DM a l'é la diferensa 'd massa fra le partìcole che a l'han reagì e cole che a arzulto da la reassion.

Na clàssica reassion dë sto tipo a l'é cola 'd bombardé 'l lìtio Li_3^7 con ed proton H_1^1 andova as oten-o doe nos d'élio He_2^4

L'esperiment a l'é organisà an manera 'd podèj misuré lòn ch'a serv, e as oten, da l'energìa cinética dle partìcole che la reassion a produv n'energìa $Q = 17{,}13 \pm 0{,}1\ MeV$. Le masse an geugh a son (an unità atòmiche) $Li_3^7 = 7{,}01822$; $H_1^1 = 1{,}008146$; $He_2^4 = 4{,}00388$.

Prima dla reassion la massa a l'é *8,026366* mentre dòp la reassion a l'é *8,00776* con na diminussion ëd $\Delta M = 0{,}0186$ unità atòmich 'd massa, che a corispondo, secon la lèj dl'echivalensa ch'i l'oma vist, a n'energìa ëd *17,27 MeV*, bin davzin a lòn ch'as misura.

Pàgina lassà veuida apòsta

FORMULASSION LAGRANGIAN-A E HAMILTONIAN-A

I doma adéss, e bin ampréssa, n'uciada a com a dvento le firmulassion Lagrangian-a e Hamiltonian-a cand as ten cont dij prinsìpi dla Mecànica Relativìstica.

Formulassion Lagrangian-a

Se j'arzultà che i l'oma trovà sì dzora a venta che a sio consistent con la formulassion Lagrangian-a, pròpi coma ant ël cas dla situassion nen relativìstica, antlora a venta che :

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial x_i} \quad \text{vis – a – dì} \quad \frac{m\,\dot{x}_i}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\partial L}{\partial x_i}$$

e dal moment ch'i l'oma vist che $\beta = \frac{v}{c}$ con $v =$ velocità dla partìcola e $c =$ velocità dla lus, e ancora, che nòstr v a l'é $v = \sqrt{\sum_i \dot{x}_i^2}$ (con x_i = coordinà generalisà ëd nòstra partìcola), i l'avroma che $\beta^2 c^2 = \sum_i \dot{x}_i^2$. Integrand as arcavala Lagrangian-a L , che a val:

$$L = m c^2 \sqrt{1-\beta^2} - V(x_i)$$

andova $V(x_i)$ a l'é la costant d'integrassion. A costa Lagnangian-a a corispondo j'equassion ëd Lagrange dël moviment, arportà sì sota.

$$-\frac{\partial V}{\partial x_i} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\,\dot{x}_i}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) \quad \text{vis - s - dì} \quad = \frac{d}{dt}\,p_i$$

ma da prima i arcavoma 'dcò che $F_i = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\,\dot{x}_i}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = \frac{d}{dt}\,p_i$, e donca l'equassion ëd Lagrange a va bin se i podoma dì che la fòesa F_i a val $F_i = \frac{\partial V}{\partial x_i}$, e sòn a l'é nen fàcil da trové. A-i sarìo, bin sicur, le fòrse gravitassionaj, ma coste a ciamo un tratament che a stà fòra da la tratassion dla relatività strèita. Se as considera na partìcola sensa fòrse da fòra (vis-a-dì con V = 0), antlora as peul apliché la fonsion Lagnangian-a ch' i loma vist, e as peul ëdcò estende 'l rasonament a un sistema 'd partìcole lìbere. As peul nen, macassìa, consideré un còrp rèid, dal moment che a ventrìa consideré interassion fra partìcole che as propago a l'istant.

Fòrsa 'd Lorentz ant un camp eletro-magnétich

Dal moment che la teorìa dla relatività a l'é stàita svilupà për include tuti ij fenòmeno fìsich, a l'é rasonà spetésse che as peussa dëscrive un moviment ëd na cària ant un camp eletro-magnétich sota la fòrsa 'd Lorentz. Ant la session ëd coste nòte ch'a fà sinch i dëscrivoma la costion ant ël cas nen-relativìstich, mentre an costa session, ant la part ch'a fa eut, i l'oma trovà che la fòrsa 'd Lorentz che, su na cària e che a viagia a velocità $\boldsymbol{v}$, a val $\vec{F} = e\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v} \wedge \vec{B}\right)$, a peul esse scomponùa an soe component e butà ant la forma:

$$F_i = e\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial \dot{x}_i} - \frac{\partial}{\partial x_i}\right)\left(\phi - \frac{1}{c}\vec{v} \times A\right)$$

e për ël moviment dla partìcola a val l'equassion ëd Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_i} \quad \text{andova} \quad L = Ec - e\left(\phi - \frac{1}{c}\vec{v}\times A\right)$$

Se costa espression a fonsion-a 'ncora ant ël cas relativìstich, antlora a venta che :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m\,\dot{x}_i}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = e\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial \dot{x}_i}-\frac{\partial}{\partial x_i}\right)\left(\phi - \frac{1}{c}\vec{v}\times A\right)$$

e sòn a peul esse verificà da na mira sperimental, con le $\dot{x}_i$ che a arpresento le velocità. Coste equassion dël moviment a peulo esse derivà dal prinsipi ëd Hamilton $\delta\int L\,dt = 0$, con na fonsion lagrangian-a che a val $L = -mc^2\sqrt{1-\beta^2} - e\left(\phi - \frac{1}{c}\vec{v}\times A\right)$.

Formulassion Hamiltonian-a

I restoma ant la considerassion dla partìcola carià ant un camp eletromagnétich. Se i dovroma la definission che i l'oma dàit ëd moment $p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}$, dovrand la L ch'i l'oma scrivù sì dzora, i trovoma che le component corispondente a cole dël moment, për na partìcola carià ant un càmp eletromagnétich a son dàite da:

$$p_i = \frac{m\,\dot{x}_i}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{e}{c}A_i$$

Al moment i podoma nen dì gnente a propòsit ëd na component corispondenta al temp. La fonsion Hamiltonian-a a peul esse scrivùa coma:

$$H = \sum_i p_i\,\dot{q}_i - L = \sum_i p_i\,\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{m}\left(p_i - \frac{e}{c}A_i\right)$$

e sensa andé a fé tuti ij passagi, costa equassion a pòrta a scrive:

$$H = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + e\phi$$

La variassion dl'energìa cinética Ec dla partìcola a l'é dàita da:

$$\frac{dE_c}{dt} = \sum_i \dot{x}_i\frac{d}{dt}p_i = \sum_i \dot{x}_i\frac{d}{dt}\left(\frac{m\,\dot{x}_i}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$$

Se i suponoma, com a l'é rasonà, che $Ec = 0$ cand $\dot{x}_i = 0$, l'integrassion a pòrta a dì:

$$E_c = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$$

Ma i podoma 'dcò combiné l'equassion dël moviment ch'i l'oma vist parland dla formulassion Lagrangian-a con l'espression dla variassion dl'energìa cinética, e i otnoma che:

$$\frac{dE_c}{dt} = \sum_i e\,\dot{x}_i\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial \dot{x}_i}-\frac{\partial}{\partial x_i}\right)\left(\phi - \frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{A}\right) = e\vec{v}\times\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v}\wedge\vec{B}\right) = e\vec{v}\times\vec{E}$$

ma 'l camp elétrich ***E*** a peul esse dëscrivù an trmp 'd potensiaj coma:

$$\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

e antlora i podoma scrive:

$$\frac{dE_c}{dt} = -e\vec{v}\times\left(\nabla\phi + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) = -\frac{d}{dt}(e\phi) + e\frac{\partial\phi}{\partial t} - \frac{e}{c}\vec{v}\times\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

e donca:

$$\frac{d}{dt}(E_c + e\phi) = -e\left(\frac{\partial\phi}{\partial t} - \frac{1}{c}\vec{v}\times\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right)$$

che as peul ëdcò butè coma : ($m\,c^2$ a dipend nen da t)

$$\frac{d}{dt}\left(mc^2 + E_c + e\phi\right) = -e\left(\frac{\partial\phi}{\partial t} - \frac{1}{c}\vec{v}\times\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right)$$

La quantità $\left(mc^2 + E_c + e\phi\right)$ a peul esse interpretà coma l'energìa total dla partìcola. I notoma che le formulassion Lagrangian-a e Hamiltonian-a a peulo serve a dëscrive 'l moviment relativìstich ëd na partìcola carià ant un camp eletromagnétich, ma l'estension a un sistema 'd partìcole opura a d'àutre situassion a l'é nen imedià e gnanca fàcil.

An conclusion

I l'oma vist ampréssa ij prinsìpi dla relatività strèita, vis-a-dì cola limità ai sistema inersiaj, andova a dovrìa nen essie gnanca na gravità. A l'é ciàir che për na descrission completa sòn a l'é tròp pòch, e an efét Einstein a l'ha peui estendù ij sò prinsìpi a comprende na dëscrission dla gravità e 'd tuti ij sistema d'arferiment an moviment qualonque.

An sto passagi, macassìa, le còse a dvento motobin pì complicà, e se i arcordoma che an prinsipi ëd costa ciaciaràda i l'avìo definì un "*quadrà dl'element linear* " dël cronotòpo la forma diferensial $ds^2 = c^2\,dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$, che a peul esse definì "pseudoeuclideo", ant l'estension general dla teorìa sta forma a ven sostituìa da na forma dël tipo $ds^2 = \sum_{\alpha,\beta=1}^{4} g_{\alpha,\beta}\,dx^\alpha\,dx^\beta$ andova ij coeficent $g_{\alpha,\beta}$ a son determinà da la distribussion dla matéria.

I l'oma giontà sòn nen për fé vëdde ch'i lo savoma (mal), ma giusta për dì che për le studi dla Relatività a-i é motobin ëd pì ëd travaj da fé. L'istéssa còsa as peul dì cand as serca d'antroduve, an general, la tratassion dla relatività con ël formalism Lagrangian ò Hamiltonian.

Noiàutri is contentoma 'd fërmésse ambelessì.

Pàgina lassà veuida apòsta