Part doi - Propagassion dël son

An costa part i comensoma a vardé le misure an sël son e a definì l'unità 'd misura "décibel". Peui i passoma a vardé la trasmission dël son, an particolar cand l'onda ch'as propaga a traversa na surfassa d'interfacia fra doi mojen diferent (arbatiment e rifrassion dël son). Peui as varda lòn ch'a càpita cand ël son a treuva d'ostàcoj (diffrassion e dispersion). Dòp i parloma d'interferensa 'd doi son, batiment e onde stassionarie (dont i l'oma già dit quaicòs). A la fin i disoma quaicòs an sla scomposission dël son e la série 'd Fourier.

TÀULA DLA SCONDA PART

TÀULA DLE FIGURE DLA SCONDA PART

MISURE DËL SON

I l'oma vist che l'onda dël son a l'é caraterisà da na variassion ëd pression, da në spostament dle partìcole, da n'intensità e via fòrt.

I fenomeno studià da l'acùstica a l'han vaire but, ma sens'àutr ël pì amportant a l'é colegà al sente dl'òm. Tute le sensassion ëd l'òm a son nen linear, ma a seguo pitòst na scala logarìtmica, coma se, man man che lë stìmol a chërs, la sensibilità a calèissa. Se i vardoma cola ch'a l'é, pr'esempi, la pression sonòra prodovùa da vàire stìmoj, i podoma rend-se cont ëd sòn. I vëddroma che l'orìja dl'òm (ch'a fonsion-a bin) a riva a sente un son socià a na pression acùstica ëd *20 μPa*, coma livél mìnim, Mentre livéj dël son antorna a *60 Pa* a son ël màssim prima ch'as produvo dann përmanent a l'orija. As peul donca vëdde che fra màssim e mìnim a-i é un rapòrt ant l'órdin ëd 10^6.

L'energìa socià al son a và coma la pression al quadrà, e a l'é 'l paràmeter pì dirét socià a la sensassion. La scala dl'energìa ant ël camp dël sente a l'ha donca doi estrem con un rapòrt ëd 10^{12}. La diferensa ëd sensassion a chërs ampréssa për valor bass e motobin mano për valor àut.

An coste condission a dventa sens'àutr pì pràtich dovré na scala logarìtmica anvece che un-a linear.

Ij décibel

Se i vardoma cola ch'a l'é la pression acùstica la pì bassa che, coma media, l'orija dl'òm a riva a sente, e cola ch'a l'é la pression acùstica la pì àuta che l'orija a peul soporté sensa dann imedià, i trovoma che as và da *20 [μPa]* fin-a a *60 [Pa]*, con na variassion ëd ses órdin ëd grandëssa. Se peui i tnima cont che la sensibilità dl'orìja as basa pì che tut an sl'energìa e che costa a l'é fonsion dël quadrà dla pression, i rivoma a dovèj traté na scala 'd dodes órdin ëd grandëssa.

An pì i podoma noté che l'orija dl'òm a l'é motobin sensìbil a le variassion ëd pression acùstica, cand ël valor eficent ëd costa a l'é bass mentre sta sensibilità as arduv man man che la pression eficenta a chërs. An pràtica la sensibilità dl'orija a l'ha n'andament che a smija da davzin a col logarìtmich.

Sti fàit a l'han sugerì ëd definì na scala logarìtmica për le grandësse relative al son e as definiss antlora na scala pensà për confronté doe grandësse omogénie fra 'd lor, che a l'ha coma base 'l rapòrt fra grandësse omogénie. Sta scala a l'é arferìa a grandësse proporsionaj a l'energìa opura, che a l'é l'istéss, a la potensa. As trata 'd ***dés vire 'l logaritm decimal dël rapòrt dle doe grandësse*** che as confronto. An realità costa misura a arzulta esse un nùmer pur, ma a ven macassìa considerà n'unità 'd misura e a ven ciamà "***décibel*** " e indicà con "***db*** ".

Misure proporsionaj a la potensa

La definission as estend fàcil a potense mecàniche e elétriche, e an particolar a l'é dovrà cand as trata 'd potense socià a corent elétriche fòniche.

Sta definission a dis che 'l nùmer ëd décibel *db* che a misura 'l rapòrt fra doe potense, P_1 rispét a P_0, a l'é dàit da l'espression :

$$db = 10 \cdot log \frac{P_1}{P_0}$$

Ël fator *10* a ven dovrà për nen comprime tròp la scala. An efét "*décibel* " a veul dì "*un su dés ëd* ***bel*** " (coma dovré, pr'esempi, l'unità "*decim* " al pòst ëd "*meter* "). Ël fàit che 'l décibel a sia

un nùmer pur a spiega 'l përché st'unità a peul esse dovrà tant për le potense acustiche coma për le potense elétriche, coma an d'àutri cas).

Ël nùmer ëd décibel a ìndica ël "***livél ëd potensa acustica*** L_w" arferìa a na potensa dàita. Se, antlora, i stabilìma na potensa fissa e standardisà e i la pijoma coma potensa d'arferiment, i podoma dovré sto livél për indiché na potensa qualonque. Coma potensa standardisà d'arferiment a l'é stàita sernùa cola 'd 10^{-12} W, che a l'é 'd l'órdin ëd grandëssa dla potensa 'd na sors che, generand un son a la frequensa 'd 1000 Hz, a comensa a esse sentùa da l'orija dl'òm che a l'àbia na sensibilità ant la media. Parèj i podoma dé un valor ëd livél ëd potensa a un son qualonque.

Se i ciamoma P_0 sta potensa d'arferiment, dàita na potensa P i podoma scrive che sò livél L_w, an décibel, a val:

$$L_w = 10 \cdot log \frac{P}{P_0} = 10 \cdot log \frac{P}{10^{-12}} = 10\left[log\, P - log\left(10^{-12}\right)\right] = 10\, log\, P - 10(-12) = 10\, log\, P + 120\,[db]$$

La misura relativa, për comparassion, a ven motobin a taj cand ch'as parla d'amplificassion opura d'atenuassion. Se la potensa 'd partensa a l'é P_1 e cola d'ariv a l'é P_2, i l'avroma che 'l son a l'ha avù na variassion ëd potensa an décibel :

$$L_w = 10 \cdot log \frac{P_2}{P_1}\,[db]$$

che a sarà positiva an cas d'amplificassion e negativa an cas d'atenuassion.

A l'é natural che i podoma calcolé sto raport arferendse ai livéj misurà an manera assoluta, arferì a la potensa standardisà. I l'avrìo che 'l livél L_{w1} ëd P_1 a sarìa : $L_{w1} = 10 \cdot log \frac{P_1}{P_0}\,[db]$, mentre 'l livél L_{w2} ëd P_2 a sarìa : $L_{w2} = 10 \cdot log \frac{P_2}{P_0}\,[db]$. La diferensa $L_{w2} - L_{w1}$ a arzulta antlora:

$$L_{w2} - L_{w1} = 10\, log \frac{P_2}{P_0} - 10\, log \frac{P_1}{P_0} = 10\, log \frac{\frac{P_2}{P_0}}{\frac{P_1}{P_0}} = 10\, log \frac{P_2}{P_1}\,[db]$$

L'istéssa definission dàita për le potense a và bin për le intensità acustiche, dal moment che as trata 'd potense për unità 'd surfassa. Se donca I_1 e I_2 a son doe intensità acustiche, sò raport L_I an décibel a l'é dàit da :

$$L_I = 10 \cdot log \frac{I_2}{I_1}\,[db]$$

Ëdcò ambelessì as peul definì nìintensità I_0 d'arferiment standardisà, dont ël valor a l'é stàit pijàit a $I_0 = 10^{-12}\,\left[W/m^2\right]$.

As àplico tute la còsech'i l'oma vist a propòsit dla potensa.

Misure proporsionaj a la pression

Sta manera 'd misuré ij livéj an décibel, as estend ëdcò a la pression acustica, a la velocità dle partìcole e a soa acelerassion.

Sì però a venta noté che la potensa a l'ha na dipendensa da coste grandësse che a l'é nen linear. An efét i l'oma vist che la potensa P a l'é proporsional al quadrà dla pression p. Për manten-e j'unità coerente, i podoma parlé 'd raport ëd livel an décibel L_p dël quadrà ëd doe pression acustiche.

Se p_1 e p_2 a son nòstre doe pression acustiche, a venta donca ch'i scrivo : $L_p = 10 \log \frac{p_2^2}{p_1^2}$.
Costa notassion a echival a scrive che :

$$L_p = 20 \log \frac{p_2}{p_1}$$

An efét, se i scrivoma 'l livél relativ ëd doe potense P_1 e P_2 an termo 'd pression eficenta $\hat{p}_1$ e $\hat{p}_2$ i otnoma:

$$L_w = 10 \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \log \frac{4 \pi r^2 \frac{\hat{p}_2^2}{\rho_0 c}}{4 \pi r^2 \frac{\hat{p}_1^2}{\rho_0 c}} = 10 \log \frac{p_2^2}{p_1^2} = 20 \log \frac{p_2}{p_1} = L_p$$

con *r* pijà istéss për le doe potense.

Ëdcò ambelessì as pija na pression acustica p_0 d'arferiment, che a ven derivà da la potensa d'arferiment. An efét la pression acustica p_0 a corispond a la pression acustica (eficenta) d'un son a frequensa 'd *1000 Hz* che a comensa a esse sentù da l'orija media dl'òm. Sta pression eficenta a val $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} = 20 \cdot 10^{-6} = 20 \ [\mu Pa]$ I arcordoma che $[Pa] = [N/m^2]$.

Se, coma prima, i sostituima la pression d'arferiment a la pression ëd paragon e svilupoma l'espression, i trovoma che 'l livél L_p ëd na pression acustica eficenta qualonque a peul esse scrivù :

$$L_p = 20 \log \hat{p} + 94 \ [db]$$

A l'istessa manera as peulo definì livéj L_v ëd velocità dë spostament dle partìcole e livéj L_a d'acelerassion dle partìcole. Ant l'órdin as oten :

$$L_v = 20 \log \frac{v}{v_0} \quad \text{con} \quad v_0 = 10^{-8} \quad [m/s]$$

$$L_v = 20 \log \frac{a}{a_0} \quad \text{con} \quad a_0 = 10^{-5} \quad [m/s^2]$$

Pàgina lassà veuida apòsta

TRASMISSION DËL SON TRAVERS A DOI MOJEN

Fin-a sì i l'oma vist onde sonòre armòniche che as propago ant un mojen omogéni e isòtropo. Adéss i vardoma còs a càpita cand ël son a passa da un mojen a n'àutr ch'a l'àbia caraterìstiche diferente. I comensoma a traté 'l cas ëd n'onda pian-a che a l'é generà antun mojen *1* e a na dàita mira a intra ant ël mojen *2*, separà dal prim da na surfassa d'interfacia ideal pian-a. I suponoma 'dcò che la diression ëd propagassion a sia përpendicolar la surfassa d'interfacia.

Arbatiment (riflession) e trasmission

Da na mira sperimental i podoma osservé che l'onda, com a l'é mostrà an figura 1, rivà a la surfassa 'd separassion, an part a ven arbatùa a l'andarera ant ël mojen *1* e an part a ven trasmëttùa ant ël mojen *2*.

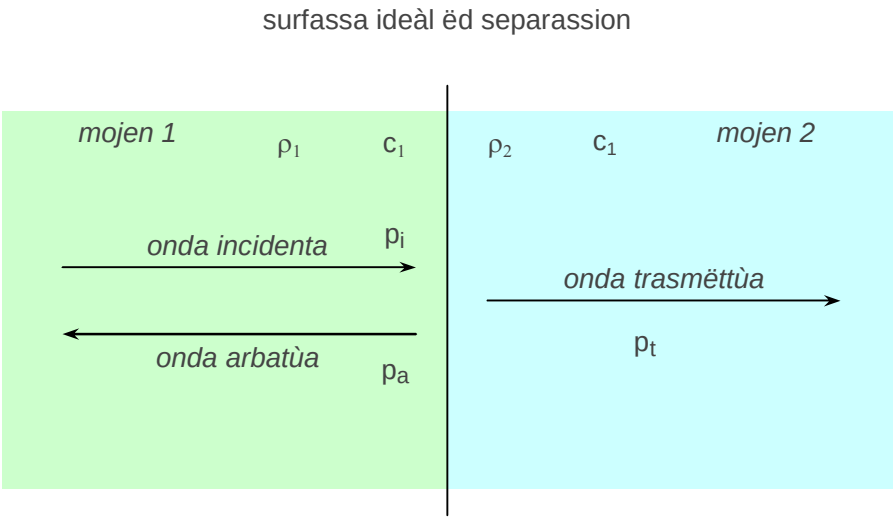

Figura 1 - Arbatiment e trasmission d'ònde sonòre

Donca se i ciamoma u_1 lë spostament dle partìcola ant ël mojen *1* e i ciamoma u_2 col dle partìcole ant ël mojen *2*, i l'avroma, ant ël mojen *1* :

$$u_1 = A_i\, e^{i(\omega t - k_1 x)} + A_a\, e^{i(\omega t + k_1 x)}$$

An costa espression A_i a l'é l'ampiëssa màssima dl'onda incidenta, A_a a l'é l'ampiëssa màssima dl'onda arbatùa, $k_1 = \dfrac{\omega}{c_1}$ a l'é la costant (nùmer d'onda) dël mojen *1*, andova la velocità dël son a l'é c_1. Ël prim termo a arpresenta l'onda incidenta ch'as propaga arlongh la diression positiva dl'ass *x* e lë scond termo a arpresenta l'onda arbatùa ch'as propaga an diression contraria. Peui i l'avroma, ant ël mojen *2* :

$$u_2 = A_t\, e^{i(\omega t - k_2 x)}$$

An costa espression A_t a l'é l'ampiëssa màssima dl'onda trasmëttùa anans, , $k_2 = \dfrac{\omega}{c_2}$ a l'é la costant (nùmer d'onda) dël mojen *2*, andova la velocità dël son a l'é c_2.

I suponoma che 'l son a l'àbia sempe l'istessa frequensa ant ij doi mojen, andova a son diferente le velocità 'd propagassion, e donca i l'avroma che : $\omega = k_1 c_1 = k_2 c_2$.

An sle doe face dla surfassa le doe pression acustiche p_1 e p_2 a venta ch'a sio j'istesse e parèj ëdcò le doe velocità dë spostsment dle partìcole v_1 e v_2. La pression a l'é donca contìnua travers l'interfacia, e ij doi mojen a resto sempe a contat fra 'd lor. Se B_1 e B_2 a son ij mòduj d'elastissità a compression cùbica, le pression p_1 e p_2 a saran :

$$p_1 = -B_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} = i k_1 B_1 e^{i\omega t}\left(A_i e^{-i k_1 x} - A_a e^{-i k_1 x}\right)$$

$$p_2 = -B_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} = i k_2 B_2 e^{i\omega t}\left(A_t e^{-i k_2 x}\right)$$

mentre për le velocità v_1 e v_2 i l'avroma :

$$v_1 = \frac{\partial u_1}{\partial t} = i\omega e^{i\omega t}\left(A_i e^{-i k_1 x} + A_a e^{-i k_1 x}\right)$$

$$v_2 = \frac{\partial u_2}{\partial t} = i\omega e^{i\omega t}\left(A_t e^{-i k_2 x}\right)$$

Se i butoma l'interfacia ant la posission $x = 0$, j'equassion sì dzora an sl'interfacia as arduvo a :

$$p_1 = i k_1 B_1 e^{i\omega t}\left(A_i - A_a\right) \quad ; \quad p_2 = i k_2 B_2 e^{i\omega t} A_t$$

$$v_1 = i\omega e^{i\omega t}\left(A_i + A_a\right) \quad ; \quad v_2 = i\omega e^{i\omega t} A_t$$

Adéss i scrivoma j'ugualianse $p_1 = p_2$ e $v_1 = v_2$. I l'oma :

$$k_1 B_1 \left(A_i - A_a\right) = k_2 B_2 A_t \quad ; \quad A_i + A_a = A_t$$

A sta mira i arcordoma che $B = \rho c^2$ e che $k = \omega / c$, e da coste doe equassion i arcavoma ij rapòrt :

$$\frac{A_a}{A_i} = \frac{k_1 B_1 - k_2 B_2}{k_1 B_1 + k_2 B_2} = \frac{\omega\left(\rho_1 c_1 - \rho_2 c_2\right)}{\omega\left(\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2\right)} = \frac{\rho_1 c_1 - \rho_2 c_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}$$

$$\frac{A_t}{A_i} = \frac{2\rho_1 c_1}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}$$

Ël prim rapòrt a l'é ciamà "***coeficent d'arbatiment për lë spostament*** " dle partìcole, mentre lë scond rapòrt a l'é 'l "***coeficent ëd trasmission për lë spostament*** " dle partìcole.

I notoma che costi coeficent a son esprimù an fonsion dl'impedensa acustica caraterìstica Z dij doi mojen, che an efét a val $Z = \rho c$. Donca i l'avroma :

$$\frac{A_a}{A_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad ; \quad \frac{A_t}{A_i} = \frac{2 Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

Se i aplicoma 'l rasonament sì dzora a le velocità djë spostament dle partìcole v_1 e v_2 an sl'interfacia, i rivoma bin sùbit a l'istéss arzultà. An efét i l'oma :

$$v_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} = i\,\omega\, u_i \quad ; \quad v_a = \frac{\partial u_a}{\partial t} = i\,\omega\, u_a \quad ; \quad v_t = \frac{\partial u_t}{\partial t} = i\,\omega\, u_t$$

e donca i l'avroma për ij rapòrt :

$$\frac{v_a}{v_r} = \frac{i\,\omega\, u_a}{i\,\omega\, u_r} = \frac{u_a}{u_r} = \frac{A_a}{A_r} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$\frac{v_t}{v_r} = \frac{i\,\omega\, u_t}{i\,\omega\, u_r} = \frac{u_t}{u_r} = \frac{A_t}{A_r} = \frac{2\,Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

Ël prim rapòrt a l'é ciamà "***coeficent d'arbatiment për la velocità dë spostament*** " dle partìcole, mentre lë scond rapòrt a l'é 'l "***coeficent ëd trasmission për la velocità dë spostament*** " dle partìcole.

Për le pression acùstica as procéd ancora, an general, ant l'istéssa manera, e as consìdera che ant ël mojen *1* sta pression a l'é fàita da doe component e donca a peul esse scrivùa : $p_1 = p_i + p_a$ mentre ant ël mojen *2* a sarà giusta $p_2 = p_t$. Se i consideroma ij valor màssim P_i , P_a , P_t ëd coste pression, i l'oma :

$$p_1 = P_i\, e^{i(\omega t - k_1 x)} + P_a\, e^{i(\omega t + k_1 x)} \quad ; \quad p_2 = P_t\, e^{i(\omega t - k_2 x)}$$

Pijand sempe la surfassa d'interfacia an posission $x = 0$, an sta posission i l'avroma che $(p_1)_{x=0} = (p_2)_{x=0}$, e sòn a pòrta a avèj che $P_i + P_a = P_t$.

I arcordoma che i l'oma definì coma impedensa spessìfica dël mojen ël rapòrt $Z = \frac{p}{v}$ e costa impedensa a val ëdcò $Z = \rho\, c$. Antlora i l'avroma :

$$v_i = \frac{P_i}{\rho_1\, c_1} \quad ; \quad v_a = -\frac{P_a}{\rho_1\, c_1} \quad ; \quad v_t = \frac{P_t}{\rho_2\, c_2}$$

ma an sl'interfacia a venta ch'a sio uguaj ëdcò le velocità da le doe part, e donca :

$$(v_i)_{x=0} + (v_a)_{x=0} = (v_t)_{x=0} \quad \text{vis - a - dì} \quad \frac{P_i}{\rho_1\, c_1} - \frac{P_a}{\rho_1\, c_1} = \frac{P_t}{\rho_2\, c_2}$$

Com i l'oma fàit prima, da coste equassion as arcavo ij doi rapòrt :

$$\frac{P_a}{P_i} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad ; \quad \frac{P_t}{P_i} = \frac{2\,Z_2}{Z_2 + Z_1}$$

Ël prim rapòrt a l'é ciamà "***coeficent d'arbatiment për la pression acùstica*** " dël mojen, mentre lë scond rapòrt a l'é 'l "***coeficent ëd trasmission për la la pression acùstica*** " dël mojen.

I podoma comparé costi coeficent ch'i l'oma trovà, e i otnoma le relassion :

$$\frac{A_a}{A_i} = \frac{v_a}{v_i} = -\frac{P_a}{P_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Sempe ant j'istesse condission i podoma trové 'l coeficent ëd trasmission d'energìa acùstica. Con l'istessa lògica dij rasonament ëd prima i podoma dì che le energìe W_i , W_a , W_t a son dàite da:

$$W_i = \frac{1}{2}\rho_1 c_1 A_i^2 \omega^2 \quad ; \quad W_a = \frac{1}{2}\rho_1 c_1 A_a^2 \omega^2 \quad ; \quad W_t = \frac{1}{2}\rho_2 c_2 A_t^2 \omega^2$$

Ël raport fra l'energìa arbatùa 'ndarera e l'energìa incidenta a sarà giusta dàit da : $\alpha_a = \frac{W_a}{W_i} = \frac{A_a^2}{A_i^2} = \left(\frac{A_a}{A_i}\right)^2$ e a l'istéssa manera ël raport fra l'energìa trasmëttùa anans e l'energìa incidenta a sarà giusta dàit da : $\alpha_t = \frac{W_t}{W_i} = \frac{\rho_2 c_2 A_t^2}{\rho_1 c_1 A_i^2} = \frac{Z_2 A_t^2}{Z_1 A_i^2} = \frac{4 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z)^2}$. I l'oma ciamà sti raport, ant l'órdin, α_a e α_t, com as fà 'd sòlit.

Fase dj'onde

Tut lòn ch'i l'oma dit a val an nòstra ipòtesi 'd partensa che l'incidensa dl'onda a sia normal a la surfassa ideal ëd separassion dij doi mojen.

I disoma sùbit che se $Z_1 = Z_2$, ij coeficent d'arbatiment, tant për lë spostament coma për la velocità dle partìcole e la pression, a dvento uguaj a zero, e donca l'onda a ven tuta trasmëttùa anans. An efét le còse a van coma se ij doi mojen a fusso un sol mojen omogéni.

Se $Z_1 < Z_2$ antlora i l'oma che 'l coeficent d'arbatiment për la pression a l'é positiv, e sòn a dis che la pression dl'onda arbatùa a l'é an fase con la pression dl'onda incidenta.

Se anvece $Z_1 > Z_2$ antlora i l'oma che 'l coeficent d'arbatiment për la pression a l'é negativ, e sòn a dis che la pression dl'onda arbatùa a l'é an oposission ëd fase con la pression dl'onda incidenta (sfasà 'd *180º*).

Ël coeficent ëd trasmission për la pression a l'é positiv an tuti ij cas, e sòn a dis che l'onda propagà anans a l'é sempe an fase con l'onda incidenta.

Arbatiment e Rifrassion dël son

Lòn ch'i l'oma vist a trata già l'arbatiment dël son cand l'incidensa a l'é normal a la surfassa 'd separassion dij doi mojen. I vardoma adéss lòn ch'a càpita cand la diression dla propagassion dl'onda a l'é inclinà rispét a la normal a la surfassa ideal ëd separassion dij doi mojen.

Is arferima a figura 2 e i comensoma a arporté 'l fàit sperimental che, an coste condission, suponend cher l'onda a riva dal mojen *1*, la part ëd l'onda che a ven arbatùa ant ël mojen *1* a l'ha na diression a spécc, second la normal, rispét a la diression d'incidensa.

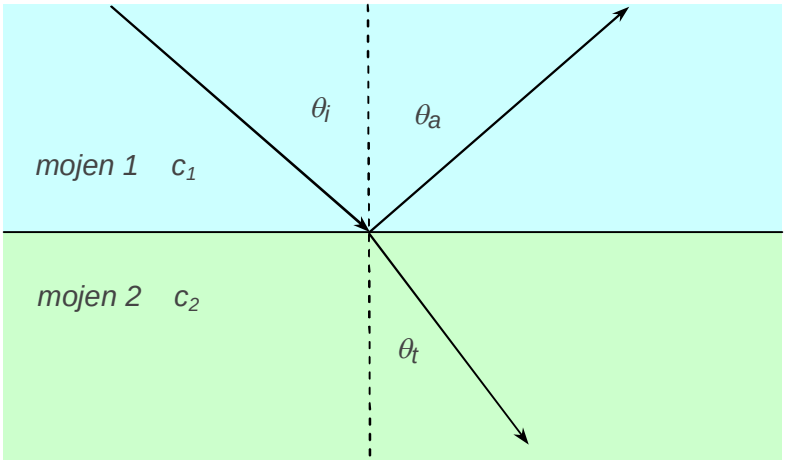

Figura 2 - Arbatiment e rifrassion

Se donca l'àngol d'incidensa rispét a la normal a val θ_i, antlora l'angol θ_a, d'arbatiment a val ancora, an valor assolut, θ_i e i l'oma che a val la relassion : $sin\ \theta_a = sin\ \theta_i$. Për la trasmission i l'oma che : $\frac{sin\theta_t}{sin\theta_i} = \frac{c_2}{c_1}$ andova c_2 e c_1 a son le velocità 'd propagassion, ant l'órdin, ant ij doi mojen *1* e *2*. (costa a l'é la lèj dë Snell).

A val donca na lèj che a smija coma forma a cola dl'òtica geométrica. Ancora 'd pì, as peul ëdcò ambelessì noté che a esist n'àngol ciamà àngol crìtich θ_c tal che : $sin\theta_c = \frac{c_1}{c_2}$. Se a càpita che $c_1 < c_2$ e che $\theta_i > \theta_c$, antlora a spariss l'onda trasmëttùa e tuta l'onda incidenta a ven arbatùa. Na còsa dë sto tipo a càpita 'dcò për la lus ant l'òtica geométrica.

Coeficent d'arbatiment e trasmission

I consideroma 'ncora na situassion coma cola ilustrà an figura 2, che i arpetoma an figura 3 con j'ass d'arferiment scambià, e i vardoma 'd tové ij valor për ij coeficent d'arbatiment e trasmission cand l'àngol d'incidensa a val $\theta_i > 0$.

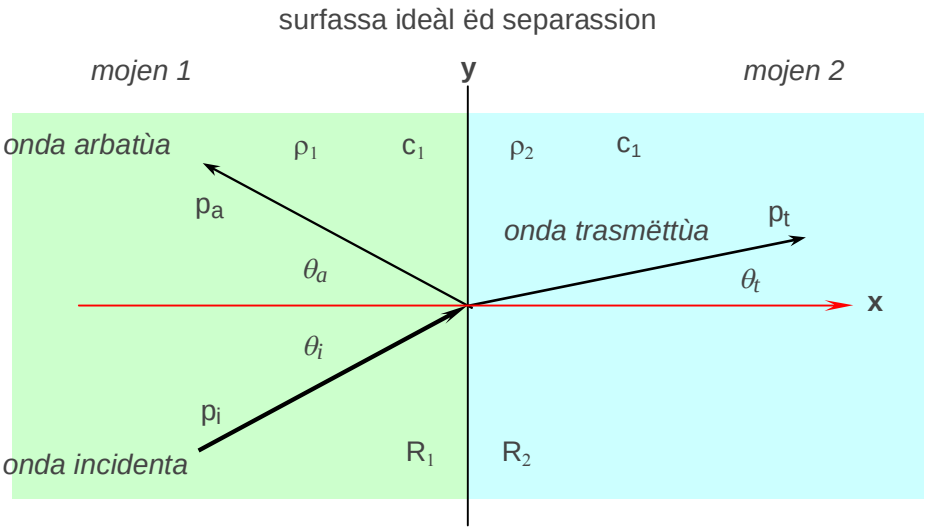

Figura 3 - Coeficent d'arbatiment e trasmission

Për le pression dl'onda incidenta p_i , dl'onda arbatùa p_a e dl'onda trasmëttùa p_t i l'avroma, an general:

$$p_i = P_i\, e^{i(\omega t - k_1 x cos\theta_i - k_1 y sin\theta_i)}$$

$$p_a = P_a\, e^{i(\omega t + k_1 x cos\theta_a - k_1 y sin\theta_a)}$$

$$p_t = P_t\, e^{i(\omega t - k_2 x cos\theta_t - k_2 y sin\theta_t)}$$

L'interfacia as treuva a $x = 0$, e ambelessì la pression a venta che a sia contìnua. Donca $p_i + p_r = p_t$. Vis-a-dì :

$$P_i\, e^{-i k_1 y sin\theta_i} + P_a\, e^{-i k_1 y sin\theta_a} = P_t\, e^{-i k_2 y sin\theta_t}$$

Ma da le lèj ch'i l'oma vist i l'avroma che $\theta_i = \theta_a$ e che $\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{k_2}{k_1}$ e sòn a pòrta a avèj : $P_i + P_a = P_t$.

A l'interfacia a venta 'dcò che le velocità a sio j'istesse da na part e da l'àutra, e donca:

$$v_i \cos\theta_i + v_a \cos(\pi - \theta_a) = v_t \cos\theta_t$$

Se i consideroma che l'impedensa caraterìstica Z a l'é definìa da $Z = p / v$, cost'ùltima espression a dventa :

$$\frac{P_i}{Z_1}\cos\theta_i - \frac{P_a}{Z_1}\cos\theta_a = \frac{P_t}{Z_2}\cos\theta_t$$

andova $Z_1 = \rho_1 c_1$ a l'é l'impedensa caraterìstica dël mojen *1*, e $Z_2 = \rho_2 c_2$ a l'é l'impedensa caraterìstica dël mojen *2*.

A sta mira i podoma arcavé ij rapòrt che an dan ij coeficent d'arbatiment e 'd trasmission dla pression.

$$P_t = \frac{Z_2}{\cos\theta_t}\left(\frac{P_i}{Z_1}\cos\theta_i - \frac{P_a}{Z_1}\cos\theta_a\right) \quad \text{e 'dcò} \quad P_t = P_i + P_a$$

$$\frac{Z_2}{\cos\theta_t}\left(\frac{P_i}{Z_1}\cos\theta_i - \frac{P_a}{Z_1}\cos\theta_a\right) = P_i + P_a \quad \text{ma} \quad \cos\theta_a = \cos\theta_i$$

$$\frac{Z_2 \cos\theta_i}{Z_1 \cos\theta_t}(P_i - P_a) = P_i + P_a$$

$$\frac{P_a}{P_i}\left(1 + \frac{Z_2 \cos\theta_i}{Z_1 \cos\theta_t}\right) = \frac{Z_2 \cos\theta_i}{Z_1 \cos\theta_t} - 1$$

$$\frac{P_a}{P_i} = \frac{Z_2 \cos\theta_i - Z_1 \cos\theta_t}{Z_2 \cos\theta_i + Z_1 \cos\theta_t}$$

Cost ùltim a l'é 'l coeficent d'arbariment për la pression acùstica. Për trové 'l coeficent ëd trasmission për la pression acùstica i podoma osservé che se $P_t = P_i + P_a$, antlora, dividend ij doi member për P_i , i l'oma 'dcò che $\frac{P_t}{P_i} = 1 + \frac{P_a}{P_i}$ e donca :

$$\frac{P_t}{P_i} = 1 + \frac{Z_2 \cos\theta_i - Z_1 \cos\theta_t}{Z_2 \cos\theta_i + Z_1 \cos\theta_t} = \frac{Z_2 \cos\theta_i + Z_1 \cos\theta_t + Z_2 \cos\theta_i - Z_1 \cos\theta_t}{Z_2 \cos\theta_i + Z_1 \cos\theta_t} = \frac{2 Z_2 \cos\theta_i}{Z_2 \cos\theta_i + Z_1 \cos\theta_t}$$

Rifrassion progressìva

I podoma avèj un mojen andova la velocità 'd propagassion ël son a càmbia an manera progressiva con la posission. L'atmosfera, sovens, a l'é un ëd costi mojen, a rason dla variassion ëd temperatura con l'autëssa.

An efét i l'oma vist che la velocità dël son ant un mojen a dipend da la temperatura dël mojen midem e donca 'dcò la velocità dël son a càmbia con l'autëssa. Ëd sòlit l'ària as ësfrèida andand an àut, e 'd sòlit as peul ten-e cont d'un gré ògni sensinquanta meter, ma a peul capité col ch'a-j diso "*inversion tèrmica* ", cand le condission d'umidità, temperatura e mancansa 'd vent a fan an manera che jë strat pì frèid a resto blocà vers ël teren e l'ària as ëscàoda montand, almanch fin-a

a na certa autëssa. An sto cas la temperatura a peul cambié pitòst ampressa con la quòtam, e 'l fenòmeno dla rifrassion progressiva a dventa evidensiàbil.

I podoma arferisse a figura 4, andova i consideroma un modél semplificà discrét con seuj d'ària dë spessor finì a temperatura diferenta fra seuj e costanta ant ògni seul. A basta peui passé al lìmit për lë sdpessor dij seuj ch'a tend a zero për avèj un modél contìnuo.

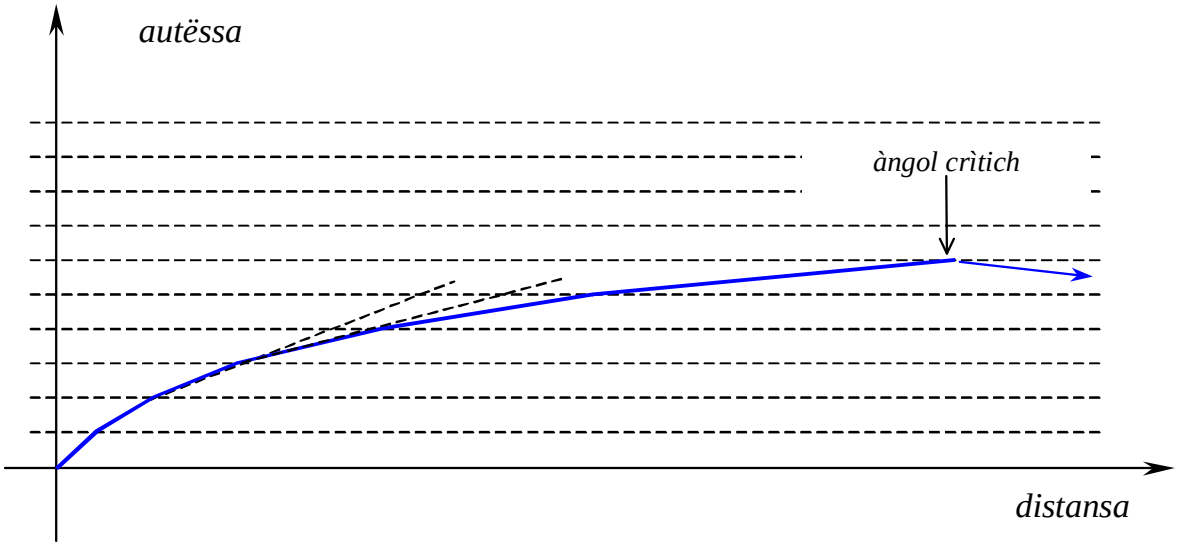

Figura 4 - Rifrassion progressiva

La figura a mostra che n'ònda sonora pian-a che a ven-a generà a tèra con na diression inclinà rispét a la vertical, passand da seul an seul a aumenta soa inclinassion fin-a a rivé an 's na surfassa 'd separassion fra doi seuj con n'àngol che a sùpera l'àngol crìtich, e donca a ven tuta arbatùa an bass. I notoma che na part arbatùa a-i é su tute le surfasse 'd separassion.

Passagi da flùid a sòlid

An sto cas le còse a dvento motobin pì complicà, se l'onda dël son a riva con n'àngol qualonque an sla surfassa sòlida. An efét an sto cas as peul nen mach consideré d'onde longitudinaj coma cole ch'i l'oma considerà fin-a sì, ma ant ël sòlid a peulo generésse 'dcò d'onde trasversaj.

Për semplifiché la tratassion i podoma consideré d'onde che a rivo normaj a la surfassa dël sòlid, e an sto cas a l'é n'aprossimassion che a peul esse acetà cola che a considera ant ël sòlid mach onde longitudinàj.

An general, an sto cas, i l'oma che an sl'interfacia pression e velocità dle partìcole a son nen an fàsi fra 'd lor e antlora 'l sòlid a ven caraterisàda n'impedensa acùstica Z_n (ciamà "*normal* ") ëd forma compléssa : $Z_n = R_n + i \cdot X_n$.

Ij coeficent d'arbatiment e 'd trasmission për la pression a arzulto, ant l'órdin :

$$\frac{P_a}{P_i} = \frac{R_n - Z_1 + i \cdot X_n}{R_n + Z_1 + i \cdot X_n} \quad ; \quad \frac{P_t}{P_i} = \frac{2\left(R_n + i \cdot X_n\right)}{R_n + Z_1 + i \cdot X_n}$$

Se i pijoma për bon-e ste impedense 'dcò për onde sbiésse e i consideroma che l'impesensa a sia sempe 'l rapòrt fra pression acùstica e velocità dle partìcole, i podoma calcolé aprssimà ij coeficent d'arbatiment e 'd trasmission për n'ònda che a riva sbiéssa an s' na surfassa sòlida. J'àngoj d'incidensa e d'arbatiment a resto sempe uguaj.

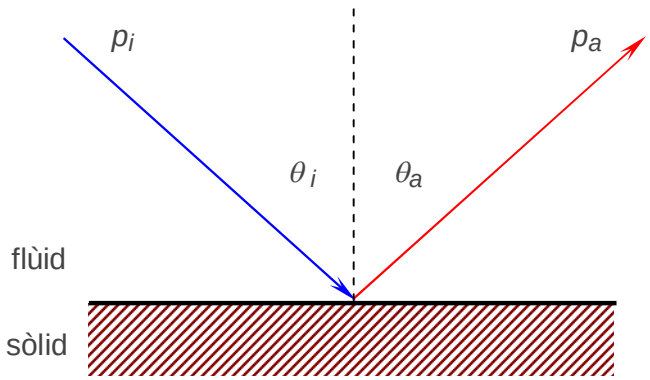

Figura 5 - Arbatiment an s'na surfassa sòlida

I suponoma antlora d'esse ant la situassion ëd figura 5, con n'òonda pian-a che a riva da un flùid contra na paréte sòlida che a peussa esse caraterisà da n'impedensa caraterìstica definìa coma $Z_n = R_n + i \cdot X_n$, e i l'avroma 'dcò che, an sla surfassa, $Z_n = \frac{p}{v}$. Sensa a fé tuti ij passagi, coma coeficent d'arbatiment për la pression i trovoma che:

$$\frac{P_a}{P_i} = \frac{R_n \cos\theta_i - \rho_1 c_1 + i X_n \cos\theta_i}{R_n \cos\theta_i + \rho_1 c_1 + i X_n \cos\theta_i}$$

Propagassion travers tre mojen

I foma 'ncora sto cas për la trasmission, che a supon onde pian-e normaj a le surfasse d'interfacia, e is arferima a figura 6, che a mostra n'onda sonòra che a riva dal flùid *1*, a tarversa 'l mojen *2* e a passa ant ël flùid *3*.

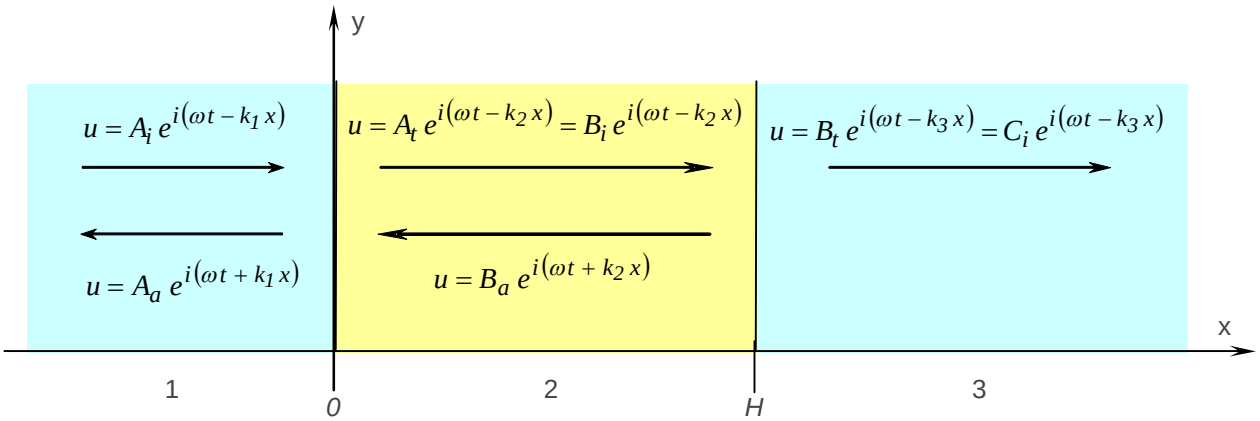

Figura 6 - Propagassion travers tre mojen

Ël modél ch'i dovroma a l'é semplificà. I consideroma j'ampiësse djë spostament e i l'oma butà l'interfàcia fra *1* e *2* an sël zero dl'ass *x*, e i consideroma che l'onda $u = A_i\, e^{i(\omega t - k_1 x)}$ che a riva dal mojen *1* a sta mira as ëscompon-a ant n'onda arbatùa andarera $u = A_a\, e^{i(\omega t + k_1 x)}$ e n'onda propagà anans $u = A_t\, e^{i(\omega t - k_2 x)} = B_i\, e^{i(\omega t - k_2 x)}$, I consideroma che l'onda $u = A_t\, e^{i(\omega t - k_2 x)} = B_i\, e^{i(\omega t - k_2 x)}$ as propaga fin-a a l'interfacia che as treuva an posission $x = H$ e

che sì as divida ant n'onda che a torna 'ndarera $u = B_a\, e^{i(\omega t + k_2 x)}$ e n'onda trasmëttùa anans $u = B_t\, e^{i(\omega t - k_3 x)} = C_i\, e^{i(\omega t - k_3 x)}$.

Ant ël mojen 1, antlora, l'ampiëssa dla vibrassion a sarà :

$$u_1 = A_i\, e^{i(\omega t - k_1 x)} + A_a\, e^{i(\omega t + k_1 x)}$$

e i notoma che i consideroma nen la part trasmëttùa dl'onda che a torna andarera ant ël mojen *2*, arbatùa da l'interfacia fra *2* e *3*.

Ant ël mojen *2*, l'ampiëssa dla vibrassion a sarà :

$$u_2 = B_i\, e^{i(\omega t - k_2 x)} + B_a\, e^{i(\omega t + k_2 x)}$$

e i notoma che i consideroma nen la part arbatùa torna anand dl'onda che a torna andarera ant ël mojen *2*, arbatùa da l'interfacia fra *2* e *3*.

An fin, ant ël mojen *3*, a resta la part trasmëttùa anans dl'onda che a riva a l'interfàcia an posission $x = H$. Vis-a-dì :

$$u_3 = B_t\, e^{i(\omega t - k_3 x)} = C_i\, e^{i(\omega t - k_3 x)}$$

An costa manera i consideroma le condission al contorn për le doe interface che a son sempe l'ugualiansa dle doe pression e dle doe velocità an sle doe face. I arcordoma che ij nùmer d'onda a son $k_1 = \dfrac{\omega}{c_1}$ ant ël prim mojen, $k_2 = \dfrac{\omega}{c_2}$ ant lë scond mojen, $k_3 = \dfrac{\omega}{c_3}$ ant ël ters mojen.

An sl'interfacia a $x = 0$ i l'avroma : $p_1 = p_2$ e donca $-Y_1 \dfrac{\partial u_1}{\partial x} = -Y_2 \dfrac{\partial u_2}{\partial x}$, andova Y_1 e Y_2 a son, ant l'órdin, ij mòduj d'elastissità a compression cùbica dij mojen *1* e *2*, con Y_1 che a val $Y_1 = \rho_1 c_1^2$ (con c_1 velocità dël son ant ël mojen *1*) e con Y_2 che a val $Y_2 = \rho_2 c_2^2$ (con c_2 velocità dël son ant ël mojen *2*). Sostituend, fasend ij cont e semplificand i l'avroma :

$$\rho_1 c_1 \left(A_i - A_a\right) = \rho_2 c_2 \left(B_i - B_a\right)$$

mentre për le velocità a sarà $v_1 = v_2$ e donca $\dfrac{\partial u_1}{\partial t} = \dfrac{\partial u_2}{\partial t}$, e sòn a pòrta a avèj:

$$A_i + A_a = B_i + B_a$$

An sl'interfacia a $x = H$ i l'avroma : $p_2 = p_3$ e donca $-Y_2 \dfrac{\partial u_2}{\partial x} = -Y_3 \dfrac{\partial u_3}{\partial x}$, andova Y_3 a l'é 'l mòdul d'elastissità a compression cùbica dël mojen *3*. I andoma anans coma prima, e i l'avroma, për l'ugualiansa dle pression :

$$\rho_2 c_2 \left(B_i\, e^{-i k_2 H} - B_a\, e^{i k_2 H}\right) = \rho_3 c_3\, C_i$$

mentre për le velocità a sarà $v_2 = v_3$ e donca $\dfrac{\partial u_2}{\partial t} = \dfrac{\partial u_3}{\partial t}$, e sòn a pòrta a avèj:

$$B_i\, e^{-i k_2 H} + B_a\, e^{i k_2 H} = C_i$$

A sta mira i podoma calcolé 'l rapòrt $\dfrac{C_i}{A_i}$, che a l'é 'l coeficent ed trasmission total për l'ampiëssa dle vibrassion dle partìcole. As oten :

$$\frac{C_i}{A_i} = \frac{2\,\rho_1\,c_1\,\rho_2\,c_2}{\rho_2\,c_2\,(\rho_3\,c_3 + \rho_1\,c_1)\cos k_2\,H + i\left(\rho_2^2\,c_2^2 + \rho_1\,c_1\,\rho_3\,c_3\right)\sin k_2\,H}$$

Se i podoma supon-e che $Z_1 = \rho_1\,c_1$; $Z_2 = \rho_2\,c_2$; $Z_3 = \rho_3\,c_3$, antlora i podroma scrive che:

$$\frac{C_i}{A_i} = \frac{2\,Z_1\,Z_2}{Z_2\,(Z_3 + Z_1)\cos k_2\,H + i\left(Z_2^2 + Z_1\,Z_3\right)\sin k_2\,H}$$

Se i vardoma 'l raport α_t fra l'intensità I_1 e l'intensità I_3 i l'avroma che :

$$\alpha_t = \frac{I_3}{I_1} = \frac{Z_1}{Z_3}\frac{C_i^2}{A_i^2} = \frac{Z_1}{Z_3}\left(\frac{C_i}{A_i}\right)^2$$

Se ij mojen *1* e *3* a son istéss e a son giustaària e 'l mojen *2* a l'é na parete sòlida 'd division con $Z_2 >> Z_{aria}$, l'espression as semplìfica 'ncora e a s arduv a : $\alpha_t = \dfrac{4\,Z_1^2}{Z_2^2\,k_2^2\,H^2}$

Difrassion dël son

Fin-a sì i l'oma vist che 'l son a l'é regolà da lèj che a smijo a cole dl'òtica geométrica, e sòn përchè i l'oma fàit l'ipòtesi che le dimension dle surfasse anteressà a fusso pì gròsse dle longhësse d'onda dël son ch'i consideravo. Sòn a l'é nen sempe vèra ansì, sovens j'onde dël son a interagisso con d'ogét bin pì cit dla longhëssa d'onda. I l'oma già parlà 'd sòn ant la prima session, e sì i arpetoma 'l dëscors për completëssa, contut che na tratassion rigorosa a sarìa longa e complicà, e un pòch fòra 'd nòstr but.

Cand sto cas a càpita, a interven un fenòmeno ciamà "***difrassion*** ", andova l'ogét anvestì a interagiss con l'onda an manera diferenta da cola ch'a sarìa dàita mach da régole geométrche. N'esempi clàssich a l'é col ch'i arportoma an figura 7.

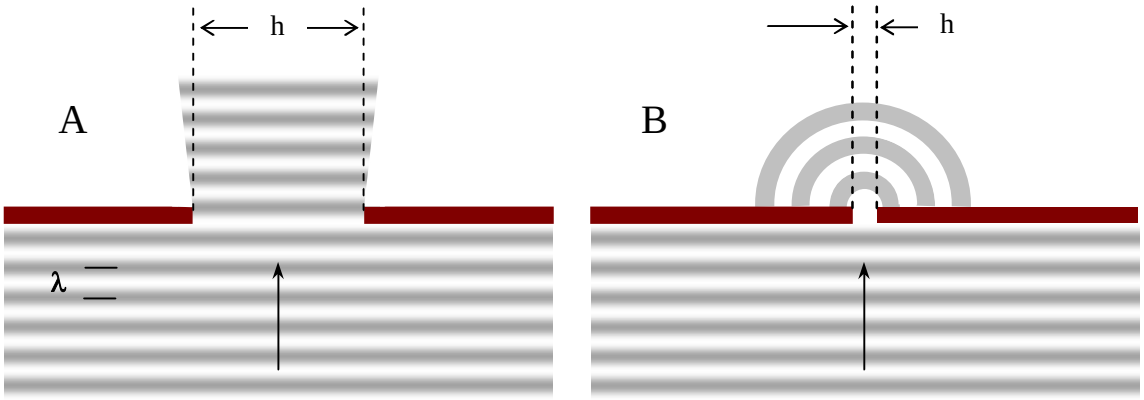

Figura 7 - Difrassion

N'onda pian-a a invést an diression normal na parete isolanta (rèida d'autut) con n'overtura che ant ël cas A a l'ha na larghëssa h bin ëd pì che longhëssa d'onda λ. An sto cas l'onda ch'as propaga da 'd là dl'overtura a continua anans an pràtica an lìnia drita, segoend le lèj geométriche .

Ant ël cas B l'overtura ant la parete a l'ha dimension pì cite dla longhëssa d'onda. An sto cas ël bòrd estern dl'overtura as compòrta coma generator dl'onda, che a contìnua dòp l'overtura coma onda semi-sférica.

Còse dl'istess tipo a càpito cand l'onda sonòra a anvest d'ostàcoj ëd dimension cita, ò macassìa finìa. An pràtica mach se l'ostàcol a l'é bin gròss as peulo trové ëd zòne d'ombra bin definìe, dësnò j'onde a "*viro 'ntorna* " a l'ostàcol e a rivo 'dcò an zòne che da na mira geométrica a sarìo d'ombra.

A l'é ciàir che pì la longhëssa d'onda a l'é gròssa e pì, an proporsion, l'ostàcol a l'é cit. Donca 'l fenòmeno dla difrassion a anteréssa 'd pì le frequense basse che cole àute.

Dispersion e assurbiment

N'onda sonòra che a anvesta na série d'ostàcoj cit a perd energìa përchè costa a ven iradià an tute le diression da costi ostàcoj, con un mecanism dël tipo 'd col ch'i l'oma vist prima. An sto cas as parla 'd "*dispersion dj'onde sonòre* ".

Fin-a sì i l'oma fàit l'ipòtesi ëd mojen ëd trasmission ch'a sio elàstich përfét, ma costa a l'é giusta n'aprossimassion (dle vire motobin bon-a) përché tuti ij mojen a presento na dàita viscosità.

I l'oma già vist ant la mecànica dij flùid che la viscosità a pròvoca perdita d'energìa, përchè l'energìa elastica a ven nen tuta restituìa cand ël mojen a và vers la posission d'echilibri dal moment che na part a serv a vince le resistense passive, e donca a ven trasformà an calor.

A-i son nen mach coste perdite, ma as peulo 'dcò consideré le "*perdite tèrmiche* ", vis-a-dì perdite 'd calor da le zone comprimùe e donca pì càode a zòne pì frèide. Con d'àutre paròle, ij procéss a son nen adiabàtich përfét. D'àutre rason ëd perdita a peulo essie a livél molecolar opura 'd retìcol cristalin (ant ij sòlid).

Mentre la dispersion a l'é bin complicà da quantisé, për l'assurbiment a peulo esse misurà 'd valor sperimentaj.

Filtrassion dël son

Cand n'onda pian-a as propaga ant un condòt, an fonsion dla sàgoma dël condòt midem, a l'avrà n'atenuassion che a dipend da la frequensa dl'onda. I l'oma già vist ant la prima part e ant le nòte 'd matemàtica, e i vëddroma torna peui, che un son a peul esse fàit da onde 'd frequense diferente. Ël condòt, second soa forma, a peul atenué motobin frequense 'd na dàita banda 'd frequense e pòch j'àutre frequense. A realisa donca un filter che a peul tajé frequense basse, frequense àute, opura na dàita banda 'd frequense.

An particolar i notoma che se 'l son as propaga ant un tubo, se sto tubo a l'ha 'd beucc lateraj, a tirerà a atenué la frequense basse, mentre cole àute a tiro a passé anans, se 'l tubo a l'ha dë slargament a atenuerà anvece le frequense àute, e se an derivassion al tubo a-i son ëd cavità con dàite frequense d'arsonansa, cole frequense a tiro a esse eliminà dal son che as jë propaga andrinta. Sòn a l'é arpresentà an figura 8.

Ant la prima part dla figura a l'é arpresentà un son che as propaga ant un tubo, che a l'ha un beucc lateral an dla paréte. cost a l'é dit un filter "passa àut ", ant ël sens che arlongh ël tubo le frequense àute a son manch atenuà 'd cole basse. An efét as treuva, da na mira sperimental, n'espression për ël coeficent ëd trasmission dla potensa acùstica (ò dl'intensità) che a l'é dël tipo:

$$\alpha_t = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi a^2}{2 A L k} \right)^2}$$

andova a a l'é 'l ragg dël beucc, A a l'é la session trasversa dël tubo, L a val giusta $1{,}7 \cdot a$, mentre k a l'é 'l sòlit nùmer d'onda $k = \frac{\omega}{c}$

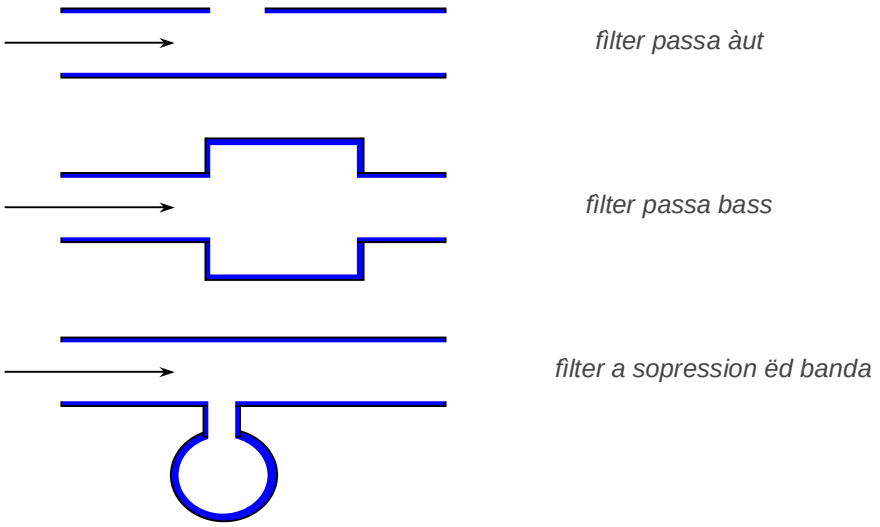

Figura 8 - Filter acùstich

D'àutre espression, che sì i stoma nen a arporté, as treuvo për j'àurti tipo 'd filter. I vardoma anvece lòn ch'a càpita cand n'onda pian-a as propaga andrinta a un tubo che a na dàita mira a càmbia session e as ëstrenz. Sì is arferima a figura 9.

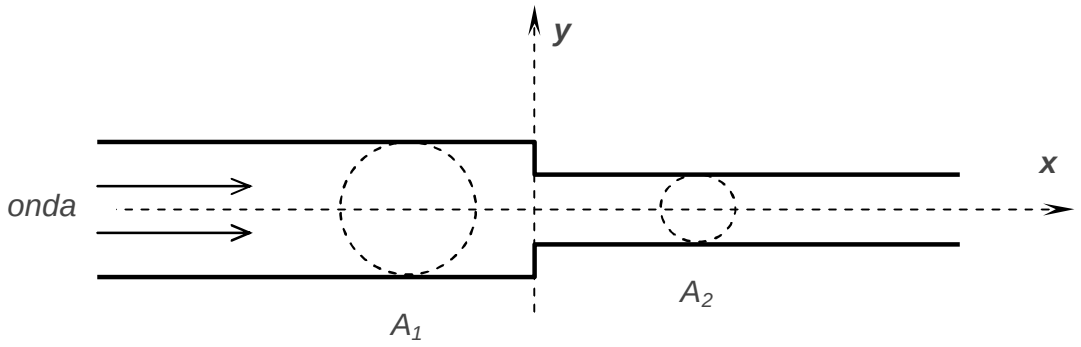

Figura 9 - Variassion ëd session

An sto cas, ant ël pont andova la session a càmbia da A_1 a A_2, che i butoma a $x = 0$, as peul calcolé un coeficent ëd trasmission e un coeficent d'arbatiment. Com i l'oma fàit prima, a venta che i scrivo le relassion ëd continuità për pression acustica e velocità volumétrica (portà an volum).

$$p_i + p_r = p_t \quad ; \quad A_1 (v_i + v_r) = A_2 v_t$$

e da coste doe condission i podoma arcavé l'espression : $\frac{p_i + p_r}{v_1 + v_r} = \frac{A_1}{A_2} \frac{p_t}{v_t}$.

I arcordoma che $v_i = \frac{p_i}{\rho c}$; $v_r = -\frac{p_r}{\rho c}$; $v_t = \frac{p_t}{\rho c}$ e se i foma le sostitussion i trovoma:

$$\frac{p_i + p_r}{\frac{p_i}{\rho c} - \frac{p_r}{\rho c}} = \frac{A_1}{A_2}\frac{p_t}{\frac{p_t}{\rho c}}$$ e moltiplicand për ρc numerator e denominator:

$$\frac{\rho c(p_i + p_r)}{p_i - p_r} = \frac{\rho c A_1}{A_2}$$ e da sì $$\frac{p_r}{p_i} = \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2}$$

Cost a l'é 'l coeficent d'arbatiment për la pression. I podoma trové 'l coeficent d'arbatiment për la potensa acùstica α_r com i l'oma vist prima:

$$\alpha_r = \left(\frac{p_r}{p_i}\right)^2 = \left(\frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2}\right)^2$$

Ël coeficent ëd trasmission dla potensa acùstica α_t a sarà dàit da $\alpha_t = 1 - \alpha_r$, e donca

$$\alpha_t = 1 - \left(\frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2}\right)^2$$

Pàgina lassà veuida apòsta

ANTERFERENSA

I suponoma adéss d'avèj doe onde che as propago ant l'istéss spassi. Për onde sonòre d'ampiëssa cita, a val la sempia adission dj'efét, e donca l'efét total a l'é fiusta l'adission linear ëd lòn che j'onde a produvrìo ognidun-a da sola.

Ant la prima session i l'oma vist l'anterferensa d'onde ch'as propago an 's na còrda, e prima 'ncora i l'oma vist, ant ij moviment armònich, l'adission ëd costi moviment, la modulassion e ij batiment. I arpijoma sti dëscors arferì però a j'onde sonòre.

Onde con l'istessa frequensa

I suponoma doe onde pian-e armòniche che as propago ant l'istéss ëspassì con l'istessa diression, e che a l'han l'istessa frequensa $f_1 = f_2$.

I suponoma che l'ampiëssa màssima dla pression acùstica dla prima a sia P_1 e cola dla sconda a sia P_2 . L'onda arzultanta a dipendrà da P_1 da P_2 e da la fase φ dle doe onde l'un-a rispét a l'àutra. A l'é ciàir che se le doe onde a son an fase l'arzultant a l'avrà n'ampiëssa màssima P_{tot} dàita da $P_{tot} = P_1 + P_2$, con l'istessa fase, e a sarà 'ncora n'onda armònica. Se anvece le doe onde a son an oposission ëd fase, antlora l'arzultant a l'avrà n'ampiëssa màssima P_{tot} dàita da $P_{tot} = |P_1 - P_2|$, con l'istessa fase dl'onda con l'ampiëssa la pì gròssa. Se peui le doe onde an oposission a l'han ëdcò l'istessa ampiëssa, antlora as dëscancelo l'un-a con l'àutra.

An tuti j'àutri cas as trata 'd fé l'adission dle doe sinusòid. I suponoma 'ncora (për semplifiché) che le doe onde a l'àbio l'istéssa ampiëssa P màssima e i vardoma lòn ch'a càpita ant un pont dlë spassi andova la pression acustica total p a sarà l'arzultà dl'adission dle doe pression acùstiche p_1 e p_2.

$$p = p_1 + p_2 = P\,sin(2\pi\, f\, t + \varphi) + P\,sin(2\pi\, f\, t + \psi) = P\left[sin(\omega t + \varphi) + sin(\omega t + \psi)\right]$$

e se i aplicoma le fòrmule 'd prostaféresi dla trigonometria i trovoma che :

$$p = 2P\,sin\left(\frac{\omega t + \varphi + \omega t + \psi}{2}\right)\cdot cos\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right) = 2P\,sin\left(\omega t + \frac{\varphi + \psi}{2}\right)\cdot cos\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right)$$

L'onda arzultanta donca a l'ha sempe l'istéssa frequensa, na fase che a l'é la média dle doe fase e l'ampiëssa che a val $2P\,cos\left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right)$. L'ampiëssa donca a val $2P$ cand j'onde a son an fase, com i l'avìo vist, e a val zero cand j'onde a son an oposission, com i l'avìo vist.

Se i pensoma a doe onde progressive e i consideroma che la sconda a sia sfasà ëd φ rispét a la prima, i podoma scrive soe equassion coma :

$$p_1 = P\,sin(\omega t - k\,x) \quad ; \quad p_2 = P\,sin(\omega t - k\,x + \varphi) \quad \text{e donca :}$$

$$p = p_1 + p_2 = P\left[sin(\omega t - k\,x) + sin(\omega t - k\,x + \varphi)\right] \quad \text{vis - a - dì :}$$

$$p = 2P\,sin\left(\frac{\omega t - k\,x + \omega t - k\,x + \varphi}{2}\right)\cdot sin\left(\frac{\omega t - k\,x - \omega t + k\,x - \varphi}{2}\right)$$

$$p = 2P\,sin\left(\omega t - k\,x + \frac{\varphi}{2}\right)\cdot sin\left(\frac{-\varphi}{2}\right)$$

Ij batiment

Un cas ëd particolar anterésse a l'é col ëd doe frequense pòch diferente fra 'd lor che a anterferìsso. I l'oma già parlà dë sto cas a propòsit d'adission ëd moviment armònich (an Cinemàtica) e an cas d'onde trasversaj (sempe ant la prima session). Sì i arpijoma 'l dëscors.

I suponoma donca che le doe onde ch'a interferìsso a l'àbio 'ncora l'istessa ampiëssa e che a parto da l'istéssa fase ugual a zero. Se is butoma ant un pont coma prima, i podoma vardé com a càmbia la pression acùstica p ant ël temp. Për tute doe j'onde la pression màssima a val P. Le doe frequense ch'a sio f_1 e f_2, e a coste a corispondrà la pulsassion ω_1 e ω_2. I podoma 'dcò giusta adissioné j'equassion dle doe onde e i trovoma l'equassion dl'onda arzultanta. Le doe onde a càmbio ant ël temp e ant lë spassi con la lèj :

$$p_1 = P\,sin(\omega_1\,t - k\,x) \quad ; \quad p_2 = P\,sin(\omega_2\,t - k\,x + \varphi) \quad \text{e donca :}$$

$$p = p_1 + p_2 = P\left[sin(\omega_1\,t - k\,x) + sin(\omega_2\,t - k\,x + \varphi)\right] \quad \text{vis - a - dì :}$$

$$p = 2\,P\,sin\left(\frac{\omega_1\,t + \omega_2\,t - 2\,k\,x + \varphi}{2}\right) \cdot sin\left(\frac{\omega_1\,t - \omega_2\,t - \varphi}{2}\right)$$

A sta mira i butoma che $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ e che $\Omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ andova ω a l'é la media dle doe pulsassion mentre Ω a l'é la metà dla diferensa dle doe pulsassion, e donca na pulsassion pitòst bassa. L'equassion a dventa (arferend la fase a la prima dle doe onde ch'a anterferisso) :

$$p = \left\{2\,P\;sin\left(\Omega\,t - \frac{\varphi}{2}\right)\right\} \cdot sin\left(\omega\,t - k\,x + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Ël termo ch'i l'oma scrivù an parentesi grafa a arpresenta l'ampiëssa màssima dl'onda dëscrivùa da lë scond termo. Costa ampiëssa màssima a càmbia ant ël temp an manera sinusoidal, com a l'é ilustrà an figura 10.

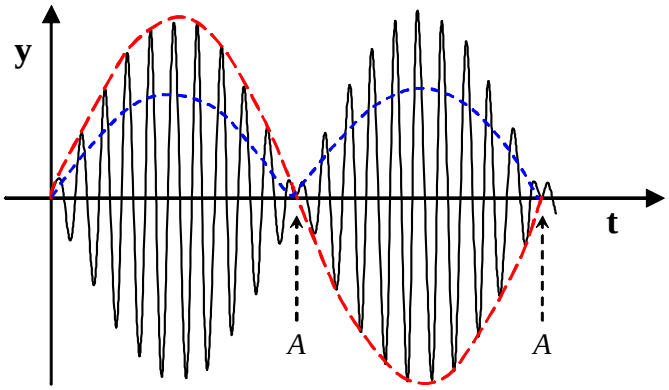

Figura 10 - Batiment

I notoma che l'anlup dl'onda a l'é nen sinusoidal, ma a l'é na sucession ëd semi-sinusòid. An efét, ant ij pont indicà con A an figura, l'ampiëssa a passa da zero e a càmbia segn. Sòn a dà na dëscontinuità a l'onda, che a corispond a un cambiament ëd fase 'd 2π. La curva trategià rossa an figura a dà 'l valor dël termo "*pression màssima P* ".

Se i consideroma 'l valor eficent dla pression (lìnia trategià bleuva an figura) , i vëddoma che cost a l'ha un perìod che a l'é metà 'd col dla pression màssima, e donca na frequensa istessa a la diferensa dle doe frequense 'd partensa.

Onde con frequensa bin diferenta

I arcordoma che costa tratassion a l'é già stàita fàita a propòsit d'ossilassion ant la part set dla prima session, e i armandoma sensàutr ambelelà

Se ij doi moviment a son adissionà, as oten mach na ossilassion (cola a frequensa àuta) che a cambia valor sentral con l'andament che a l'ha ampiëssa e frequensa istesse a l'ossilassion a frequensa bassa. I arportoma n'esempi an figura 11.

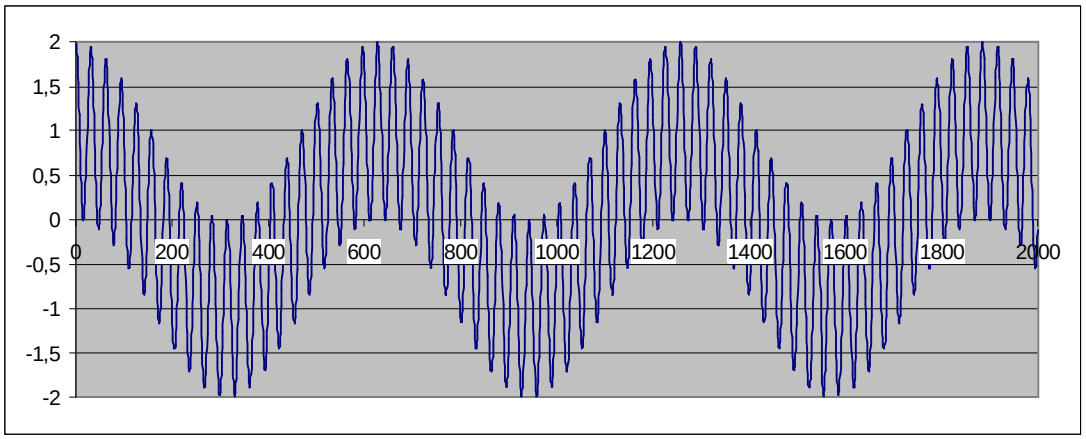

Figura 11 - Adission ëd doe onde con frequensa motobin diferenta

Lòn ch'i loma scrivù an partensa për ij batiment a val ëdcò ambelessì, dal moment ch'i l'oma nen fàit operassion ò semplificassion giustificà da la cita diferensa dle frequense. I l'oma giusta suponù che le doe ampiëssa màssime a fusso istesse, con valor *P*, còsa che i continuoma a supon-e. Donca, për la pression acùstica total p a val sempe l'espression:

$$p_1 = P\,sin(\omega_1\,t - k\,x) \quad ; \quad p_2 = P\,sin(\omega_2\,t - k\,x + \varphi) \quad \text{e donca:}$$

$$p = p_1 + p_2 = P\left[sin(\omega_1\,t - k\,x) + sin(\omega_2\,t - k\,x + \varphi)\right] \quad \text{vis - a - dì:}$$

$$p = 2\,P\,sin\left(\frac{\omega_1\,t + \omega_2\,t - 2\,k\,x + \varphi}{2}\right) \cdot sin\left(\frac{\omega_1\,t - \omega_2\,t - \varphi}{2}\right)$$

La diferensa rispét ai batiment a l'é che la frequensa àuta dla pression acùstica a resta an pràtica costanta e a l'é arferìa a la pression acustica dla frequensa bassa, e costa a cambia bin pòch ant un perìod. I notoma che a la fin dël perìod dla frequensa bassa ëd sòlit ël perìod dla frequensa àuta a l'é nen ëdcò chièl a la fin, e sì i armandoma a lòn ch'i l'oma dit a propòsit dla composission dj'ossilassion cand le frequense a son con-misuràbij e nen con-misuràbij.

Onde stassionàrie

I l'oma già dit quaicòs an forma implìssita parland d'arsonansa 'd colòne d'ària, e i l'oma parlane 'dcò ant le session prima. Sì i vardoma la còsa da la mira dl'interferensa 'd doe onde ch'as propago ant l'istéss ëspasi an sens contrari.

I consideroma, antlora, figura 12 andova i l'oma arpresentà un tubo con na dàita longhëssa, con na base che a vìbra a na frequensa f che i podoma cambié e con l'àutra base che i suponoma ch'a sia rèida e ch'a l'àbia n'impedensa acustica motobin àuta, lòn ch'a basta për podèj consideré che tuta l'onda (sì is arferima sempe a pression acùstica) generà da la prima base e che as propaga ant ël tubo, a sia arbatùa 'ndarea al complét.

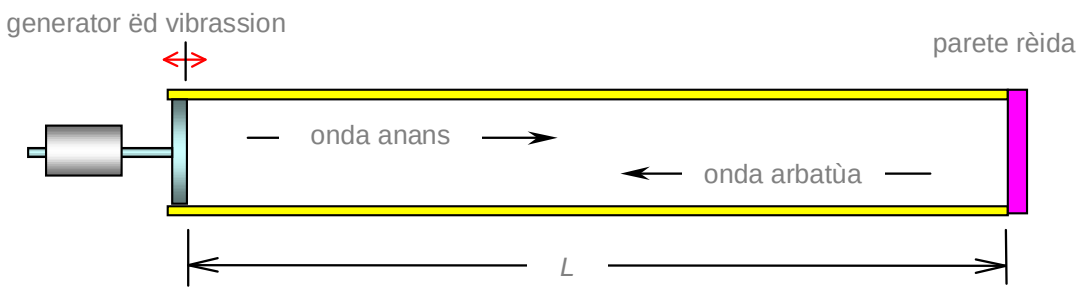

Figura 12 - Onde stassionàrie

Se P_i a l'é la pression acùstica màssima dl'onda che a incid an sla parete rèida, la pression màssima dl'onda arbatùa a sarà antlora $P_a = P_i = P$.

Ant ël tubo, antlora, a-i sarà n'onda anans dàita da $p_i = P\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$ e n'onda arbatùa dàita da $p_i = P\cos\left[\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)\right]$ an fase con la prima. La pression p total ant ël tubo a sarà donca dàita da :

$$p = P\left\{\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] + \cos\left[\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)\right]\right\}$$

I aplicoma le sòlite fòrmule trigonométriche e i notoma che la velocità 'd propagassion c, dividùa për la frequensa $f = \omega/2\pi$ dël son, a dà la longhëssa d'onda λ. I otnoma :

$$p = 2P\cos\frac{\omega x}{c}\cdot\cos\omega t \quad \text{ma i l'oma che} \quad \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{e donca :}$$

$$p = 2P\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cdot\cos\omega t$$

I notoma che costa espression a l'é pì nen cola 'd n'onda ch'as propaga, ma a l'é n'onda ciamà " ***onda stassionaria*** ", che a l'ha n'ampiëssa màssima fonsion dla posission e dla longhëssa d'onda, che a val zero për tuti ij pont x che as treuvo ant na posission multipla dìspari ëd $\lambda/4$ (vis-a-dì : $\lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$, ...), e che a val $2P$ an tuti ij pont an posission multipla pari ëd $\lambda/4$ (vis-a-dì : $\lambda/2$, λ, $6\lambda/4$, ...). An tuti ij pont la pression a vària fra màssim positiv e massim negativ con la pulsassion ω.

I l'oma dit che le doe onde anans e 'ndaré a son an fàse, ma sòn a l'é possibil mach se 'l tubo a l'ha na longhëssa L che a sia $l = n\cdot\frac{\lambda}{2}$ con $n =$ nùmer antrégh . Ant ël tubo donca a peulo stabilìsse onde stassionarie con frequensa diferenta ma che a sodisfa a costa relassion.

Ëd sòn i l'oma parlà 'dcò a propòsit dij flùid, ant la part set dla sconda session (tubo 'd Kundt). L'onda arbatùa a soa vira a ven torna arbatua a l'àutr estrem dël tubo, e coste onde che a viagio anans e 'ndaré, se L a l'é qualonque, a son nen coerente, e a formo nen n'onda stassionària.

COMPOSISSION E SCOMPOSISSION DËL SON

Fra lòn ch'i l'oma vist fin-a sì a venta ch'i ten-o present, ant le nòte 'd matemàtica, jë svilup an série e an particolar lë svilup an série 'd Fourier, e peui i l'oma 'dcò vist sto problema ant la part set dla prima session dle nòte 'd fìsica. Sì i arpijoma sti sogét e i vardoma 'd completé 'l discors, arpetend ëdcò quaicòs già dit, për esse pì ciàir.

Composission dël son

Fin-a sì i l'oma tratà d'onde sinusoidaj opura 'd quàich cas particolar ëd composission. Adéss i vardoma cos a càpita cand doe onde con frequensa diferenta e qualonque e con ampiëssa qualonque, a ven-o compòste.

Frequense con-misuràbij

I componoma doi son con frequensa diferenta f_1 e f_2, ma ch'a l'àbio doi perìod $T_1 = 1 / f_1$ e $T_2 = 1 / f_2$ che a sio con-misuràbij fra 'd lòr. I disoma donca che a esisto almanch doi nùmer antrégh m e n, taj ch'a sia $mT_1 = nT_2$.

Se as pijo ij doi nùmer pì cit che a sodisfo la condission, i l'oma: $m \cdot T_1 = n \cdot T_2 = T$. Ël moviment che a arzulta a l'é nen armònich, ma a l'é periòdich, e a l'ha perìod ugual a T.

An particolar i podoma consideré un moviment con period T_0 e tuti ij moviment con period $\frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{3}, \frac{T_0}{4}, \ldots \frac{T_0}{n}, \ldots$ etc. e j'adissionoma, otnoma sempe un moviment periòdich, che a peul esse l'orìgin ëd na corispondenta onda sonòra.

I arcordoma che na fonsion periòdica dël temp $f(t)$ a l'é na fonsion che a esist n'interval ëd temp T tal che, për qualonque valor dla variàbil t a val la relassion $f(t) = f(t + T)$.

Frequense nen con-misuràbij

Se le doe frequense f_1 e f_2 a son nen con-misuràbij, vis-a-dì che a stan ant un rapòrt dësrassional, antlora as peul nen tové un temp T che a sia mùltipl dij doi perìod. La composission dle doe onde a l'é pì nen n'onda periòdica, ma a resta giusta l'adission dle doe onde.

Scomposission dël son

Com i l'oma già vist ant le nòte 'd matematica, na qualonque fonsion periòdica a peul esse scomponùa ant na série trigonométrica ciamà "***série 'd Fourier*** ". I arportoma për completëssa lòn ch'i l'oma dit a propòsit ëd costa série ant le nòte 'd matemàtica.

La série 'd Fourier

I arciamoma quàich concét an sle fonsion periòdiche, dal moment che coste a son la base dë sto tipo 'd série.

Le fonsion periòdiche

Ch'a sia T un nùmer real positiv qualonque. Na fonsion $f(x)$ as ës-ciama "*fonsion periòdica con perìod T* " se a val sempe, për ògni x l'identità $f(x) = f(x + T)$. Sòn a veul dì, dal moment che x a

l'é un qualonque valor real, che, an general $f(x) = f(x + nT)$ con n antrégh qualonque. Na fonsion periòdica (che a sia nen na costant) a l'ha sempe un perìod mìnim T_0. Ël ressìproch dël perìod minim $1/T_0$ a ven ciamà "*frequensa* ν_0" dla fonsion.

I ciamoma "*polinòmi trigonométrich* " n'espression dël tipo: $a_0 + \sum_{h=1}^{n}(a_h \cos hx + b_h \operatorname{sen} hx)$.

I disoma peui gré dël polinòmi ël pì gross valor h che a l'ha a_h ò b_h diferent da zero.

La série 'd Fourier

La série 'd Fourier a l'é na série trigonométrica 'd fonsion, vis-a-dì che al'ha ij termo ch'a son fonsion trigonométriche, dël tipo 'd coj ch'i arportoma sì sota :

$$a_0 + (a_1 \cdot \cos x + b_1 \cdot \operatorname{sen} x) + (a_2 \cdot \cos 2x + b_2 \cdot \operatorname{sen} 2x) + \cdots + (a_n \cdot \cos nx + b_n \cdot \operatorname{sen} nx) + \cdots$$

andova x a l'é variàbil ant l'interval da 0 a 2π.

Ij coeficent $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$ e $b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, \ldots$ a son nùmer reaj ciamà " *coeficent dla série* ". Ij termo 'd costa série a son fonsion periòdiche , com i l'oma vist a propòsit dle fonsion trigonométriche.

Se na fonsion $f(x)$ a peul esse integrà ant l'interval $[0, 2\pi]$, antlora as peul scrive na série trigonométrica dont ij coeficent a son dàit da j'espression :

$$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cdot dx$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cdot \cos x \cdot dx \quad ; \quad b_1 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cdot \operatorname{sen} x \cdot dx$$

.....

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cdot \cos nx \cdot dx \quad ; \quad b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cdot \operatorname{sen} nx \cdot dx$$

.....

La série a l'é donca, an forma curta : $a_0 + \sum_{h=1}^{\infty}(a_h \cos hx + b_h \operatorname{sen} hx)$

I notoma che se la fonsion $f(x)$ a l'é na fonsion pari (vis-a-dì che $f(x) = f(-x)$), antlora sò svilup an série 'd Fourier a l'ha ij termo $b_h = 0$ e donca a l'ha forma : $a_0 + \sum_{h=1}^{\infty} a_h \cos hx$.

Se anvece fonsion $f(x)$ a l'é na fonsion dispari (vis-a-dì che $f(x) = -f(-x)$), antlora sò svilup an série 'd Fourier a l'ha ij termo $a_h = 0$ e donca a l'ha forma : $\sum_{h=1}^{\infty} b_h \operatorname{sen} hx$.

Convergensa dla série 'd Fourier

I l'oma vist che se ij coeficent a peulo esse calcola, a na dàita fonsion *f(x)* as peul socé na série 'd Fourier. Lòn che as peul nen disse a l'é se sta série a convergg an tut l'interval a la fonsion *f(x)*. La costion dla convergensa dla série a l'é pitòst complicà ma a giuta 'l teorema che a dis:

Se, ant l'interval $[-\pi, +\pi]$, la fonsion a l'é contìnua, gavà che ant un nùmer finì 'd pont x_δ, andova a l'ha na dëscontinuità dël prim tipo, vis-a-dì che an costi pont a esito e a son finì ij lìmit destr $f^+(x_\delta)$ e sinistr $f^-(x_\delta)$ dla fonsion, contut ch'a sio nen istéss, se sòn a val ëdcò për la derivà prima dla fonsion, e se 'ncora a esist e a l'é finì 'l lìmit da drita ant ël pont $-\pi$ e a esist e a l'é finì 'l lìmit da snistra ant ël pont $+\pi$, antlora, ant l'interval $[-\pi, +\pi]$, fra l'adission dla série *S(x)* e la fonsion *f(x)* a valo le relassion:

- Se *f(x)* a l'é contìnua ant *x* i l'oma $S(x) = f(x)$
- Se *f(x)* a l'é dëscontìnua ant x_d i l'oma $S(x_\delta) = \dfrac{f^+(x_\delta) + f^-(x_\delta)}{2}$
- Ant j'estrem i l'oma $S(-\pi) = S(+\pi) = \dfrac{f^+(-\pi) + f^-(+\pi)}{2}$

As dis antlora che la fonsion a peul esse svilupà an " *Serie 'd Fourier* ".

Sto svilup a l'é motobin amportant an tuti ij fenòmeno ch'as arferisso a vibrassion, ëd qualonque tipo ch'a sio. As nòta che ij termo dla série a son ossilassion a frequense che a son mùltiple antreghe dla prima, e donca ant l'interval $[0, 2\pi]$, ël termo d'ìndes *n* a arpresenta *n* ossiliassion complete, ciamà "*armòniche d'órdin n* " dla prima ossilassion, che a ven ciamà " *fondamental* ".

La figura 2 a mostra n'esempi dë svilùp an série 'd Fourier e coma 'l polinòmi trigonométrich a apròssima la fonsion.

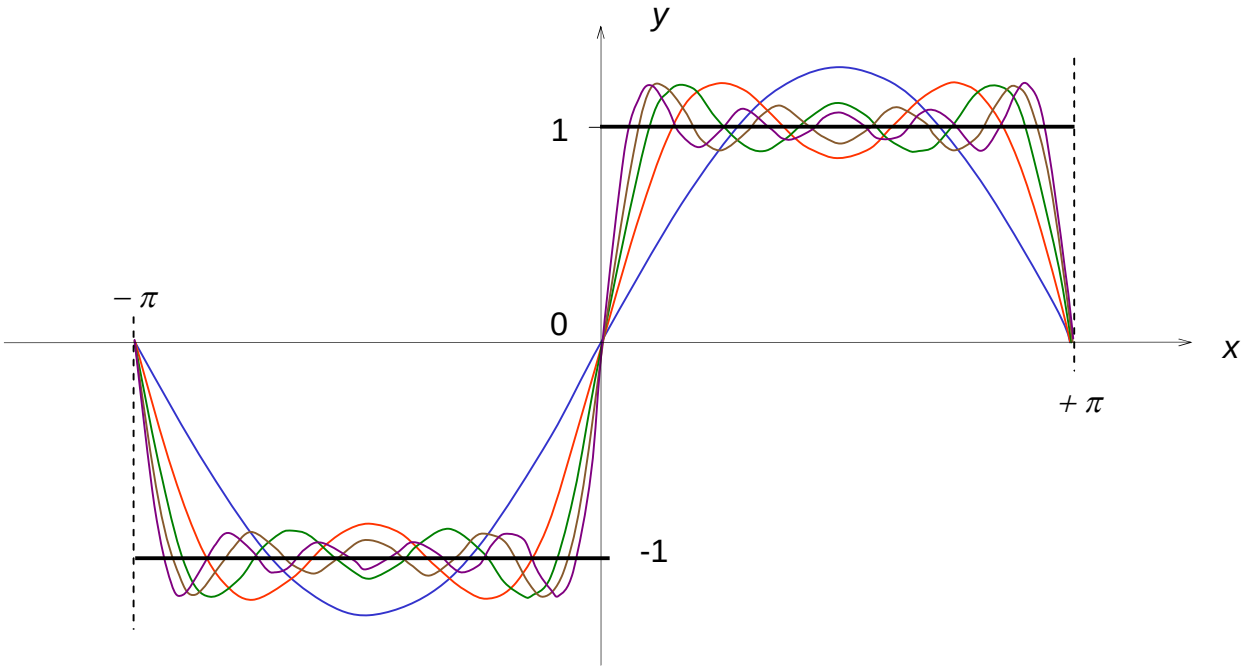

Figura 13 - Aprossimassion con la série 'd Fourier

La fonsion *f(x)* a l'é indicà an figura da la lìnia nèira e a l'é definìa fra $-\pi$ e $+\pi$ da coste condission :

$$f(x) = -1 \text{ se } -\pi < x < 0 \;;\; f(x) = 0 \text{ se } x = -\pi \text{ opura } x = 0 \text{ opura } x = +\pi \;;\; f(x) = +1 \text{ se } 0 < x < +\pi$$

As trata 'd na fonsion dìspari, e sò svilùp a pija la forma $f(x) = \sum_{h=1}^{\infty} b_h \operatorname{sen} hx$. Calcoland ij coeficent as vëdd ëdcò che coj con *h* pari a valo tuti zero e che coj con *h* dìspari a son $b_h = \frac{4}{h \cdot \pi}$.

I l'oma arportà an figura ij polinòmi trigonométrich, che a son le ridòte dla série, për $n = 1$ (riga bleuva) che a l'é la sinusòid fondamental, për $n = 3$ (riga rossa) e peui man man për $n = 5$ (riga vërda), për $n = 7$ (riga maron), për $n = 9$ (riga viòla) e as peul noté coma la fonsion a ven-a sempe méj aprossimà al chërse dël nùmer dij termo.

Scomposission d'un son periòdich qualonque

Se i aplicoma costa série a l'onda progressiva dël son ch'as propaga, i l'avroma, coma prima, na dipendensa da la posission e dal temp. Se i pensoma sempe a onde pian-e, i podoma scrive che nòstra fonsion dla pression acùstica *p(t, x)* a sarà:

$$p = P_0 + P_1 \cos(\omega t - k x + \varphi_1) + P_2 \cos(2 \omega t - k x + \varphi_2) + P_3 \cos(3 \omega t - k x + \varphi_3) + \cdots$$

con un nùmer ëd termo che, an general e an teorìa, a son anfinì. An pràtica la forma dl'onda a dipend da che termo (armòniche) a son presente, con che ampiëssa e con che fase. A-i son manere sperimentaj për analisé un son e stabilì costi parameter. Costa a l'é l'anàlisi armònica dël son.