

# Appunti di Automatica

---

*Dai vettori alle figure  
appunti vari....*

## GRAFICA VETTORIALE

Scritto di  
Damiano Fabbri

---

Anno 2002

# Capitolo 1

## Grafica Vettoriale

### 1.1 Concetti Base

#### 1.1.1 Vettori

Partiamo dalla definizione di vettore, vogliamo poter rappresentare matematicamente un punto  $P$  sul piano cartesiano  $(\vec{x}\vec{y})$

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

dove  $p_x$  e  $p_y$  sono scalari e rappresentano le coordinate cartesiane che identificano la posizione del punto  $P$  sul piano cartesiano  $(\vec{x}\vec{y})$

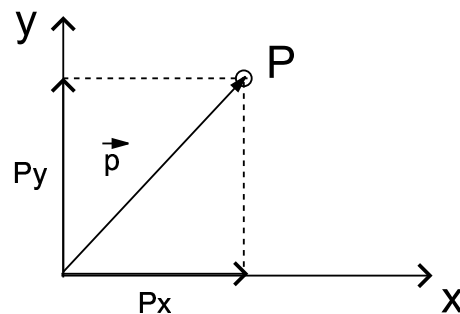


Figura 1.1: Rappresentazione di un vettore in un piano cartesiano.

### 1.1.2 Somma Vettoriale

La somma di 2 vettori  $\vec{a} = (a_x, a_y)$  e  $\vec{b} = (b_x, b_y)$  appartenenti al piano cartesiano  $(\vec{x}, \vec{y})$  è definita geometricamente dalla figura 1.2, mentre analiticamente dalla relazione

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} \quad (1.2)$$

che espresso in coordinate diventa

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

la formula (1.2) è facilmente estendibile alla somma di  $n$  vettori, e comprende anche la differenza tra vettori semplicemente sottraendo le componenti di un vettore ad esempio sempre in riferimento alla figura 1.2

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x - b_x \\ s_y - b_y \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

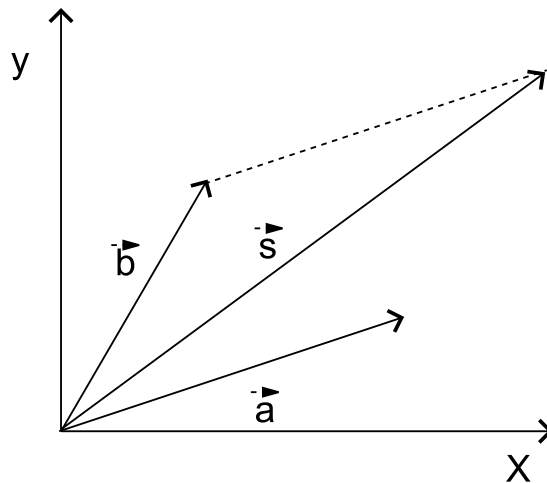


Figura 1.2: Rappresentazione geometrica della somma di due vettori.

### 1.1.3 Prodotto Scalare

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = \|a\| \|b\| \cos \alpha \quad (1.5)$$

dove  $\alpha$  é l'angolo tra i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  secondo il significato geometrico rappresentato in figura 1.3, ovvero il numero reale  $c$  é il risultato del prodotto tra le lunghezze ( simboli  $\| \cdot \|$ ) dei vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  ed il coseno dell'angolo compreso tra gli stessi. Numericamente invece definiti due vettori  $\vec{a} = (a_x, a_y)$  e  $\vec{b} = (b_x, b_y)$  il prodotto scalare e' ottenuto da

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y \quad (1.6)$$

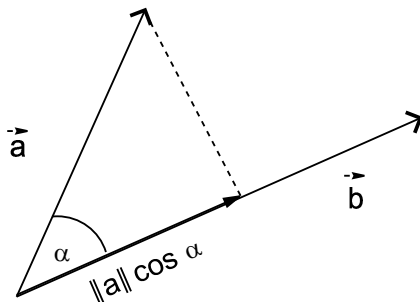


Figura 1.3: Rappresentazione grafica del prodotto scalare.

#### 1.1.4 Norma

Nel paragrafo precedente si é rappresentata la lunghezza di un vettore attraverso il simbolo di *norma*  $\| \cdot \|$ . In riferimento alla figura 1.1, la norma del vettore  $\vec{p}$  è così definita

$$\|\vec{p}\| = \sqrt{\vec{p} \cdot \vec{p}} \quad (1.7)$$

notare che secondo la definizione di prodotto scalare data nella 1.6 il calcolo della norma del vettore  $\vec{p}$  porta alla seguente espressione

$$\|\vec{p}\| = \sqrt{\vec{p} \cdot \vec{p}} = \sqrt{p_x p_x + p_y p_y} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (1.8)$$

che in riferimento alla figura 1.1 rappresenta l'applicazione del teorema di pitagora al triangolo avente come cateti i segmenti  $p_x$  e  $p_y$  e come ipotenusa la distanza del punto  $P$  dall'origine del piano cartesiano.

### 1.1.5 Versore

Se dividiamo un vettore  $\vec{p}$  per la sua norma otteniamo un vettore di lunghezza unitaria denominato *versore*

$$\vec{v} = \frac{\vec{p}}{\|\vec{p}\|} \quad (1.9)$$

infatti calcolando la norma di  $\vec{v}$  utilizzando la formula 1.8 risulta

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \left\| \frac{\vec{p}}{\|\vec{p}\|} \right\| \equiv \frac{\|\vec{p}\|}{\|\vec{p}\|} = 1 \quad (1.10)$$

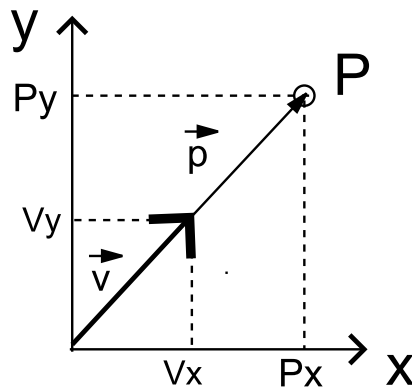


Figura 1.4: Rappresentazione grafica di un versore.

$\vec{v}$  è un vettore che indica solamente la direzione ed il verso del vettore  $\vec{p}$ .

### 1.1.6 Proiezione

La proiezione di un vettore  $\vec{a}$  su un'altro vettore  $\vec{b}$  è data dalla seguente relazione

$$\vec{d} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{b}\|^2} \cdot \vec{b} \quad (1.11)$$

per capirne il significato partiamo dalla (1.5) cioè

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|a\| \|b\| \cos \alpha \quad (1.12)$$

dividendo ambo i membri per la norma  $\|b\|$  otteniamo

$$\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{b}\|} = \|\vec{a}\| \cos \alpha \quad (1.13)$$

il termine scalare  $\|\vec{a}\| \cdot \cos \alpha$  rappresenta la lunghezza della proiezione del vettore  $\vec{a}$  sul vettore  $\vec{b}$  (già evidenziato in figura 1.3), per ottenere il vettore che rappresenta geometricamente questa proiezione basta moltiplicare la (1.13) per il versore del vettore  $\vec{b}$

$$\vec{d} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{b}\|} \cdot \frac{\vec{b}}{\|\vec{b}\|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{b}\|^2} \cdot \vec{b} \quad (1.14)$$

ottenendo così la (1.11) rappresentata in figura 1.5.

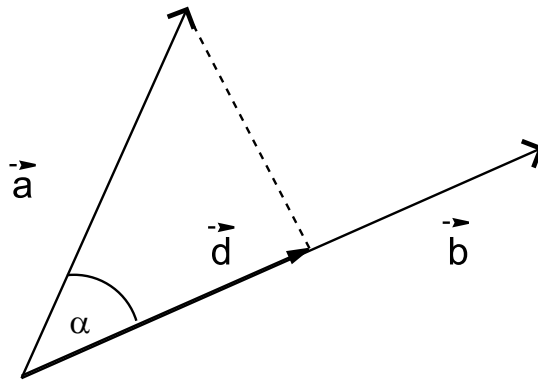


Figura 1.5:  $\vec{d}$  è un vettore rappresentante la proiezione di un vettore  $\vec{a}$  su un'altro vettore  $\vec{b}$ .

### 1.1.7 Sistema di Riferimento

Se in un piano cartesiano con origine il punto  $O$  di coordinate  $(0,0)$  prendiamo due vettori  $\vec{x} = (1,0)$  e  $\vec{y} = (0,1)$  (notare che avendo norma unitaria sono versori) possiamo pensare di poter rappresentare un generico punto  $P$  appartenente al piano cartesiano attraverso una *composizione lineare* di questi due vettori

$$\vec{p} = P_x \vec{x} + P_y \vec{y} \quad (1.15)$$

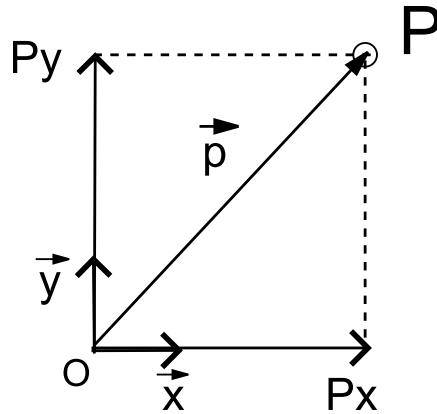


Figura 1.6: Rappresentazione di un vettore  $\vec{p}$  come composizione lineare di vettori che costituiscono il suo sistema di riferimento.

come per il paragrafo 1.1.1  $p_x$  e  $p_y$  sono scalari e rappresentano le coordinate cartesiane del punto  $P$  ma corrispondono anche alle proiezioni del vettore  $\vec{p}$  rispettivamente sui vettori  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$ . Chiameremo *SISTEMA DI RIFERIMENTO* la tripletta  $O - xy$  formata rispettivamente dall'origine “O” di tale sistema e dai versori  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$ .

## 1.2 Spazio tridimensionale

Tutte le proprietà fin qui esposte possono essere immediatamente generalizzate ad un numero imprecisato di dimensioni (spazi vettoriali n-dimensionali). Dovendo la grafica vettoriale realizzare una rappresentazione dello spazio fisico reale ci si spingerà per ora fino alla terza dimensione.



### 1.2.1 Il “*Sistema di Riferimento Assoluto*”

La posizione di un punto P nello spazio tridimensionale, rispetto ad un sistema di riferimento rappresentato dalla terna ortonormale  $O_0 - x_0 y_0 z_0$ , può essere definita attraverso un vettore  $\vec{P}_0$  di 3 dimensioni:

$$\vec{P}_0 = \vec{x}_0 P_{x_0} + \vec{y}_0 P_{y_0} + \vec{z}_0 P_{z_0} \quad (1.16)$$

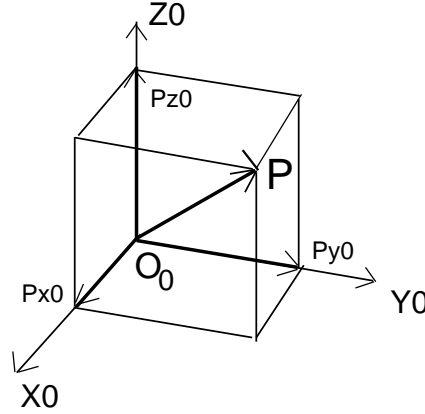


Figura 1.7: Vettore associato ad un punto P nello spazio tridimensionale.

$\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$  sono i versori del sistema di riferimento  $O_0 - x_0 y_0 z_0$  e  $P_{x_0}, P_{y_0}, P_{z_0}$  sono 3 scalari che indicano le proiezioni del punto  $\vec{P}$  sui rispettivi assi (vedere figura 1.7) analogamente al caso bidimensionale esposto al paragrafo 1.1.7.

Chiameremo da ora in poi la terna di vettori ortonormali  $O_0 - x_0 y_0 z_0$  come “*SISTEMA DI RIFERIMENTO ASSOLUTO*”.

### 1.2.2 Il “*Sistema di Riferimento Relativo*”

Si consideri ora un secondo sistema di riferimento che chiameremo *Sistema di riferimento Soggetto* o *Sistema di riferimento relativo* rappresentato da  $O_1 - x_1 y_1 z_1$  posto ad una distanza  $\vec{O} = \overrightarrow{O_1 - O_0}$  dall'origine del *Sistema di riferimento assoluto*.

In relazione a quanto rappresentato in figura 1.8 è possibile scrivere

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_0 - \vec{O} \quad (1.17)$$

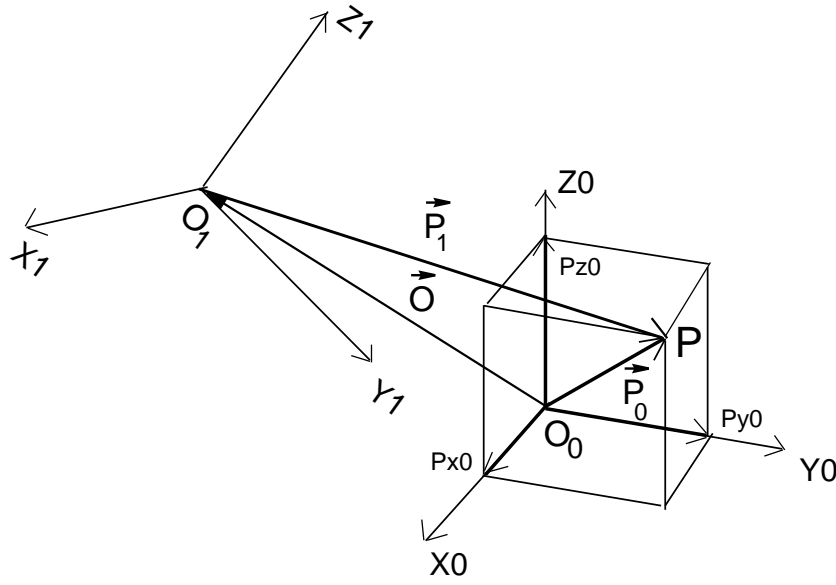


Figura 1.8: Relazione tra due sistemi di riferimento.

il vettore  $\vec{P}_1$  rappresenta la posizione del punto  $P$  rispetto al sistema di riferimento  $O_1 - x_1y_1z_1$  che in generale può essere scritta come

$$\vec{P}_1 = \vec{x}_1 P_{x_1} + \vec{y}_1 P_{y_1} + \vec{z}_1 P_{z_1} \quad (1.18)$$

dove come al solito  $P_{x_1}, P_{y_1}, P_{z_1}$  sono 3 scalari che indicano le proiezioni del punto  $\vec{P}$  sui rispettivi assi del *sistema di riferimento relativo*, per cui utilizzando la 1.13 otteniamo

$$\begin{cases} P_{x_1} &= \frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{x}_1}{\|\vec{x}_1\|} \\ P_{y_1} &= \frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{y}_1}{\|\vec{y}_1\|} \\ P_{z_1} &= \frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{z}_1}{\|\vec{z}_1\|} \end{cases} \quad (1.19)$$

Dato un punto  $P$ , individuato da un vettore  $\vec{P}_0$  espresso in un sistema di riferimento *assoluto*  $O_0 - x_0y_0z_0$ , è possibile attraverso la (1.17) e la (1.19) ricavare la rappresentazione (1.18) del medesimo punto  $P$  in un secondo sistema di riferimento  $O_1 - x_1y_1z_1$ .

Notare che per rendere operativa questa procedura rimangono da definire i versori del *sistema di riferimento relativo*  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , infatti, come mostrato in figura 1.8, il punto  $O_1$  identifica la posizione del sistema soggetto rispetto

all'origine (punto  $O_0$ ) mentre l'orientamento del sistema *soggetto* è definito dalla terna di versori  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .

### 1.2.3 Matrice di rotazione

Si consideri ora il sistema di riferimento  $O_0 - x_0 y_0 z_0$  e si rappresentino tutti e 3 i suoi versori  $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$  nella base  $O_1 - x_1 y_1 z_1$  utilizzando la 1.16.

$$\vec{x}_0 = \vec{x}_1 r_{11} + \vec{y}_1 r_{12} + \vec{z}_1 r_{13} \quad (1.20)$$

$$\vec{y}_0 = \vec{x}_1 r_{21} + \vec{y}_1 r_{22} + \vec{z}_1 r_{23} \quad (1.21)$$

$$\vec{z}_0 = \vec{x}_1 r_{31} + \vec{y}_1 r_{32} + \vec{z}_1 r_{33} \quad (1.22)$$

il tutto è riscrivibile in forma matriciale

$$\begin{pmatrix} \vec{x}_0 \\ \vec{y}_0 \\ \vec{z}_0 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}}_R \cdot \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{y}_1 \\ \vec{z}_1 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

Notando che il termine generico  $r_{ij}$  secondo la formula (1.13) rappresenta il prodotto scalare tra due versori (proiezione del versore  $\vec{x}_0$  sul versore  $\vec{x}_1$ ) e ricordando che il modulo di un versore è unitario si ottiene  $r_{ij} = \cos \alpha_{ij}$ , dove  $\alpha_{ij}$  è detto “*coseno direttorio*”, per evidenziare ciò si può riscrivere R in un'altra forma

$$R = \begin{pmatrix} \vec{x}_1^T \cdot \vec{x}_0 & \vec{y}_1^T \cdot \vec{x}_0 & \vec{z}_1^T \cdot \vec{x}_0 \\ \vec{x}_1^T \cdot \vec{y}_0 & \vec{y}_1^T \cdot \vec{y}_0 & \vec{z}_1^T \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{x}_1^T \cdot \vec{z}_0 & \vec{y}_1^T \cdot \vec{z}_0 & \vec{z}_1^T \cdot \vec{z}_0 \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

La matrice R così ottenuta è una trasformazione lineare che permette di passare dalla rappresentazione di un punto P nel sistema di riferimento  $O_1 - x_1 y_1 z_1$  (scritto come  ${}^1\vec{P}$ ) alla sua rappresentazione nel secondo sistema di riferimento  $O_0 - x_0 y_0 z_0$  (scritto come  ${}^0\vec{P}$ ), cioè dal vettore  ${}^1\vec{P} = \vec{x}_1 P_{x_1} + \vec{y}_1 P_{y_1} + \vec{z}_1 P_{z_1}$  al vettore  ${}^0\vec{P} = \vec{x}_0 P_{x_0} + \vec{y}_0 P_{y_0} + \vec{z}_0 P_{z_0}$ , per cui

$${}^0\vec{P} = {}^0R_1 \cdot {}^1\vec{P} \quad (1.25)$$

Ribadendo che  ${}^0R_1$  è un operatore lineare che realizza una operazione di “cambiamento di base”, si può generalizzare il risultato; siano dati a questo proposito  $n$  sistemi di riferimento, si vuole allora ottenere la posizione di un punto P nella base  $O_0 - x_0y_0z_0$ , avendone la misura nella base  $O_n - x_ny_nz_n$ , utilizzando la 1.25 si scrivere ...

$$\begin{aligned} {}^0\vec{P} &= {}^0R_1 \cdot {}^1\vec{P} \\ {}^1\vec{P} &= {}^1R_2 \cdot {}^2\vec{P} \\ &\dots \\ {}^{n-1}\vec{P} &= {}^{n-1}R_n \cdot {}^n\vec{P} \end{aligned}$$

sostituendo opportunamente si ricava...

$${}^0\vec{P} = {}^0R_1 \cdot {}^1R_2 \dots {}^{n-1}R_n \cdot {}^n\vec{P}$$

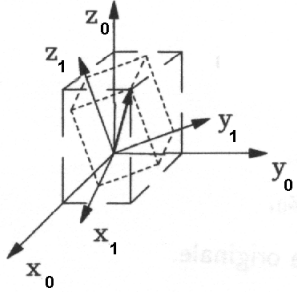


Figura 1.9: Effetto della matrice di rotazione R.

dove  $R_{tot} = {}^0R_1 \cdot {}^1R_2 \cdot \dots \cdot {}^{n-1}R_n$  è una matrice  $3 \times 3$  che riassume tutti gli  $n$  cambiamenti di base. Nella letteratura la matrice R viene chiamata “matrice di rotazione”, questo perché se i due sistemi di riferimento  $O_0 - x_0y_0z_0$  e  $O_1 - x_1y_1z_1$  sono entrambi ortonormali, R rappresenta l’operazione di rotazione che applicata al sistema di riferimento  $O_1 - x_1y_1z_1$  permette di ottenere  $O_0 - x_0y_0z_0$ , come mostrato in figura 1.9.

Esiste però un ulteriore significato cui si può attribuire alla matrice di rotazione R, riscrivendo infatti la 1.25 con una notazione diversa

$${}^0\vec{P}_1 = {}^0R_1 \cdot {}^0\vec{P}_0 \quad (1.26)$$

in questo modo  ${}^0\vec{P}_1$  e  ${}^0\vec{P}_0$  vengono interpretati come due vettori espressi nella medesima base ( $O_0 - x_0y_0z_0$ ) dove  ${}^0\vec{P}_1$  è il risultato di una operazione di rotazione applicata a  ${}^0\vec{P}_0$ .

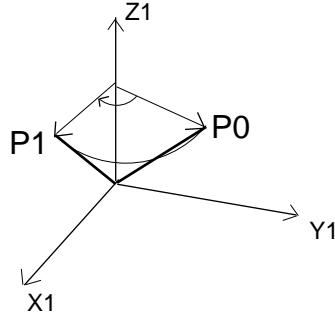


Figura 1.10: Rotazione di un vettore P.

Questa operazione è concettualmente diversa dal “*cambiamento di base*” di cui si è precedentemente parlato, anche se equivalente dal punto di vista matematico.

Pure in questo caso è possibile generalizzare il problema, pensando di applicare “*n rotazioni*” ad un vettore  $\vec{P}_0$ , per cui si potrà scrivere

$$\begin{aligned} {}^0\vec{P}_1 &= R_1 \cdot {}^0\vec{P}_0 \\ {}^0\vec{P}_2 &= R_2 \cdot {}^0\vec{P}_1 \\ &\dots \\ {}^0\vec{P}_n &= R_n \cdot {}^0\vec{P}_{n-1} \end{aligned}$$

da cui discende

$${}^0\vec{P}_n = R_n \cdot \dots \cdot R_2 \cdot R_1 \cdot {}^0\vec{P}_0 \quad (1.27)$$

dove  $R_{tot} = R_n \cdot \dots \cdot R_2 \cdot R_1$  è una matrice  $3 \times 3$  che riassume tutte le  $n$  rotazioni applicate al vettore  $\vec{P}_0$  per ottenere  $\vec{P}_n$ .

### 1.2.4 Procedura di rotazione del soggetto

Possiamo associare il sistema di riferimento relativo ad un “soggetto” che *guarda* i punti definiti nel sistema di riferimento assoluto, con l’asse  $z$  puntato dal centro della testa verso i capelli e l’asse  $y$  uscente dal naso come indicato in figura 1.11

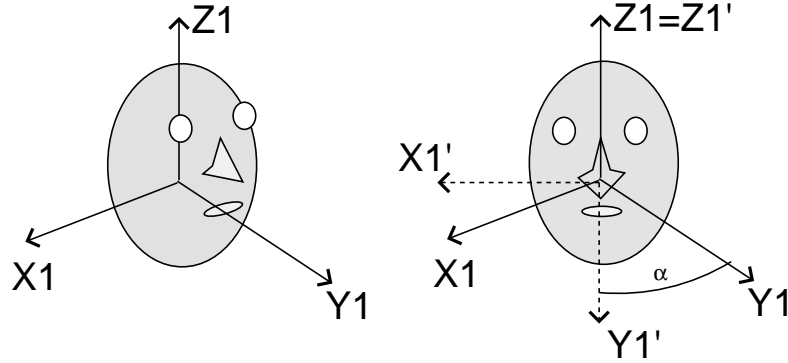


Figura 1.11: Orientamento della testa soggetto.

Se volessimo far ruotare la testa del nostro *soggetto* verso destra di un angolo  $\alpha$  basterebbe definire una matrice di rotazione del tipo

$$R' = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.28)$$

applicando questa matrice di rotazione agli stessi versori del sistema di riferimento del soggetto, otterremo una seconda terna di versori  $(\vec{x}_1', \vec{y}_1', \vec{z}_1')$  corrispondente al sistema di riferimento ruotato dell'angolo  $\alpha$ .

$$\begin{cases} \vec{x}_1' = R' \cdot \vec{x}_1 \\ \vec{y}_1' = R' \cdot \vec{y}_1 \\ \vec{z}_1' = R' \cdot \vec{z}_1 \end{cases} \quad (1.29)$$

Tenendo conto poi della matrice di rotazione  $R$  che il sistema di riferimento precedente  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  aveva rispetto a sistema di riferimento assoluto  $O_0 - x_0 y_0 z_0$ , cioè

$$\begin{cases} \vec{x}_1 = R \cdot \vec{x}_0 \\ \vec{y}_1 = R \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{z}_1 = R \cdot \vec{z}_0 \end{cases} \quad (1.30)$$

possiamo, come indicato dalla formula (1.27), riunire tutto sotto un'unica matrice

$$R_T = R' \cdot R \quad (1.31)$$

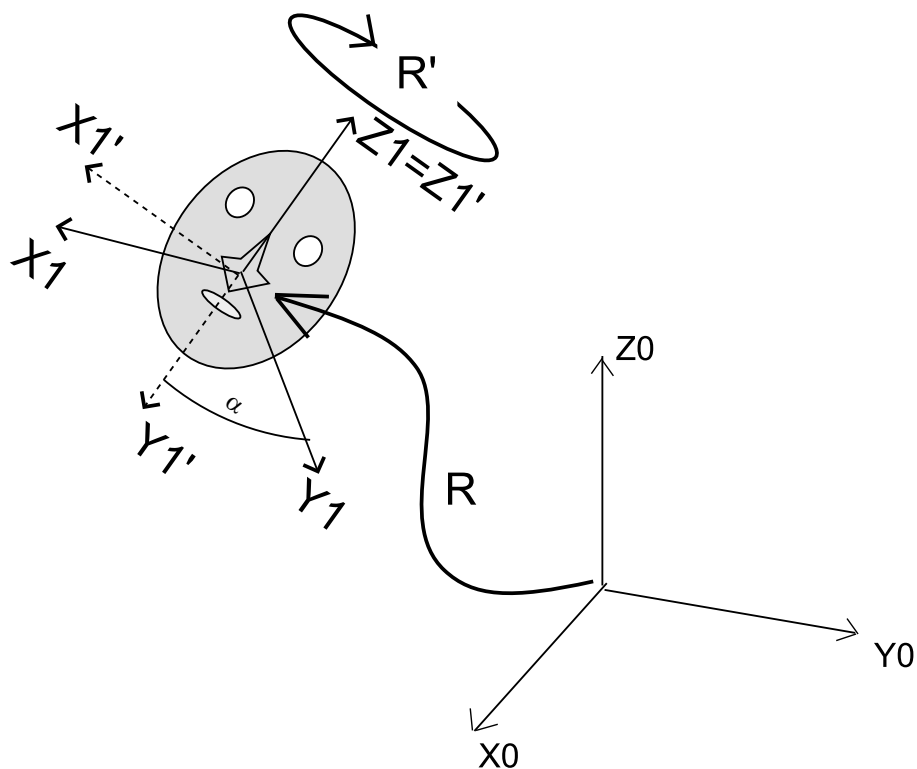


Figura 1.12: Schematizzazione delle operazioni svolte dalle matrici di rotazione.

$R_T$  rappresenta l'operatore di rotazione che bisogna applicare ai vettori del sistema di riferimento assoluto affinché questi coincidano con i corrispondenti vettori del sistema di riferimento del *soggetto* ruotato di un angolo  $\alpha$

$$\begin{cases} \vec{x}_1' &= R_T \cdot \vec{x}_0 \\ \vec{y}_1' &= R_T \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{z}_1' &= R_T \cdot \vec{z}_0 \end{cases} \quad (1.32)$$





# Bibliografia

- [1] A. Silberschatz P.B. Galvin “*Sistemi Operativi*”, Addison-Wesley -1998.
- [2] J. Richter “*Programming Applications for Microsoft Windows*”, Microsoft Press - 2000.
- [3] B. Stroustrup. “*Il Linguaggio C++*”, Addison-Wesley Italia Editoriale 1997.
- [4] Unival Robot Controller Programming Manual, “*Users’s Guide to VAL II*”. Dicembre 1993.
- [5] Unival Robot Controller, “*19 Inch Rack Mount Equipment Manual*”, January 1994.
- [6] Unival Robot Controller Arm Manual, “*Users’s Guide to Robot PUMA 260*”. Giugno 1993.
- [7] Matrox, “*MIL/ MIL-lite ver 6.0 Board-Specific Notes* ”. Manual February 24, 1999.
- [8] Matrox, “*MIL-lite ver 6.0 User Guide and Command Reference*”. Manual February 24, 1999.
- [9] Rafael C. Gonzalez Richard E. Woods, “*Digital Image Processing*”,Addison-Wesley Publishing Company - 1993.
- [10] R. Cipolla A. Gee, “*Computer Vision and Robotics*”, University of Cambridge Module i12. October 1998.
- [11] H. Freeman, “*Machine Vision for Inspection and Measurement*”: “*Pose Estimation from Corresponding Point Data*” R. Haralick,H. Joo, C. Lee, X. Zhuang, V.Vaidya and M. Kim. University of Washington - 1989.

- [12] M. Gozzi, *“Riconoscimento di Manufatti Industriali con Tecniche di Visione Artificiale.”*. Università degli Studi di Ferrara– A.A. 1998-1999.
- [13] R.L. Carceroni C, M.Brown, *“Numerical Methods for Model-Based Pose Recovery”*, the University of Rochester, New York August 1997.
- [14] L. Quan Z.Lan *“Linear N-Point Camera Pose Determination”*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. July 1999.
- [15] A.Ciuffoli, *“Manipolazione Robotica Mediante Elaborazione di Immagine”*. Università degli Studi di Ferrara – Dicembre 1998.
- [16] D.Vigorelli, *“Esperimenti di Manipolazione Robotica Tramite Feedback Visivo”*. Università degli Studi di Ferrara – Dicembre 2000.
- [17] J.Michael Brady, cap. 7 *“Intelligenza Artificiale e Robotica”* da *“Intelligenza Artificiale Principi-Strumenti-Applicazioni-Sviluppi”* a cura di M. Yazdani. Hoepli 1994.
- [18] V. Tagliasco *“Mente e Corpo nei Robot”* da *“L’Automa Spirituale, Menti, Cervelli e Computer”* a cura di G. Giorello e P. Stratta, Laterza 1991.
- [19] S. Hutchinson G. Hager P. Corke *“A Tutorial on Visual Servo Control”* IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol 12, October 1996.
- [20] C. Melchiorri dispense delle lezioni del corso di *“Robotica Industriale”*, Università di Bologna.
- [21] Peter I. Corke Seth A. Hutchinson, *“Real-Time Vision, Tracking and Control”*. Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation 2000.
- [22] P.I. Corke, *“Dynamics of Visual Control”* CSIRO Division of Manufacturing Technology, April 1994.
- [23] M.Vincze, *“Dynamics and System Preformance of Visual Servoing”*. Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation 2000.
- [24] Grégory Flandin Francois Chaumette Eric Marchand, *“Eye-in-hand / Eye-to-hand Cooperation for Visual Servoing”*. Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation 2000.

- [25] G. Marro “*Controlli Automatici*”- Quarta edizione, Zanichelli 1992.
- [26] C. Bonivento C. Melchiorri R. Zanassi “*Sistemi di Controllo Digitale*”. Progetto Leonardo-Bologna 1995.
- [27] Claudio Melchiorri “*Traiettorie per Azionamenti Elettrici*”. Progetto Leonardo-Bologna.
- [28] M. Tibaldi “*Progetto di Sistemi di Controllo*”. Pitagora Editrice Bologna 1995.
- [29] B. Shahian M.Hassul “*Control System Design using Matlab*”. Prentice Hall 1993.
- [30] “*Simulink Dynamic System Simulation for Matlab*”. The MathWorks Inc. January 1997.
- [31] P. Blaha, P. Pivonka “*Intelligent Corrector for the System with Time Delay*”.
- [32] D. Fabbri “*Controllo di Robot Mediante Asservimento Visuale*”. Università degli Studi di Ferrara – Ottobre 2001.