

# Capitolo 7

## Controllo non lineare

### 7.1 Introduzione

Nei paragrafi che seguiranno si realizzerà il progetto di un dispositivo di controllo in grado di racchiudere, nei limiti del possibile, alcune delle caratteristiche positive dei regolatori (lineari) fin qui affrontati.

Si è già sottolineato in 6.3.3 come il PD abbia un ottimo comportamento nel centrare un oggetto fermo ( $\dot{q} = 0$ ) ed un pessimo comportamento nell'inseguimento di un target che si muove a velocità costante. In maniera del tutto complementare si comporta il PID visto in 6.3.4 , cioè un buon comportamento nell'inseguimento e nel raggiungimento di un oggetto mobile ( $\dot{q} > 0$ ) ed invece una alto tempo di assestamento  $T_a$  nel centrare un oggetto statico. Appare evidente come la scelta del regolatore da utilizzare sia strettamente legata alla velocità del target  $\dot{q}$ .

### 7.2 Stima della velocità del Target

Come indicato nel paragrafo 6.5, utilizzando il sistema dinamico schematizzato in figura 6.13 e rappresentato dalle matrici di pag.104, è possibile ottenere la stima  $\hat{p}$  della posizione (assoluta) del Puma 260 .

Ricavare la velocità dell'oggetto  $\dot{q}$  diviene allora immediato, infatti in riferimento alla figura 7.1, trasformando la posizione  $y$  dell'oggetto ripreso dalla telecamera nello spazio assoluto del robot attraverso la matrice  $\mathbf{B}$ , si ottiene il segnale  $y_r$ , questa trasformazione è necessaria perché il *modello del sistema*

reale, che permette di ottenere la stima della posizione del braccio robot, opera in coordinate assolute.

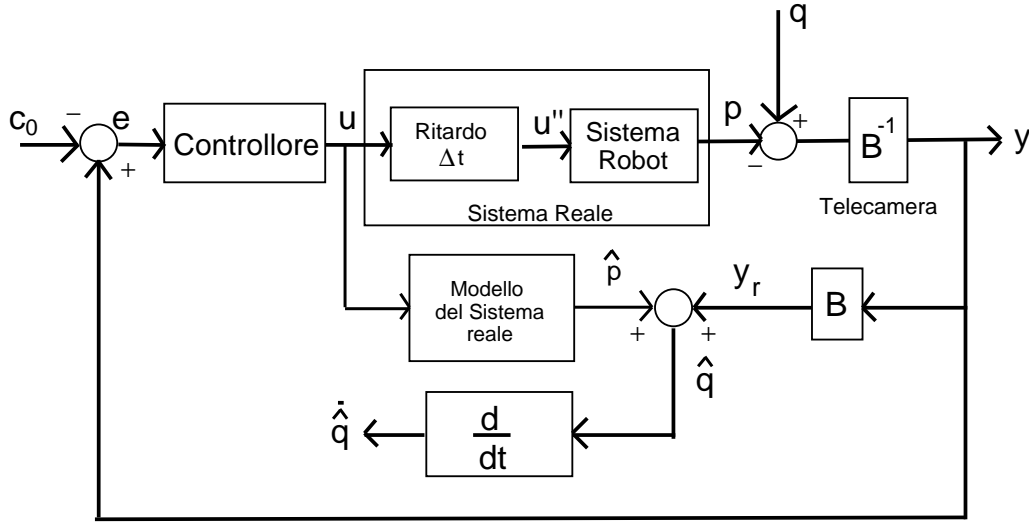


Figura 7.1: Schema per la stima della velocità del target.

A questo punto attraverso la semplice somma di  $\hat{p}$  e  $y_r$  si ottiene una stima della posizione  $q$  la quale, introdotta in un derivatore, permette di ottenere  $\dot{\hat{q}}$ , cioè la velocità della posizione stimata e quindi una stima della velocità dell'oggetto.

### 7.2.1 Progetto del blocco di calcolo della derivata

Per realizzare un blocco che ottenga la derivata del segnale  $q$  bisogna aggiungere al procedimento descritto nel paragrafo 6.3.3 una messa in scala dell'uscita.

A questo proposito si ipotizzi che il blocco derivatore abbia la seguente funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{\beta \cdot (z - 1)}{z - \gamma}$$

Dove  $\beta$  e  $\gamma$  assumono i valori già definiti nella 6.9. Se ora si introduce in ingresso un segnale a rampa  $Q(z)$  con  $Q_0$  rappresentate la pendenza della rampa

$$Q(z) = \frac{T_{frame} \cdot Q_0}{(z - 1)^2}$$

Calcolando l'errore  $e_v$  di velocità a regime<sup>1</sup>, si ottiene considerando i valori della 6.9 (dove si è approssimato  $T_{frame} = T$ ).

<sup>1</sup>Vedere [25] pag.193 e [26] pag.131.

$$e_v = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) \cdot H(z) \cdot Q(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{\beta \cdot (z - 1)^2}{z - \gamma} \cdot \frac{T_{frame} \cdot Q_0}{(z - 1)^2} = T_d \cdot Q_0 \quad (7.1)$$

Risulta allora che l'uscita è proporzionale a  $Q_0$ , per ottenere quindi la velocità basta moltiplicare  $e_v$  per  $1/T_d$ .

### 7.3 Modello del sistema reale ed osservatore.

Bisogna fare attenzione a non confondere il *modello del sistema reale* con un osservatore. Un osservatore dello stato<sup>2</sup>, infatti, pur avendo anch'esso lo stesso modello nello spazio degli stati del sistema da osservare (plant), utilizza l'informazione dell'uscita  $y$  per correggere (innovazione) l'ingresso ed arrivare quindi ad uno stato interno che determina le medesime uscite del plant a parità di ingressi (da ciò discende che se il modello è lineare lo stato ottenuto è effettivamente quello del plant). Un dispositivo di questo tipo non è applicabile nel sistema studiato perché l'uscita  $y$  è “sporcata” dal segnale  $q$  di cui non si conosce la dinamica<sup>3</sup> e quindi una eventuale stima che utilizzasse la retroazione dell'uscita risulterebbe errata.

La stima invece della posizione  $p$  del robot che si ricava in questa tesi è ottenuta in catena aperta, cioè basandosi **solo** sull'ingresso  $u$  mandato al *sistema reale* (plant). Questo modo di procedere determina però una “*deriva*” di  $\hat{q}$  rispetto al valore della posizione del robot  $q$ , dovuta ad una implementazione approssimata del *sistema reale*, il quale non tiene conto della variabilità del tempo di trasmissione della seriale<sup>4</sup>. Ma questo non è un problema, infatti mentre la posizione  $q$  è condizionata da una sommatoria di piccolissimi errori,<sup>5</sup> ognuno dei quali è commesso ad ogni ciclo di controllo, la velocità (essendo una operazione di tipo locale) viene condizionata solo dagli errori commessi nei due istanti utilizzati per il calcolo della derivata, per cui in conclusione possiamo ritenere  $\dot{\hat{q}}$  sufficientemente attendibile.

<sup>2</sup>Vedere lo schema dell'*osservatore identità* in [28] pag. 161.

<sup>3</sup>Vedere [28] pag.170.

<sup>4</sup>Infatti la matrice  $\mathbf{A}$  implementa un ritardo costante di 10 time-slice di 32ms tra ingresso ed uscita, vedere a questo proposito pagina 104.

<sup>5</sup>Tali errori sono definiti errori *piccoli* in virtù dell'ottima somiglianza tra prove reali e le simulazioni nell'ambiente Simulink.

## 7.4 Controllore PIDNL

Ottenuta una stima di  $\dot{q}$ , come anticipato in 7.1, si vuole realizzare un controllore che “*trasformi*” le proprie caratteristiche dinamicamente in funzione di  $\dot{q}$  e coincida con un PD se il target è fermo ( $\dot{q} = 0$ ) e con un PID se il target è in movimento ( $\dot{q} > 0$ ).

A questo proposito è utile riproporre i coefficienti che caratterizzano l’implementazione alle differenze del PID precedentemente menzionati in 6.3.4

$$\begin{aligned}
 q_0 &= K_p(1 + \beta) \\
 q_1 &= -K_p(1 + \gamma - \alpha + 2\beta) \\
 q_2 &= K_p(\gamma - \alpha\gamma + \beta) \\
 r_1 &= \gamma + 1 \\
 r_2 &= \gamma
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Se si introduce nella 7.2 un parametro  $\Delta$  in maniera opportuna, si ricava

$$\begin{aligned}
 q_0 &= K_p(1 + \beta) \\
 q_1 &= -K_p(\Delta + \gamma - \Delta \cdot \alpha + \Delta \cdot \beta + \beta) \\
 q_2 &= K_p \cdot \Delta \cdot (\gamma - \alpha\gamma + \beta) \\
 r_1 &= \gamma + \Delta \\
 r_2 &= \gamma \cdot \Delta
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

È immediato notare che per  $\Delta = 1$ , l’implementazione del regolatore coincide con la forma del PID della 7.2, mentre per  $\Delta = 0$  il regolatore diviene

$$\begin{aligned}
 q_0 &= K_p(1 + \beta) \\
 q_1 &= -K_p(\gamma + \beta) \\
 r_1 &= \gamma
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

che coincide con la forma del PD già definita nella 6.12.

Ecco allora che variando il solo parametro  $\Delta$  tra  $[0..1]$  possiamo avere un regolatore con le caratteristiche di un PD oppure di un PID. Rimane solo quindi, come schematizzato in figura 7.2, da definire la forma della funzione  $\Delta = f_{nl}(\dot{q})$ .

Come funzione  $f_{nl}(\dot{q})$  è stata scelta la seguente forma non lineare

$$f_{nl}(\dot{q}) = \frac{\left(\frac{\dot{q}}{q_t}\right)^{2n}}{\left(\frac{\dot{q}}{q_t}\right)^{2n} + 1} \tag{7.5}$$

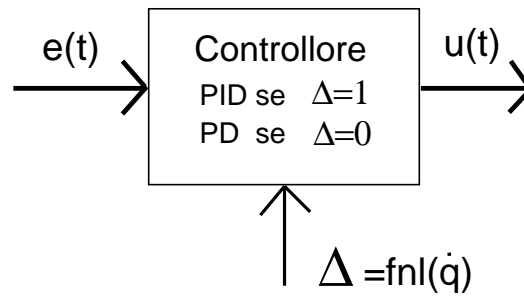
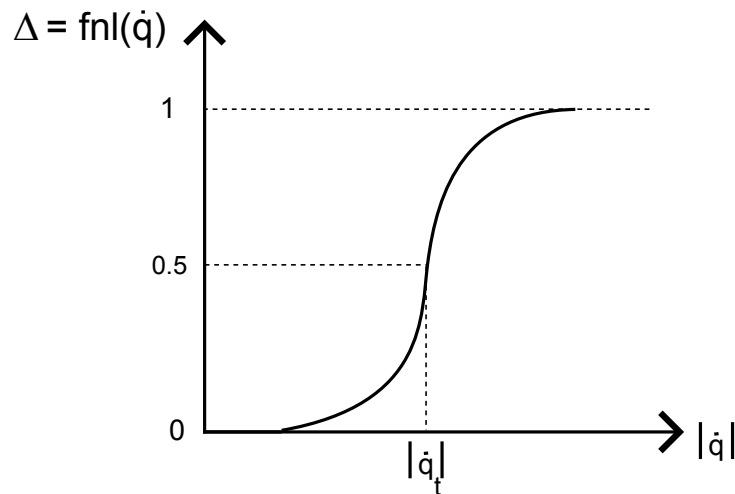


Figura 7.2: Schema funzionale del PIDNL.

Tale funzione presenta l'andamento proposto in figura 7.3, dove il parametro  $n$  determina la pendenza nel tratto di transizione tra 0 ed 1, mentre  $|\dot{q}_t|$  indica la velocità per la quale  $fnl(\dot{q}) = 1/2$ .

Figura 7.3: Profilo di  $fnl(\dot{q})$ .

Il motivo della non linearità della funzione  $fnl(\dot{q})$ <sup>6</sup> dipende dal fatto che non si vuole utilizzare il PIDNL come un PID quando si è stimata una velocità  $\dot{q}$  piccola del target, perché questa potrebbe dipendere da un errore di stima e non da un effettivo movimento del target, così per piccole velocità del target ( $\dot{q} \cong 0$ ) il PIDNL è assimilabile ad un PD ( $\Delta \cong 0$ ) ed il sistema compie di conseguenza un errore a regime non nullo su oggetti in movimento, ma essendo  $\dot{q}$  di entità

<sup>6</sup>Si sarebbe potuto ad esempio definire una funzione lineare a tratti

molto piccola discende che l'errore commesso è trascurabile (per quantificare questo errore vedere il paragrafo 6.5.6).

## 7.5 Schema di controllo non lineare

Si sono ora ottenuti tutti gli elementi necessari per dare una rappresentazione dell'intero schema di controllo del robot PUMA 260 con il regolatore non lineare.

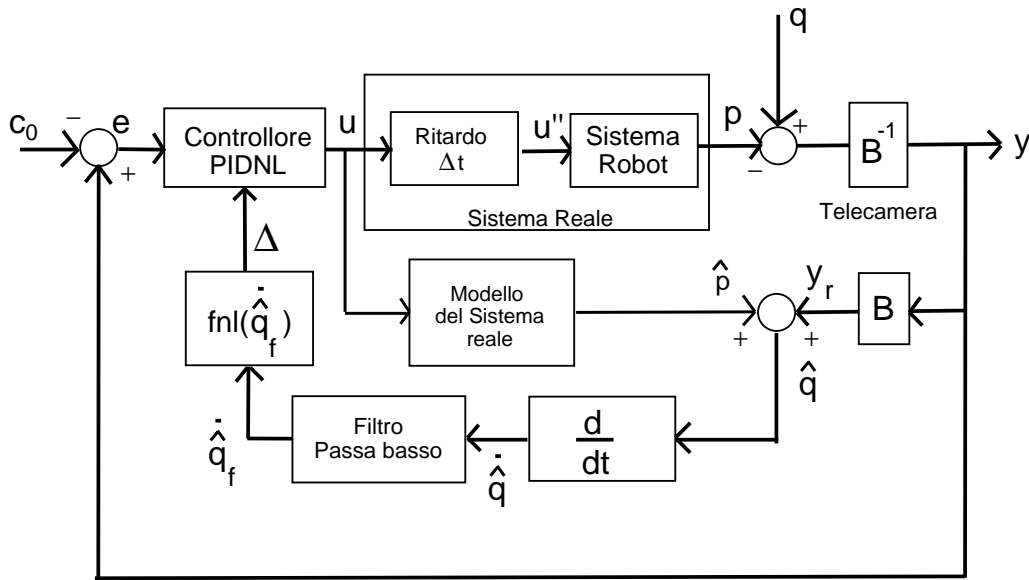


Figura 7.4: Schema di controllo con con il PIDNL.

Notare che in figura 7.4 è presente un filtro passa basso. La presenza di questo blocco serve principalmente a filtrare tutte quelle componenti del segnale velocità  $\dot{q}$  troppo elevate in frequenza, tali componenti possono essere causate dal rumore numerico (amplificato durante l'operazione di derivazione) oppure ad esempio da eventuali mancamenti del flusso di immagini in arrivo. In generale questo filtro può essere realizzato semplicemente attraverso un opportuno assegnamento del parametro  $N$  che determina la posizione del polo del derivatore come descritto nel paragrafo 6.3.3<sup>7</sup>.

<sup>7</sup>Oppure utilizzando altri tipi di filtro come quello di *Butterworth* o il filtro “a variabili di stato” [27] implementati nella libreria CONTROL.H.

## 7.6 Prestazioni del PIDNL

Vengono di seguito analizzate le prestazioni del regolatore non lineare appena descritto. I parametri che caratterizzano il controllore sono ( $T_i = 1.5s, T_d = 0.1s, K_p = 0.3, N = 10$  e  $T = 0.260s$ ) e la funzione  $fnl(\hat{q})$  è data dalla 7.5 con  $q_t = 20$  ed  $n = 6$ . Le prestazioni vengono valutate attraverso una comparazione con un PD di parametri ( $T_d = 0.1s, K_p = 0.3, T = 0.260s$ ) ed un PID di parametri ( $T_i = 1.5s, K_p = 0.3, T = 0.260s, N = 10$ ) i quali rappresentano i modelli dei regolatori lineari tra cui varia la *forma* del PIDNL.

### 7.6.1 Interpretazione degli andamenti

Si passerà ora all'interpretazione dei grafici di figura 7.5, rappresentanti la risposta dei vari tipi di regolatori ad un medesima traiettoria del target.

Nella lettura dei grafici bisogna considerare che al tempo  $t = 0$  il braccio del robot è posto a 50mm dal target, questo spiega l'errore iniziale di tale misura in tutti e 3 i tipi di regolatore. Di seguito verrà brevemente spiegato l'andamento delle risposte nei 4 punti più significativi:

- A Il target è ancora fermo e tutti e 3 i regolatori hanno compensato l'errore iniziale di 50mm, ma mentre i comportamenti del PD e del PIDNL sono più che soddisfacenti, il PID per la sua componente integrale, sovraelonga abbondantemente incrementando di conseguenza il tempo di assestamento  $T_a$ .
- B Il target ha iniziato a muoversi con velocità costante, mentre il PID e PIDNL iniziano quasi subito a compensare l'errore, il PD permane ad una distanza costante dal target.
- C Il target si ferma improvvisamente, il PD annulla l'errore molto velocemente, mentre il PIDNL e PID (per l'inerzia dovuta alla parte integrale) sovraelongano superando la posizione del target, ma mentre per il secondo tale sovraelongazione è molto pronunciata per il PIDNL rimane contenuta, questo perché rilevando da subito  $\dot{q} = 0$  il PIDNL cambia la propria struttura in quella di un PD.
- D Il target effettua due movimenti repentini molto vicini nel tempo, il PD e PIDNL si comportano nello stesso modo ed annullano molto velocemente

l'errore, mentre il PID (vedere punto **A**) risentendo della parte integrale introduce forti oscillazioni.

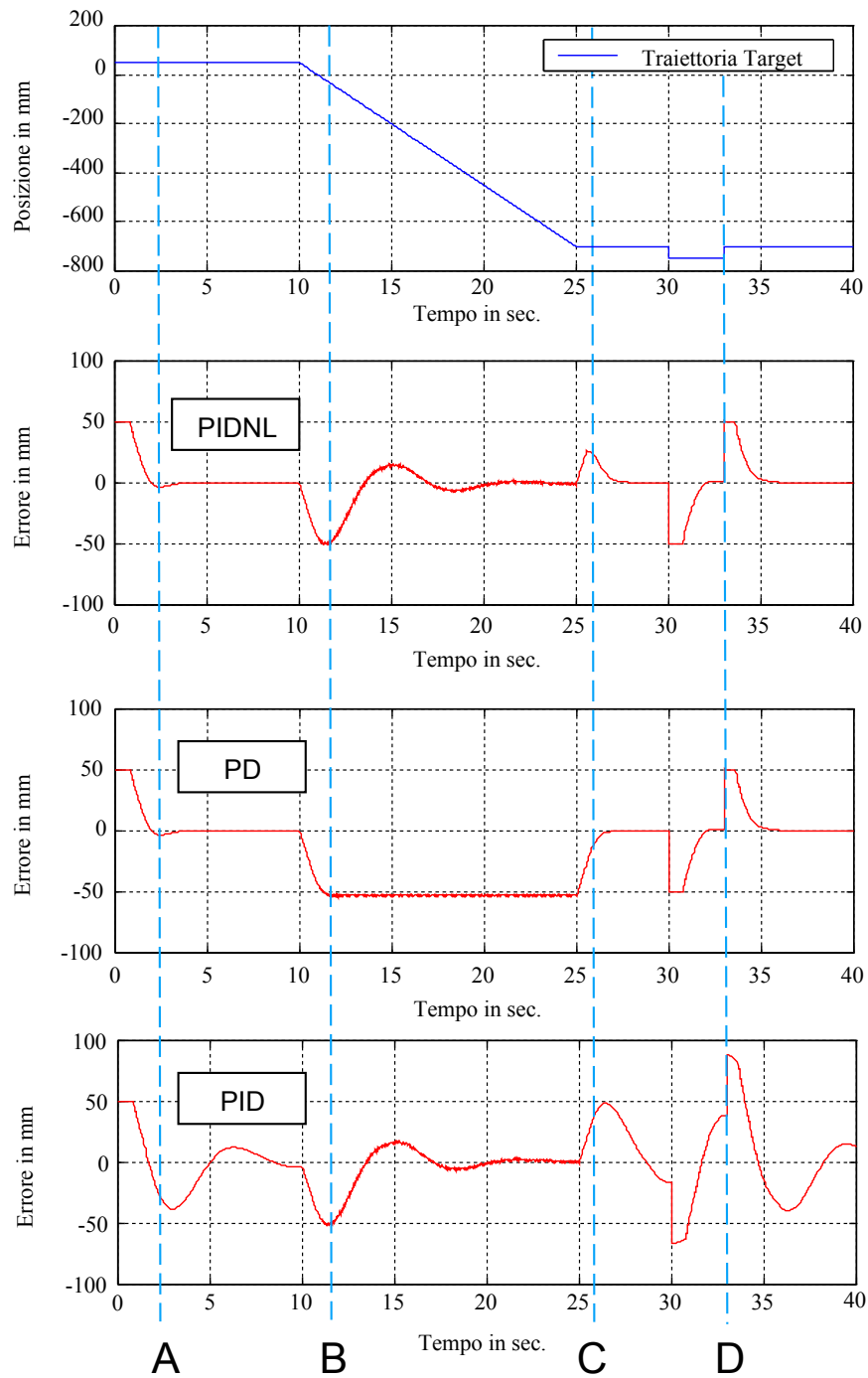


Figura 7.5: Confronto tra PIDNL, PID e PD.