Per affrontare il programma di questo anno scolastico, la Geometria Analitica, occorre saper utilizzare bene le tecniche algebriche. Quindi ripassiamo:

- Equazioni fratte
- Equazioni letterali
- Equazioni letterali fratte
- Disequazioni
- Sistemi di disequazioni
- Sistemi di equazioni e radicali

Equazioni fratte

La risoluzione di un'equazione numerica fratta

ESERCIZIO GUIDA

Risolviamo l'equazione fratta $\frac{3}{x^2-x-6} + \frac{\quad}{x^2+2x} \quad x+2 \quad x-3$.

Scomponiamo i denominatori: $x^2-x-6=(x+2)(x-3)$; $x^2+2x=x(x+2)$.
Riscriviamo l'equazione con i denominatori scomposti:

$$\frac{3}{(x+2)(x-3)}+\frac{5}{x(x+2)}=\frac{2}{x+2}-\frac{2}{x-3}.$$

Determiniamo le condizioni di esistenza: C.E: $x \neq -2 \wedge x \neq 3 \wedge x \neq 0$.

Per eliminare i denominatori dobbiamo:

1. determinare il m.c.m.: m.c.m. $= x(x+2)(x-3)$;
2. ridurre le frazioni allo stesso denominatore e moltiplicare per il m.c.m.:

$$\cancel{x(x+2)(x-3)}\frac{3x+5(x-3)}{\cancel{x(x+2)(x-3)}}=\frac{2x(x-3)-2x(x+2)}{\cancel{x(x+2)(x-3)}}\cancel{x(x+2)(x-3)}.$$

Otteniamo:

$$3x+5x-15=\cancel{2x^2}-6x-\cancel{2x^2}-4x$$

$$8x-15=-10x \rightarrow 8x+10x=15 \rightarrow 18x=15 \rightarrow 6x=5 \rightarrow x=\frac{5}{6}.$$

Eseguiamo il controllo della soluzione.

Il valore $\frac{5}{6}$ è diverso da 0, -2 e 3; quindi la soluzione $x=\frac{5}{6}$ è accettabile e l'equazione è determinata.

Esercizi sulle equazioni fratte

- **311** $2+\frac{3}{x}=0$ $\left[x=-\frac{3}{2}\right]$
- **312** $\frac{9}{x-2}=3$ $[x=5]$
- **313** $\frac{x-1}{x+5}-4=0$ $[x=-7]$
- **314** $\frac{6x+9}{x-1}=0$ $\left[x=-\frac{3}{2}\right]$
- **315** $\frac{2x-8}{3x^2}=0$ $[x=4]$
- **316** $\frac{3x-9}{2x-6}=0$ [impossibile]
- **317** $\frac{3(x-1)}{2x-2}=1$ [impossibile]
- **318** $\frac{1}{x}+\frac{1}{2}=2$ $\left[x=\frac{2}{3}\right]$
- **319** $\frac{1}{4x}+1-\frac{1}{6x}=0$ $\left[x=-\frac{1}{12}\right]$
- **320** $\frac{2(x-1)}{x+2}=1$ $[x=4]$
- **321** $\frac{2(x-4)}{x}=0$ $[x=4]$
- **322** $\frac{3x-1}{3x}-\frac{x+2}{4x}=0$ $\left[x=\frac{10}{9}\right]$
- **323** $\frac{6}{x-5}+\frac{x}{5-x}=1$ $\left[x=\frac{11}{2}\right]$
- **324** $\frac{1}{4-x}-\frac{2x}{x-4}=0$ $\left[x=-\frac{1}{2}\right]$
- **325** $\frac{2}{x-9}+1=0$ $[x=7]$
- **326** $\frac{1}{2}\left(4-\frac{1}{x}\right)-6=\frac{3}{x}$ $\left[x=-\frac{7}{8}\right]$
- **327** $2\left[\frac{1}{3}(x-2)+\frac{5}{x}\right]=\frac{1+2x}{3}$ $[x=6]$
- **329** $\frac{x^2}{x+4}-2=x$ $\left[x=-\frac{4}{3}\right]$
- **330** $\frac{1}{x-1}=\frac{2}{x-2}$ $[x=0]$
- **331** $\frac{3}{x+3}+\frac{2}{4-x}=0$ $\left[x=\frac{6}{5}\right]$
- **332** $\frac{x^2}{x-3}-x-1=\frac{1}{2}$ $[x=-3]$
- **333** $\frac{x}{2x+2}+x+1=\frac{x^2}{x+1}$ $\left[x=-\frac{2}{5}\right]$
- **334** $x+\frac{4}{4-x}=\frac{x}{4-x}+x+4$ [impossibile]
- **335** $\frac{x+1}{x-1}-2=\frac{2x}{x-1}$ [impossibile]
- **336** $\frac{2x-3}{2x+4}=\frac{x}{x+2}-\frac{1}{x}$ $[x=4]$
- **337** $3-\frac{1}{2x}=\frac{6+10x}{2x+4}-2$ $\left[x=\frac{2}{13}\right]$
- **338** $\frac{3}{x}+\frac{1}{2}=\frac{2x-1}{x}$ $\left[x=\frac{8}{3}\right]$
- **339** $\frac{4}{x+1}=\frac{2}{x}$ $[x=1]$
- **340** $\frac{-1}{x-3}=\frac{2}{x+1}$ $\left[x=\frac{5}{3}\right]$
- **341** $\frac{x+1}{3x}=\frac{x}{3x+1}$ $\left[x=-\frac{1}{4}\right]$
- **342** $\frac{1+3x}{4x+4}-\frac{5-x}{x+1}=2$ $[x=-27]$
- **343** $\frac{5}{2-2x}-\frac{x}{x^2-2x+1}=0$ $\left[x=\frac{5}{7}\right]$
- **344** $\frac{x-1}{x^2+3x}+\frac{2}{x}+\frac{9}{2x+6}=0$ $\left[x=-\frac{2}{3}\right]$

Equazioni letterali

ESERCIZIO GUIDA

Risolviamo la seguente equazione nell'incognita x:
$ax+4=x+4a^2$.

Scriviamo l'equazione nella forma $Ax=B$:

$$ax-x=4a^2-4$$
$$(a-1)x=4a^2-4$$

Consideriamo il coefficiente $a-1$ di x.

Discussione

- Se $\boldsymbol{a-1 \neq 0 \rightarrow a \neq 1}$, dividiamo entrambi i membri per $a-1$:

$$\frac{\cancel{(a-1)}x}{\cancel{a-1}}=\frac{4a^2-4}{a-1}$$

$$x=\frac{4\cancel{(a-1)}(a+1)}{\cancel{a-1}}$$

$x=4(a+1)$: **equazione determinata.**

- Se $\boldsymbol{a-1=0 \rightarrow a=1}$, sostituendo 1 ad a otteniamo:

$$(1-1)x=4\cdot 1-4$$

$0x=0$: **equazione indeterminata.**

Risultati

- Se $a \neq 1, x=4(a+1)$.
- Se $a=1$, equazione indeterminata.

Risolvi e discuti, quando è necessario, le seguenti equazioni letterali intere nell'incognita x.

- **401** $ax-x=0$ $[a \neq 1, x=0; a=1, \text{indet.}]$
- **402** $bx+b=0$ $[b \neq 0, x=-1; b=0, \text{indet.}]$
- **403** $ax-3a^2=0$ $[a \neq 0, x=3a; a=0, \text{indet.}]$
- **404** $ax=x+a$ $\left[a \neq 1, x=\frac{a}{a-1}; a=1, \text{imp.}\right]$
- **405** $bx-2=0$ $\left[b \neq 0, x=\frac{2}{b}; b=0, \text{imp.}\right]$
- **406** $2ax-a=0$ $\left[a \neq 0, x=\frac{1}{2}; a=0, \text{indet.}\right]$
- **407** $ax+2-a=0$ $\left[a \neq 0, x=\frac{a-2}{a}; a=0, \text{imp.}\right]$
- **408** $2a-3x=7a-5x$ $\left[x=\frac{5a}{2}\right]$
- **409** $b(x-2)+b+1=0$ $\left[b \neq 0, x=\frac{b-1}{b}; b=0, \text{imp.}\right]$

- **410** $ax=2a$ $[a \neq 0,\ x=2;\ a=0, \text{indet.}]$
- **411** $2bx=2b-1$ $\left[b \neq 0,\ x=\frac{2b-1}{2b};\ b=0, \text{imp.}\right]$
- **412** $ax=ab$ $[a \neq 0,\ x=b;\ a=0, \text{indet.}]$
- **413** $(a+1)x=3$ $\left[a \neq -1,\ x=\frac{3}{a+1};\ a=-1,\ \text{imp.}\right]$
- **414** $2x-4(3x-a)=6(a-2x)+6a$ $[x=4a]$
- **415** $ax+2x=2a+4$ $[a \neq -2,\ x=2;\ a=-2, \text{indet.}]$
- **416** $6x-3(x+2a)=a+4(x-2a)$ $[x=a]$

Equazioni letterali fratte

ESERCIZIO GUIDA

Risolviamo la seguente equazione, nell'incognita x: $\frac{a+x}{x-2}+\frac{a-x}{x+2}=\frac{2ax+a}{x^2-4}$.

I denominatori scomposti in fattori sono: $x-2,\ x+2,\ (x-2)(x+2)$

m.c.m. $=(x-2)(x+2)$; C.E.: $x \neq 2$ e $x \neq -2$.

Eliminiamo i denominatori:

$$(a+x)(x+2)+(a-x)(x-2)=2ax+a$$

$$\cancel{ax}+\cancel{2a}+\cancel{x^2}+2x+\cancel{ax}-\cancel{2a}-\cancel{x^2}+2x=\cancel{2ax}+a$$

$$4x=a \rightarrow x=\frac{a}{4}.$$

Discussione

La soluzione trovata è accettabile solo se sono verificate le condizioni $x \neq 2$ e $x \neq -2$; quindi dobbiamo risolvere le due seguenti disuguaglianze in a:

$\frac{a}{4} \neq 2$, ossia $a \neq 8$;

$\frac{a}{4} \neq -2$, ossia $a \neq -8$.

Se $a=8$ oppure $a=-8$ l'equazione è impossibile, perché le soluzioni corrispondenti non sono accettabili.

Risultati

- Se $a \neq 8 \wedge a \neq -8$, $x=\frac{a}{4}$.
- Se $a=8 \vee a=-8$, l'equazione è impossibile.

Risolvi le seguenti equazioni letterali fratte nell'incognita x (nelle soluzioni talvolta sono omesse le discussioni).

- **461** $\frac{2}{2-x}-1=\frac{bx}{2-x}$ $[x \neq 2 \wedge b \neq 1,\ x=0; x \neq 2 \wedge b=1,\ \text{indet.}]$
- **462** $\frac{ax}{x^2-2x+1}-\frac{2a}{x-1}=0$ $[a \neq 0,\ x=2; a=0 \wedge x \neq 1,\ \text{indet.}]$
- **463** $x+\frac{x+1}{x-2b}=-\left(\frac{1}{x-2b}-x\right)$ $[b \neq -1,\ x=-2; b=-1,\ \text{imp.}]$
- **464** $x+\frac{x-a}{x-2}=-\left(\frac{2a}{x-2}-x\right)$ $[a \neq -2,\ x=-a; a=-2,\ \text{imp.}]$
- **465** $\frac{x}{x+b}-\frac{x^2}{x^2-b^2}=\frac{b}{x-b}$ $\left[b \neq 0,\ x=-\frac{b}{2}; b=0,\ \text{indet.}\right]$
- **466** $\frac{2a}{x-4}+\frac{2b}{x+4}=\frac{16a}{x^2-16}$ $[a=-b, \text{indet.}; a \neq -b,\ \text{imp.}]$
- **467** $\frac{1-2a}{x}+\frac{a-2}{x}=\frac{a-1}{x-1}$ $\left[a \neq -1 \wedge a \neq 1 \wedge a \neq 0,\ x=\frac{a+1}{2a}; a=0 \vee a=-1 \vee a=1, \text{imp.}\right]$
- **468** $\frac{2m-2(m-1)}{1-mx}=-\frac{1}{2+mx}$ $\left[m \neq 0,\ x=-\frac{5}{m}; m=0,\ \text{imp.}\right]$
- **469** $\frac{a}{x+2}=\frac{2\left(\frac{1}{2}a+2\right)}{x^2+x-2}-\frac{1}{x-1}$ $[a \neq -1,\ x=2; a=-1,\ \text{indet.}]$
- **470** $3\left(1-\frac{b}{x}\right)-1=\frac{1}{3}\left(b-\frac{1}{x}\right)$ $\left[b \neq 6 \wedge b \neq \frac{1}{9},\ x=\frac{9b-1}{6-b}; b=6,\ \text{imp.}\right]$
- **471** $\frac{x^4-a^4}{(x+a)^2}:\frac{x^2-ax}{x+a}=x+\frac{a^2}{x}$ $[\forall x \neq 0\ \wedge\ x \neq \pm a]$
- **472** $\frac{a}{x}-\frac{b}{x-1}=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x}$ $\left[x=\frac{b-a}{2b}\ \text{se...}\right]$
- **473** $\left(\frac{x+b}{x}-\frac{x-b}{b}+\frac{2x}{b}\right):\left(\frac{x}{b}+\frac{b}{x}+2\right)=x-b$ $\left[b \neq 0\ \wedge\ b \neq -1\ \wedge\ b \neq -\frac{1}{2}, x=b+1; b=-1\ \vee\ b=-\frac{1}{2}, \text{imp.}\right]$
- **474** $\frac{x^2}{x-a}+\frac{3x-3x^2+2ax-2a}{x^2-ax-x+a}-\frac{4x-x^2}{a-x}=\frac{3a}{x-a}$ [impossibile]

9. Le disequazioni numeriche intere

Teoria a pag. 525

ESERCIZIO GUIDA

537 Risolviamo la seguente disequazione:

$$\frac{x-5}{3}-\frac{2x+7}{2}\le 6x-8-\frac{3x-2}{4}.$$

Eliminiamo i denominatori, moltiplicando entrambi i membri per il loro minimo comune multiplo:

m.c.m. $(2, 3, 4) = 12$.

$4(x-5)-6(2x+7)\le 12\cdot 6x-12\cdot 8-3(3x-2)$

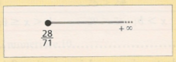
$4x-20-12x-42\le 72x-96-9x+6$

$-8x-62\le 63x-90 \quad\rightarrow\quad -8x-63x\le -90+62 \quad\rightarrow\quad -71x\le -28.$

Cambiamo segno, cambiando il verso della disequazione:

$71x\ge 28$

$x\ge\frac{28}{71}$ oppure $\left[\frac{28}{71};+\infty\right[$.



Risolvi le seguenti disequazioni numeriche intere.

538 $3x-5<-2$ $[x<1]$

539 $4x-3>5x+1$ $[x<-4]$

540 $x-2<7x$ $\left[x>-\frac{1}{3}\right]$

541 $7x-2>3x-1$ $\left[x>\frac{1}{4}\right]$

542 $5(x-1)<2(x-3)$ $\left[x<-\frac{1}{3}\right]$

543 $2(x-1)+3(x-2)<-7$ $\left[x<\frac{1}{5}\right]$

544 $4[2(1-x)-3]>5x+1$ $\left[x<-\frac{5}{13}\right]$

545 $\frac{1}{2}x-(1+x)>\frac{3}{2}$ $[x<-5]$

546 $-x-\frac{1}{2}+\frac{x+1}{2}>0$ $[x<0]$

547 $4x-3<-\frac{2}{3}x+3$ $\left[x<\frac{9}{7}\right]$

548 $x-4(x+2)\le 2x-[x-(3-4x)]$ $[\forall x\in\mathbb{R}]$

549 $x\left(1-\frac{1}{3}x\right)<-\frac{1}{3}x^2+2$ $[x<2]$

550 $6x+7>\frac{1}{3}(9x-3)$ $\left[x>-\frac{8}{3}\right]$

551 $\frac{3}{2}\left(x+\frac{1}{2}\right)>2\left(x+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)$ [impossibile]

552 $x-\frac{1}{3}<2\left(x-\frac{3}{2}\right)$ $\left[x>\frac{8}{3}\right]$

553 $3\left[(x+3)+\frac{1}{3}x\right]<7x$ $[x>3]$

10. I sistemi di disequazioni

ESERCIZIO GUIDA

591 Risolviamo i seguenti sistemi di disequazioni.

a) $\begin{cases}3(1-x)<2x+1\\2x-6>5x-2\end{cases}$

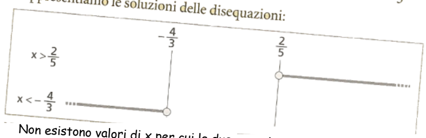
b) $\begin{cases}\frac{3}{2}x-\frac{4}{3}+5x\le\frac{1}{2}x+11-\frac{1}{3}\\\frac{6}{5}x+1-x<2+\frac{1}{2}x+\frac{7}{10}x\end{cases}$

a) Svolgiamo i calcoli:

$\begin{cases}3-3x<2x+1\\2x-5x>-2+6\end{cases}\rightarrow\begin{cases}-3x-2x<1-3\\-3x>4\end{cases}\rightarrow$

$\begin{cases}-5x<-2\\-3x>4\end{cases}\rightarrow\begin{cases}5x>2\\3x<-4\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x>\frac{2}{5}\\x<-\frac{4}{3}\end{cases}$

Rappresentiamo le soluzioni delle disequazioni:



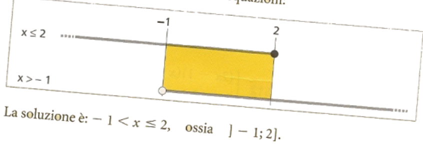
Non esistono valori di x per cui le due equazioni sono verificate contemporaneamente quindi il sistema è impossibile

b) Risolviamo le due disequazioni:

$\cdot 6$ / $\cdot 10$ $\begin{cases}9x-8+30x\le 3x+66-2\\12x+10-10x<20+5x+7x\end{cases}$

$\begin{cases}39x-3x\le 64+8\\2x-12x<20-10\end{cases}\rightarrow\begin{cases}36x\le 72\\-10x<10\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x\le\frac{72}{36}\\10x>-10\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x\le 2\\x>-1\end{cases}$

Rappresentiamo le soluzioni delle disequazioni:



La soluzione è: $-1<x\le 2$, ossia $]-1;2]$.

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

592 $\begin{cases}x-1>0\\x-6>0\end{cases}$ $\begin{cases}x+5\le 0\\x-1<0\end{cases}$ $[x>6; x\le$

593 $\begin{cases}2x+1>0\\2x-4\le 0\end{cases}$ $\begin{cases}1-x\ge 0\\2x+3\le 0\end{cases}$ $\left[-\frac{1}{2}<x\le 2; x\le\right.$

594 $\begin{cases}4x+6<0\\6x\ge 0\end{cases}$ $\begin{cases}5-x\ge 0\\3x-2>0\end{cases}$ $\left[\text{impossibile}; \frac{2}{3}<x\le\right.$

595 $\begin{cases}x+4<0\\3x<1\end{cases}$ $\begin{cases}2<6x\\7x-14\le 0\end{cases}$ $\left[x<-4; \frac{1}{3}<x\le\right.$

596 $\begin{cases}x+1>0\\-2x\ge 0\\3x+2>0\end{cases}$ $\left[-\frac{2}{3}<x\le 0\right]$

597 $\begin{cases}x-4<0\\2-x>0\\x+3>0\end{cases}$ $[-3<x<2]$

598 $\begin{cases}3x+9+2<x-1\\2x-3>x+7\end{cases}$ [impossibile]

599 $\begin{cases}x-6-x(x-1)>2-x^2\\2x-1<3\end{cases}$ [impossibile]

600 $\begin{cases}x+7-3x\ge -x(x+1)+x^2-3-2x\\2x+3<7\end{cases}$ $[-10\le x<2]$

601 $\begin{cases}\frac{1}{3}(9x+12)-10>12\\4x(x-1)+10<4x(x+1)-6\end{cases}$ $[x>6]$

602 $\begin{cases}2x(x-1)-2x^2+x<2-x\\7x-1-6x>x-3\end{cases}$ $[\forall x\in\mathbb{R}]$

603 $\begin{cases}\frac{x+3}{2}-\frac{2}{3}<\frac{x-1}{6}-1\\2x-2>x+1\end{cases}$ [impossibile]

604 $\begin{cases}3x-5<2x+4\\-4x>2+8\left(x-\frac{5}{8}\right)-6x\end{cases}$ $\left[x<\frac{1}{2}\right]$

605 $\begin{cases}7x-1+x(x-3)+6\le x^2-7x+1\\4x-7<8x+2\end{cases}$ $\left[-\frac{9}{4}<x\le-\frac{4}{11}\right.$

606 $\begin{cases}6x-1+2x(x-2)-x^2\ge x^2+1\\2x-6>x+1\end{cases}$ $[x>$

607 $\begin{cases}\frac{1}{2}(2+x)-1>-\frac{1}{3}(x-1)\\\frac{1}{5}(x+10)<\frac{1}{3}(x+6)\end{cases}$ $\left[x>\frac{2}{5}\right.$

608 $\begin{cases}2x(x-1)-x^2+x-3\le x(x-2)+7\\2x+3-x+x^2>x(x+2)-3\end{cases}$ $[x<6$

609 $\begin{cases}2x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}<\frac{3}{2}\\\frac{1}{2}x+x-3>-(5+x)\end{cases}$ $\left[-\frac{4}{5}<x<\frac{2}{3}\right]$

610 $\begin{cases}\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}x<8+x-\frac{x+3}{3}\\3x+2\ge 2x+1\end{cases}$ $[-1\le x<12]$

611 $\begin{cases}2x+(x-1)^2+x>x^2+3\\6x-3<x+2\end{cases}$ [impossibile]

612 $\begin{cases}(2x-1)(x+2)-2x^2<x+7\\3x-1>x+3\end{cases}$ $\left[2<x<\frac{9}{2}\right]$

613 $\begin{cases}(x+2)^2-x(x+2)-7\le 4\\2x-3>1\end{cases}$ $\left[2<x\le\frac{7}{2}\right]$

Ed ora i radicali

SPIEGA PERCHÉ

12 L'uguaglianza $\sqrt[4]{(x-3)^4}=x-3$ non è vera $\forall x\in\mathbb{R}$. Spiega perché.

13 Considera il radicale $\sqrt[4]{a^2b^7c^{12}}$ e supponi che $b\ge 0$. Quali fattori possono essere portati fuori dal segno di radice? E quali di essi vanno scritti in valore assoluto? Motiva la risposta.

14 Perché l'uguaglianza $-7\sqrt{z}=\sqrt{49z}$, con $z>0$, è *falsa*? Correggila in modo che diventi vera.

15 I radicali $\frac{4}{\sqrt{5}}$ e $\sqrt{45}$ possono essere trasformati in radicali simili? Motiva la risposta. Da spiegare

ESERCIZI Nel sito: ▶ 24 esercizi in più

Semplifica i seguenti radicali, determinandone le condizioni di esistenza.

16 $\sqrt[6]{27a^9b^6c^6}$ $[\text{C.E.}: a\ge 0; \sqrt{3a^3b^2c^2}]$

17 $\sqrt[4]{\frac{9(3x-1)^2}{4}}$ $\left[\text{C.E.}: \forall x\in\mathbb{R}; \sqrt{\frac{3|3x-1|}{2}}\right]$

18 $\sqrt[4]{\frac{a^4-18a^2+81}{a^4}}$ $\left[\text{C.E.}: a\ne 0; \sqrt{\frac{|a^2-9|}{a^2}}\right]$

19 $\sqrt[3]{\frac{a^6b^{12}}{a^3+3a^2+3a+1}}$ $\left[\text{C.E.}: a>-1; \forall b\in\mathbb{R}; \frac{a^2b^4}{a+1}\right]$

Trasporta fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili.

20 $\sqrt[5]{\frac{32a^5}{x^{22}y^{12}}}$ $\left[\frac{2a}{x^4y^2}\sqrt[5]{\frac{1}{x^2y^2}}\right]$

21 $\sqrt{\frac{a^4b^2+a^4-2a^4b}{4b^3}}$ $\left[\frac{a^2|b-1|}{2b}\sqrt{\frac{1}{b}}\right]$

22 $\sqrt[4]{\frac{x^4+16}{x^4y^4}}$ $\left[\frac{1}{|xy|}\sqrt[4]{x^4+16}\right]$

23 $\sqrt{\frac{b^4x^3}{b^2+1-2b}}$ $\left[\frac{b^2x}{|b-1|}\sqrt{x}\right]$

Semplifica i seguenti radicali.

24 $\sqrt[9]{\frac{x^3+3x^2+3x+1}{(x^2+x)^6}}$ $\left[\text{C.E.}: x>-1; \sqrt[3]{\frac{1}{x^2(x+1)}}\right]$

25 $\sqrt[3]{\frac{27x^4y^9z}{32a-32b}}$ $\left[\frac{3xy^3}{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{xz}{4(a-b)}}\right]$

Esegui le seguenti operazioni.

26 $(\sqrt{2}-3)^2+\sqrt{18}+\sqrt{8}+\frac{1}{2}\sqrt{50}$ $\left[11+\frac{3}{2}\sqrt{2}\right]$

27 $\frac{x-1}{a}\cdot\sqrt[4]{\frac{a^2b^2x-a^2b^2}{x^3-3x^2+3x-1}}$ $\left(\frac{x-1}{a}>0\right)$ $\left[\sqrt{\frac{(x-1)b}{a}}\right]$

28 $\left(\sqrt{\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)}:\sqrt[4]{\frac{x-y}{x^2y+xy^2}}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{x^5y^5}{x-y}}$ $[x^2y^2\sqrt{x+y}]$

29 $\sqrt[4]{\frac{x^2y^2+x^2y}{x+y}}\cdot\sqrt[4]{\frac{x^2y^2+x^3y}{y+1}}+\sqrt{\frac{y}{x^3}}-\sqrt{x^2y}$ $\left[\frac{1}{x}\sqrt{\frac{y}{x}}\right]$

30 $\sqrt[6]{\frac{x^2-9}{2}}\cdot\sqrt[3]{\frac{x}{x-3}}:\sqrt[3]{\frac{x^2+3x}{2}}$ (con $x>3$) $\left[\sqrt[6]{\frac{2}{x^2-9}}\right]$

31 Trova le condizioni di esistenza e, dopo aver eseguito le operazioni, trasporta fuori dal segno di radice tutti i fattori possibili.

$$\sqrt{\frac{a+2}{2}} : \sqrt[3]{\frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{4}{a+2}}} \qquad \left[\text{C.E.: } a > -2, a \neq 0; \sqrt[6]{\frac{(a+2)^4}{2a^4}}\right]$$

Semplifica le seguenti espressioni.

32 $(\sqrt{x}-1)\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)-\sqrt[3]{x\sqrt{x}}$ $\left[\frac{\sqrt{x}-x}{1+\sqrt{x}}\right]$

33 $\sqrt[4]{\frac{x+2}{x^3}} : \sqrt[3]{(x+2)\sqrt{\frac{x+2}{x^3}}} : \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^2+2x}}\right)^3$ $[\sqrt{x(x+2)}]$

34 $\sqrt[3]{\frac{x+y}{x-y}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x-y}{x+y}} : \sqrt[12]{\frac{x-y}{x+y}}$ $\left[\sqrt[6]{\frac{x+y}{x-y}}\right]$

35 $(a+b)^2 \cdot \sqrt{(a^2-b^2)} : \sqrt[4]{a^6-b^6-3a^4b^2+3a^2b^4}$ $\left[|a+b| \cdot \sqrt[4]{\frac{(a+b)^3}{a-b}}\right]$

36 $[\sqrt[12]{(3x+2a)^3}]^4$; $\left(\sqrt{\frac{x-y}{x+y}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x+y}{x-y}}\right)^5$. $\left[3x+2a; \sqrt[6]{\left(\frac{x-y}{x+y}\right)^5}\right]$

37 $\sqrt{\frac{1}{x}\sqrt{\frac{1}{x}\sqrt[4]{x^3}}}$ $\left[\sqrt[8]{\frac{1}{x^3}}\right]$

38 $\sqrt{32}+2\sqrt{18}-3\sqrt{50}+3\sqrt{98}$ $[16\sqrt{2}]$

39 $2\sqrt{3}\cdot(4\sqrt{2}-\sqrt{3})+\sqrt{2}(\sqrt{8}-3\sqrt{3})$ $[5\sqrt{6}-2]$

Razionalizza i denominatori. Da spiegare

40 $\frac{a-3}{\sqrt{a^2-9}}$; $\frac{2ab}{\sqrt[3]{4a^2b}}$; $\frac{10}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}$. $\left[\frac{\sqrt{a^2-9}}{a+3}; \sqrt[3]{2ab^2}; 2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right]$

Semplifica le seguenti espressioni e razionalizza i risultati.

41 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-1}+\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}+1}-\frac{\sqrt{10}}{4}$ $\left[\frac{4\sqrt{10}-3\sqrt{2}}{4}\right]$

42 $\frac{3\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}+\frac{3\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}+2$ $\left[\frac{8a}{a-1}\right]$

Semplifica le seguenti espressioni.

43 $\left[\left(3^{\frac{1}{4}}\cdot a^{\frac{3}{2}}\cdot b\cdot b^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{4}{3}}\cdot\left(3^{\frac{1}{6}}\cdot a^2\cdot b^{-\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{4}{3}}\right) : a^2b^{\frac{1}{3}}$ $[\sqrt[3]{3}ab]$

44 $\left(2^{\frac{1}{3}}+3^{-\frac{1}{3}}\right):\left(3^{-1}+2^{-\frac{2}{3}}\right)\cdot 6^{-1}:\left(1+6^{-\frac{1}{3}}\right)\cdot\left(3+2^{\frac{2}{3}}\right)$ $[1]$

Risolvi.

45 $\frac{5}{x-\sqrt{2}}+\frac{2\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}=\frac{5x+\sqrt{2}}{x^2-2}$ $[\sqrt{2}-2]$

46 $\sqrt{5}(x-1)=2(x+1)$ $[(\sqrt{5}+2)^2]$

47 $\sqrt{3}(x-2)+\sqrt{3}>3x-1$ $\left[x<-\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

48 $\begin{cases}(\sqrt{3}+1)x+2y=3\\4x-(\sqrt{3}-1)y=1\end{cases}$ $\left[\left(\frac{3\sqrt{3}-1}{10};\frac{11-\sqrt{3}}{10}\right)\right]$

49 $\begin{cases}2\sqrt{3}x+\sqrt{2}y=3\\\sqrt{3}x+\sqrt{2}y=6\end{cases}$ $\left[\left(-\sqrt{3};\frac{9}{2}\sqrt{2}\right)\right]$