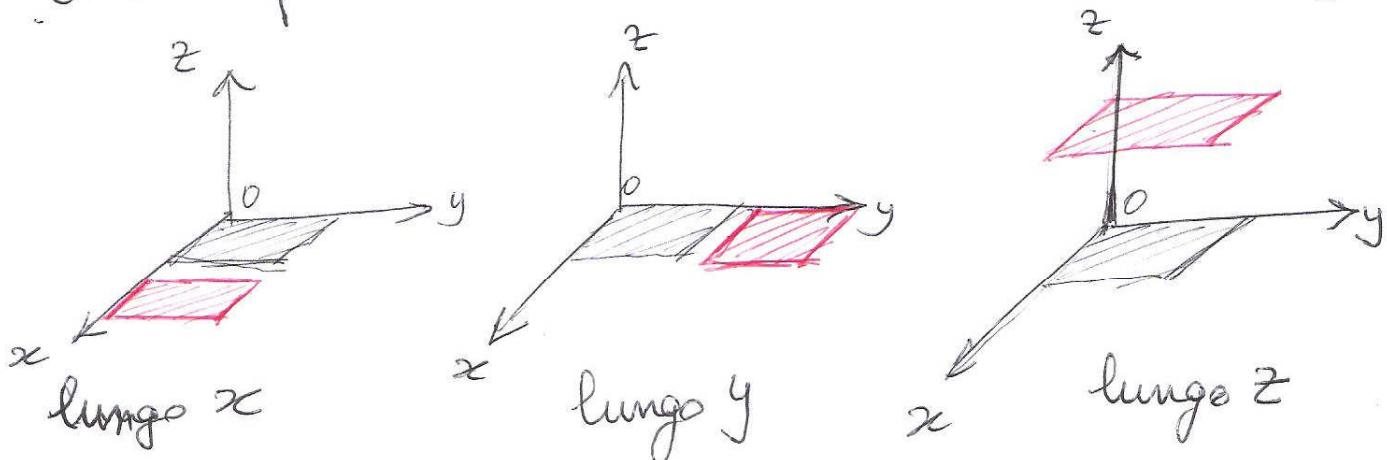
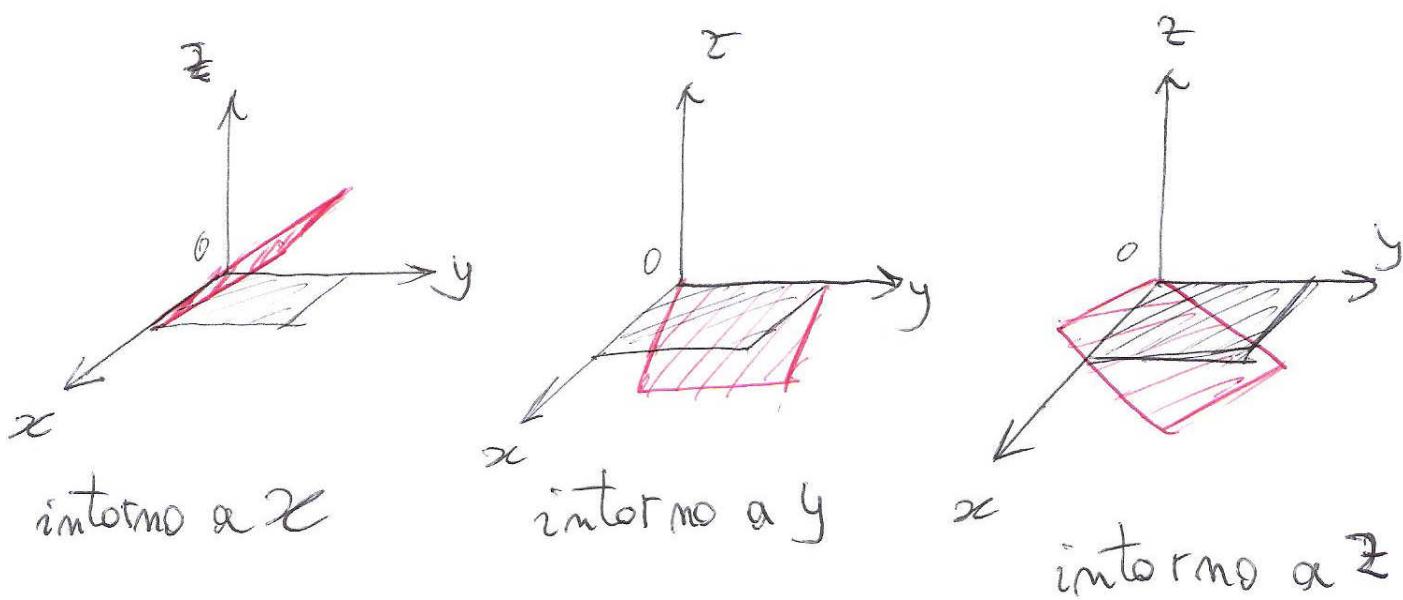


## Cinematica del corpo rigido

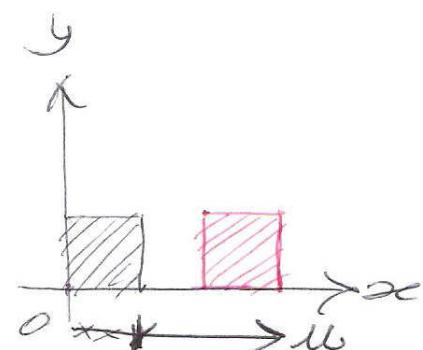
- Un corpo si dice rigido se le distanze tra due qualunque suoi punti rimane costante.
- Se il corpo è libero di muoversi nello spazio, esso ha sei possibili movimenti detti gradi di libertà(gdl). Essi sono:
  - tre spostamenti (o traslazioni)



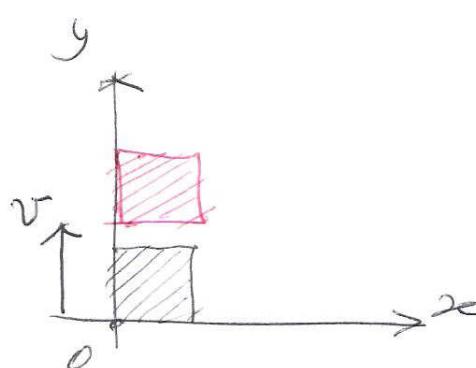
- tre rotazioni



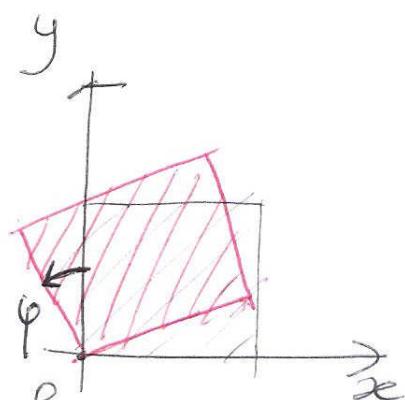
• Se il corpo è costretto a muoversi su di un piano, i possibili movimenti si riducono a tre.



spostamento  
lungo  $x$  ( $u$ )



spostamento  
lungo  $y$  ( $v$ )



rotazione  
 $\varphi$

## Vincoli

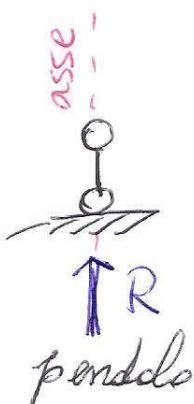
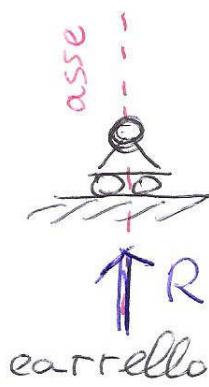
Al fine di limitare o di eliminare i possibili movimenti dei corpi rigidi, si applicano dei dispositivi aventi la funzione di ridurre gli spostamenti, detti vincoli:

SEMPICI: eliminano un gdl

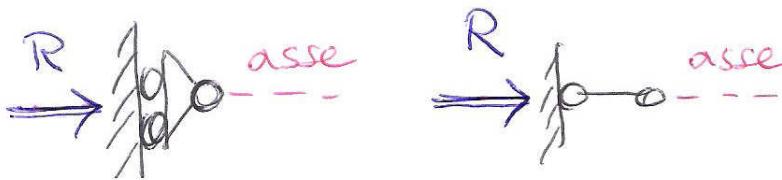
VINCOLI → DOPPI : eliminano due gdl  
→ TRIPPI : eliminano tre gdl

## Vincoli semplici (molteplicità 1)

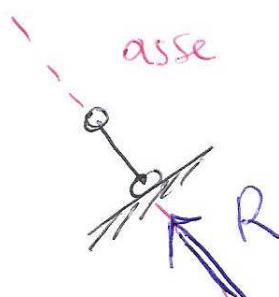
Il vincolo semplice che elimina una traslazione è detto carrello o pendolo.



carrello e pendolo con asse verticale: elimina lo spostamento verticale



carrello e pendolo con asse orizzontale: impedisce lo spostamento orizzontale

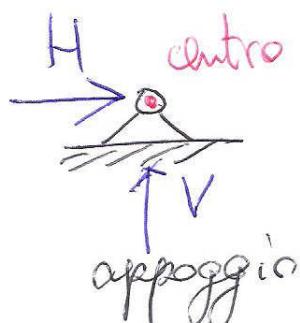
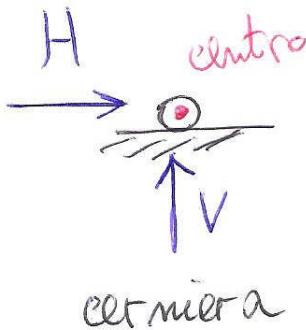


carrello o pendolo con asse inclinato: impedisce lo spostamento lungo la direzione dell'asse del pendolo

Il carrello o pendolo, al fine di impedire lo spostamento, esercita una forza avente la stessa direzione dell'asse. Detta forza  $R$  è detta reazione vincolare.

## • Vincolo doppio (moltiplicità 2)

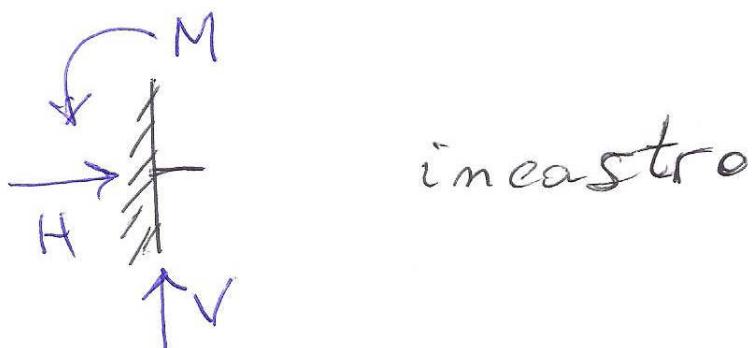
Il vincolo doppio che elimina due traslazioni è detto cerniera e appoggio.



La cerniere esercita due forze applicate nel centro delle cerniere stessa.

## • Vincolo triplo (moltiplicità 3)

Il vincolo triplo è detto incastro ed elimina le due traslazioni e la rotazione



L'incastro reagisce con due forze ed una coppia.

## Classificazione cinematica

### delle strutture a un tratto

In funzione del numero, del tipo e della disposizione dei vincoli, si procede alla classificazione cinematica delle strutture.

#### - Definizioni

$gdl$  = gradi di libertà, pari a 3 nel caso di un corpo costretto a muoversi su un piano

$gdv$  = gradi di vincolo, pari alla somma del numero dei vincoli contati con le loro molteplicità

$\ell$  = grado di libertà, pari al numero di movimenti residui

$i$  = grado di iperstaticità

- Per procedere alla classificazione occorre valutare  $gdl$ ,  $gdv$  ed  $\ell$  ed infine calcolare il grado di iperstaticità dalle relazioni

$$i = gdv - gdl + \ell$$

## Classificazione

1)  $gdV < gdl \rightarrow$  labile

2a)  $\ell > 0 \rightarrow$  labile

2)  $gdV = gdl$

2b)  $\ell = 0 \rightarrow$  isostatica

$i = 0$

3)  $gdV > gdl$

3a)  $\ell > 0 \rightarrow$  labile

3b)  $\ell = 0 \rightarrow$  iperstatica

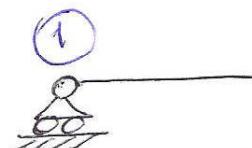
$i > 0$

### Esempio 1



$$gdV = 2 \quad gdl = 3$$

labile



$$gdV = 1 \quad gdl = 3$$

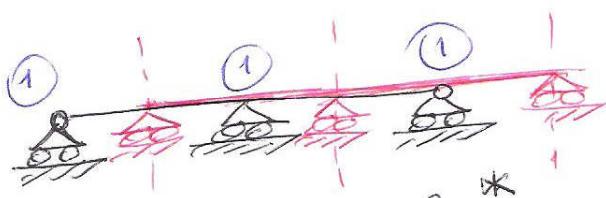
labile



$$gdV = 2 \quad gdl = 3$$

labile

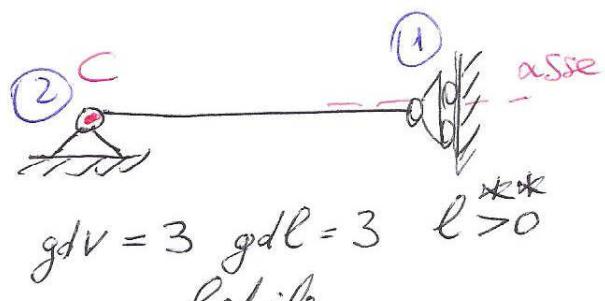
### Esempio 2a



$$gdV = 3 \quad gdl = 3 \quad \ell > *$$

labile

\* Il grado di labilità è pari a 1 in quanto lo spostamento orizzontale è possibile, in quanto gli assi dei tre cerchelli sono paralleli.

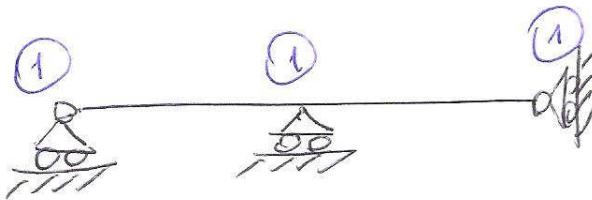


$$gdV = 3 \quad gdl = 3 \quad \ell > 0$$

labile

\*\*  $\ell > 0$  in quanto l'asse del cerchello passa per il centro della cerniera.

## Esempio 2 b



$$gdv = 3 \quad gdl = 3$$

$l = 0$  non ci sono movimenti residui

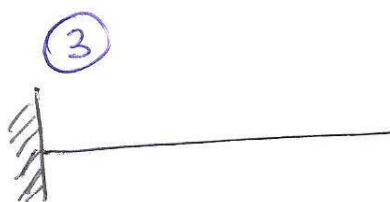
isostatica



$$gdv = 3 \quad gdl = 3$$

$l = 0$

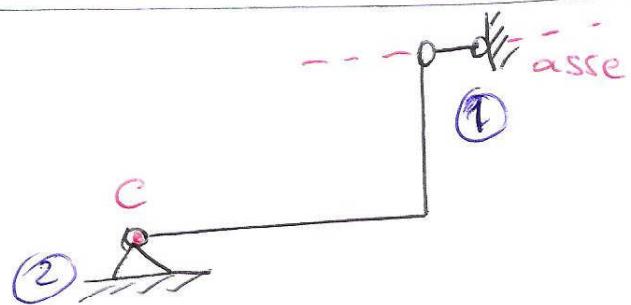
isostatica



$$gdv = 3 \quad gdl = 3$$

$l = 0$  le strutture incastrate hanno sempre  $l = 0$

isostatica



$$gdv = 3 \quad gdl = 3$$

$l = 0$  in quanto l'asse del carrello NON passa per il centro delle cerniere

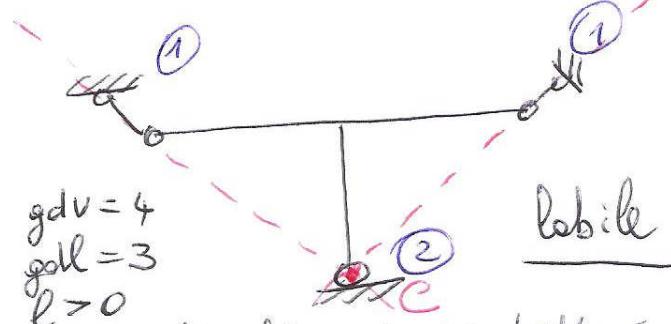
## Esempio 3a



$$gdv = 5 \quad gdl = 3 \quad l > 0$$

labile

\*  $l > 0$  perché è possibile lo spostamento orizzontale



$$gdv = 4$$

$$gdl = 3$$

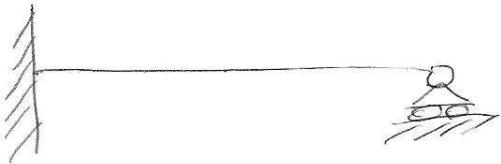
$$l > 0$$

labile

in quanto gli assi di tutti i carrelli passano per il centro delle cerniere

7

### Esempio 3b



$gdV = 4$     $gdl = 3$     $l = 0$   
 una volta  
 iperstatica

$$i = gdV - gdl + l = 1$$



$gdV = 4$     $gdl = 3$     $l = 0$

$$i = gdV - gdl + l = 1$$

una volta iperstatica

Nell'ambito del corso saranno analizzate  
 solamente strutture prive di reibilità:

- isostatiche (2b)
- iperstatiche (3b)