

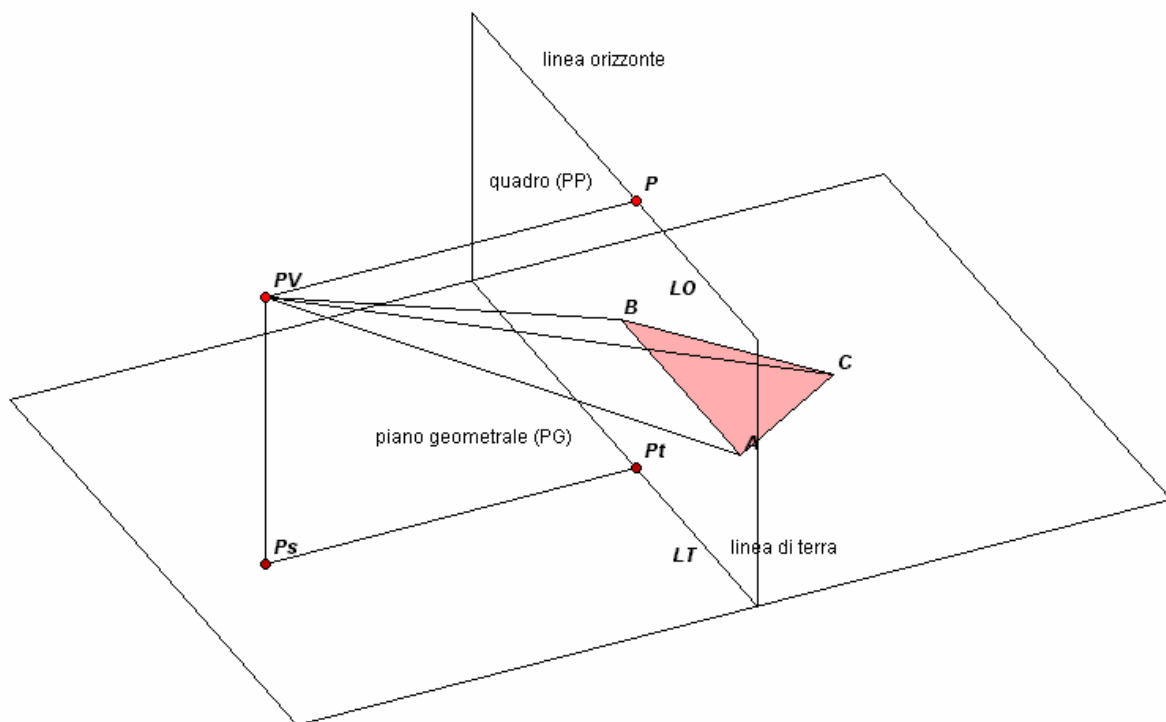
## PROSPETTIVA CENTRALE

Scopo della geometria descrittiva è quello di rappresentare le figure spaziali sopra un piano, in modo tale che, dalla rappresentazione piana, si possa risalire alla figura spaziale.

La corrispondenza tra una figura spaziale e la sua rappresentazione piana non è però purtroppo biunivoca, quindi permette solo di rappresentare le figure, ma non di risolvere graficamente, mediante solo costruzioni piane, problemi di geometria spaziale a meno di non introdurre altri eventuali dati aggiuntivi.

Ciascuno dei sistemi di regole che permettono la rappresentazione piana costituisce un "metodo" della geometria descrittiva. Poiché, la parte principale di tutti i metodi più usati nel passaggio dalla figura spaziale alla sua rappresentazione, è costituita da una proiezione, tali metodi si chiamano anche "**metodi di proiezione**".

### ELEMENTI PRINCIPALI della prospettiva:



- Punto di vista (PV): punto dove si immagina l'occhio dell'osservatore
- Piano di terra o geometrale (PG): piano sul quale vive l'oggetto da rappresentare
- Quadro o piano prospettico (PP): piano perpendicolare al piano di terra posto fra l'oggetto ed il PV; è su esso che si forma l'immagine in prospettiva dell'oggetto
- Piano di orizzonte (PO): piano immaginario passante per PV e parallelo al piano di terra
- Punto principale (P): proiezione ortogonale del punto di vista sul quadro detta anche distanza principale o semplicemente distanza perché indica la distanza dell'osservatore dal quadro
- Punto di stazione (Ps): proiezione ortogonale del punto di vista sul piano geometrale
- Linea di terra (LT): retta d'intersezione fra il quadro ed il piano di terra
- Punto sulla linea di terra (Pt): proiezione ortogonale del punto principale e del punto di stazione sulla linea di terra
- Linea di orizzonte (LO): retta d'intersezione fra il quadro ed il piano di orizzonte. Per costruzione è parallela alla linea di terra e la sua distanza da essa indica l'altezza dell'occhio dell'osservatore.

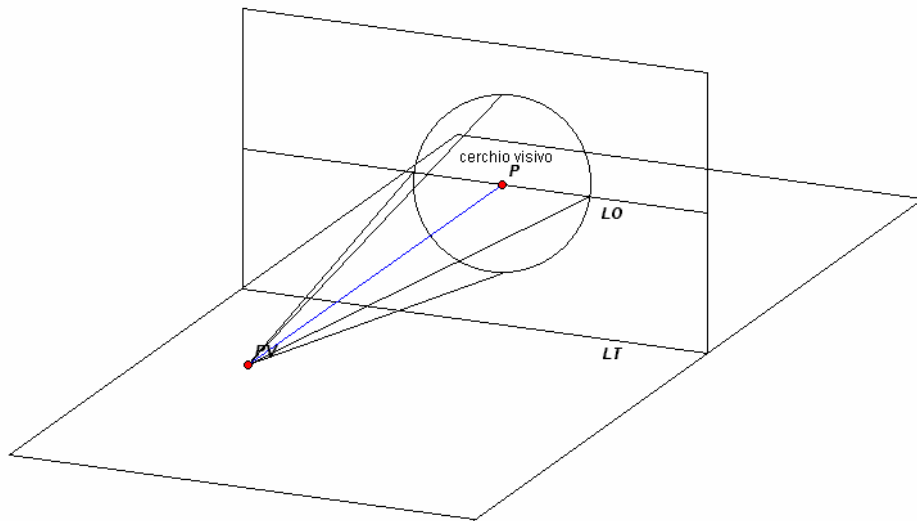
- Raggi visuali: rette che congiungono il PV con i punti che costituiscono l'oggetto da rappresentare (quali ad esempio retta PV-A, PV-B, PV-C)

La **scelta della posizione del punto di vista rispetto all'oggetto** assume un'importanza fondamentale per la nitidezza della visione e per l'efficacia della prospettiva. In altre parole il punto di vista dovrà essere scelto in modo tale che la rappresentazione dell'oggetto che ne segue sia il più possibile simile alla rappresentazione reale. A tal fine è necessario tenere ben presente il campo visivo dell'osservatore cioè quella porzione di spazio misurata in gradi che una persona può vedere tenendo testa ed occhi assolutamente immobili.

Nella tecnica del disegno prospettico l'ampiezza del campo visivo si identifica nel **cono ottico** ottenuto tirando dal PV raggi visuali che hanno una ben precisa proprietà: non devono formare con l'asse visivo PV-P angoli maggiori di  $30^\circ$ .

Entro tali gradi infatti la percezione degli oggetti è buona e tale risulta essere anche l'immagine prospettica. Se invece si ampliasse il cono ottico in modo di avere angoli maggiori di  $30^\circ$ , si andrebbe incontro a delle particolari impostazioni prospettiche che deformerebbero l'immagine dell'oggetto in questione dando luogo alle cosiddette "aberrazioni ottiche".

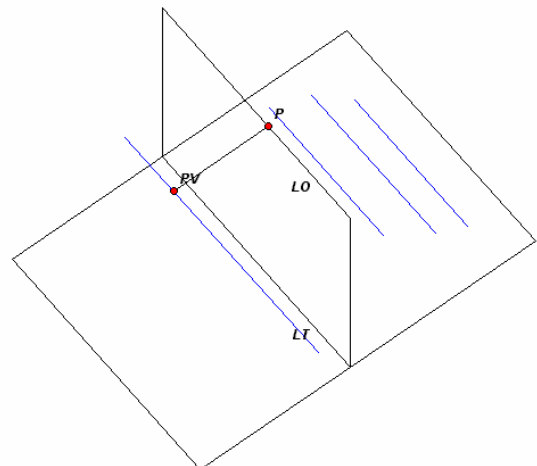
La base del cono ottico (il cerchio visivo) è determinato dall'intersezione dei raggi visuali con il quadro e si dice che l'immagine è "percettivamente corretta" quando i raggi visuali, portati agli estremi dell'oggetto, stanno all'interno del cono.



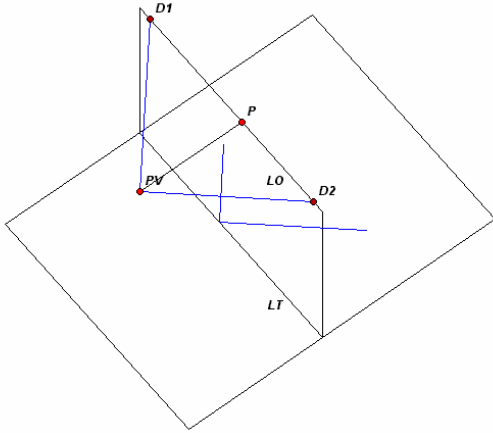
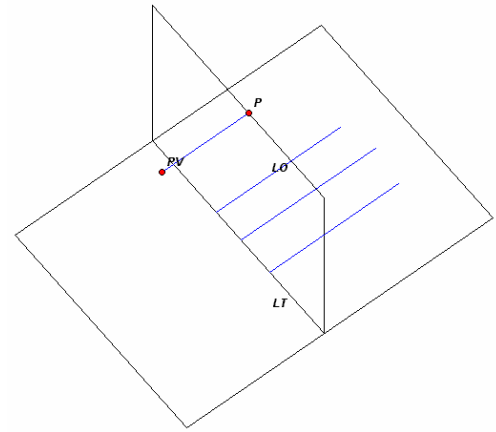
Il primo passo per costruire un'immagine prospettica è la ricerca dei **punti di fuga**. Il punto di fuga di una retta è la traccia sul quadro della parallela alla retta stessa passante per il PV. Poiché esso appartiene alla linea di orizzonte che rappresenta in prospettiva l'immagine dell'infinito (tale infatti è la distanza tra LO e LT) il punto di fuga di una retta rappresenta la prospettiva del suo punto all'infinito. Da ciò discende immediatamente il fatto che rette parallele hanno il medesimo punto di fuga F.

In particolare:

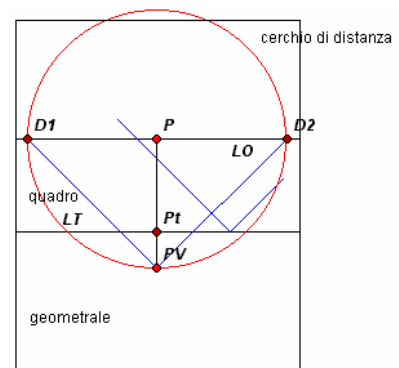
- Le **rette parallele al quadro non hanno punti di fuga**, o meglio ammettono come punto di fuga il punto improprio della LO. Esse sono rappresentate prospettivamente da rette tutte parallele fra loro ed alla LT; la loro distanza reciproca cambia al variare della distanza dal quadro prospettico.



- Le rette perpendicolari al quadro hanno come punto di fuga il punto principale P. Se proviamo infatti a tracciare dal PV una parallela alla retta data incontreremo la LO in P.



- Le rette inclinate di  $45^\circ$  rispetto al quadro hanno invece come punti di fuga punti particolari: essi vengono denominati punti di distanza e sono le intersezioni del cerchio di distanza con la LO.



## Le altezze in prospettiva

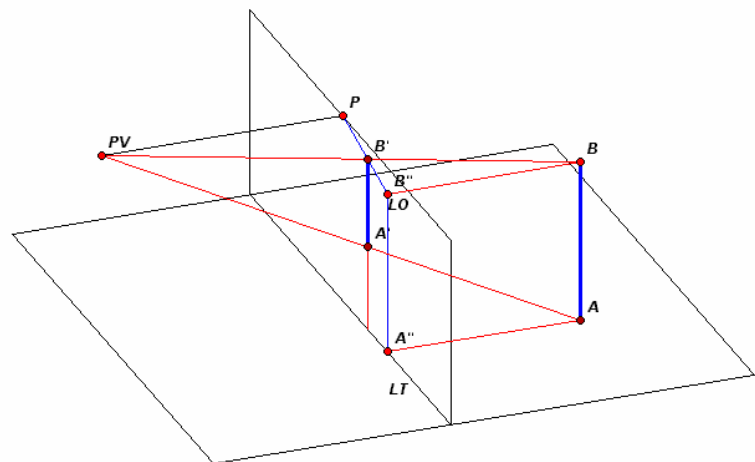
I segmenti perpendicolari al PG e quindi le altezze di solidi, edifici, ecc., rimangono tali in prospettiva. **Le lunghezze di tali segmenti dipendono dalla distanza che essi hanno rispetto all'osservatore.**

Illustriamo ora il procedimento che si utilizza per realizzare la prospettiva di un segmento AB perpendicolare al PG.

Come primo passo costruiamo la prospettiva A' di A intersecando il raggio visuale PV-A con il quadro. In secondo luogo conduciamo da A la perpendicolare alla linea di terra che individuerà il punto A''; da tale punto tracciamo perpendicolarmente alla LT un segmento A''B'' appartenente al quadro ed uguale ad AB. Uniamo B'' con P; tale segmento interseca in B' la perpendicolare a LT per A'.

Il segmento A'B' così determinato risulta essere l'immagine prospettica di AB.

Si osserva che i triangoli PVAB e PVA'B' sono simili per costruzione.



## I metodi usati in prospettiva centrale

Diversi sono i procedimenti usati in prospettiva per ottenere l'immagine prospettica di una figura ma tutti portano allo stesso risultato.

Nella prospettiva centrale i metodi più usati sono:

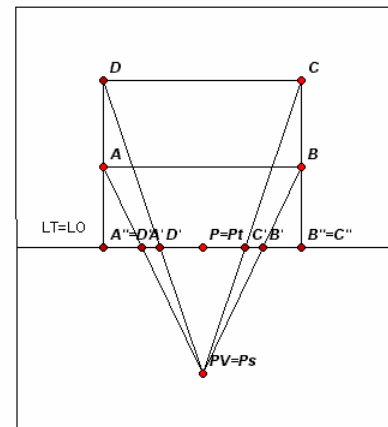
- *Il metodo dei raggi visuali*
- *Il metodo del prolungamento dei lati*
- *Il metodo dei punti di distanza*
- *Il sistema di ribaltamento*

### Il metodo dei raggi visuali

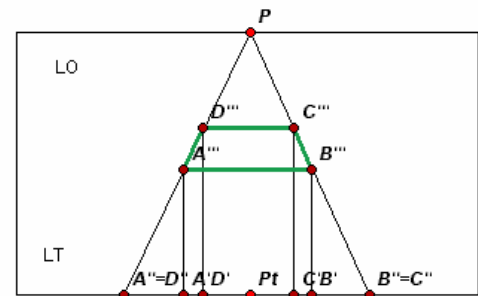
Consideriamo il piano geometrico PG visto dall'alto; in questo caso la linea di terra LT coinciderà con la linea di orizzonte LO, il punto di vista PV con il punto di stazione Ps ed il punto principale P con il punto sulla linea di terra Pt.

Supponiamo di voler determinare **l'immagine prospettica di un rettangolo.**

Conduciamo quindi da PV i raggi visuali a ciascuno vertice del rettangolo; essi incontreranno LT rispettivamente nei punti A', B', C', D' e quindi proiettiamo ortogonalmente tutti i vertici del rettangolo sulla LT ottenendo i punti A'' (=D''), B'' (=C'') (si noti che le coppie di punti A-D, B-C hanno la medesima proiezione)



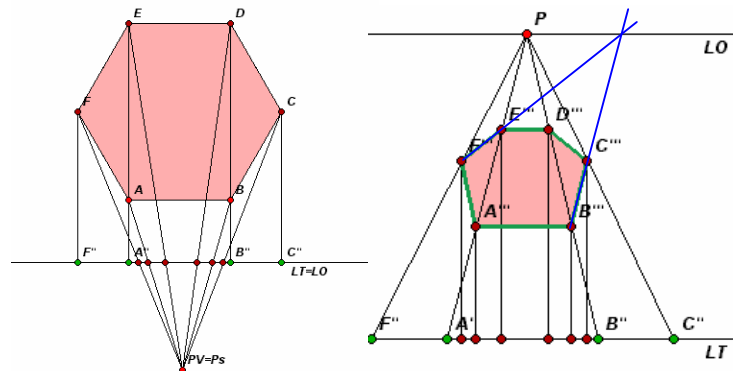
Poniamo ora la nostra attenzione solo sul quadro ed uniamo con P le proiezioni dei vertici del rettangolo su LT appena ottenute ottenendo così le perpendicolari prospettiche del quadro. Costruiamo quindi i vertici dell'immagine prospettica ottenuti come punti di intersezione fra le perpendicolari alla LT passanti da A', B', C', D' e le perpendicolari prospettiche.



### Immagine prospettica di un esagono regolare.

Tracciamo dal PV i raggi visuali a ciascun vertice dell'esagono e chiamiamo A', B', C', D', E', F' le loro intersezioni con la LT (punti rossi). Proiettiamo ortogonalmente tutti i vertici dell'esagono sulla LT ottenendo i punti F'', A'' (=E''), B'' (=D''), C'' (punti verdi).

Sul quadro determiniamo i vertici dell'esagono intersecando le perpendicolari alla LT passanti da A', B', C', D', E', F' con le perpendicolari prospettiche ottenute unendo P a F'', A'', B'', C'' rispettivamente.

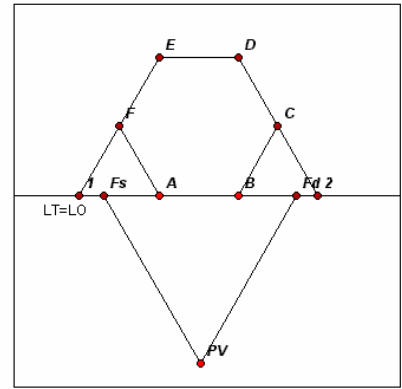


### ***Il metodo del prolungamento dei lati***

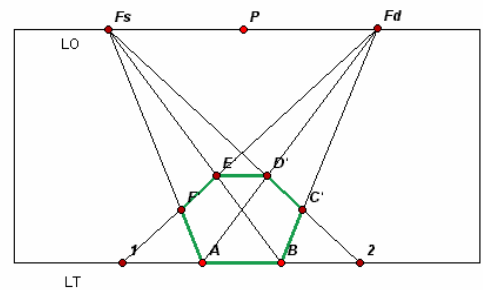
Come nel caso precedente consideriamo dapprima una visione dall'alto del piano geometrico.

Vediamo, mediante tale procedimento, come fare per determinare l'**immagine prospettica di un esagono**.

Una volta disegnato l'esagono prolunghiamo i lati EF e DC fino a determinare le rispettive tracce 1,2 sulla LT. Tracciando quindi da PV le parallele ai lati ne determiniamo i punti di fuga in Fs e Fd. Nel caso dell'esagono regolare in figura, in Fs concorrono i lati FA, DC e la diagonale EB; mentre in Fd i lati CB, EF e la diagonale DA.

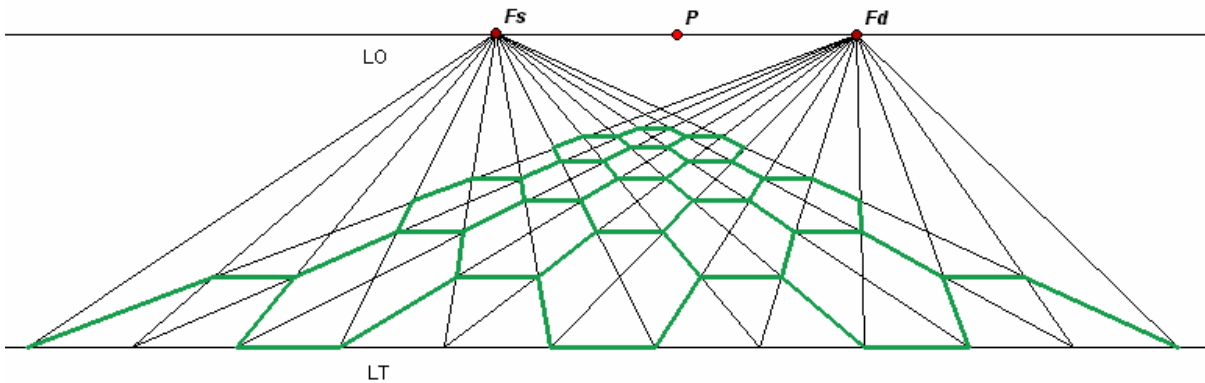


Concentriamoci ora esclusivamente sul quadro e riportiamo su LO i punti P, Fs, Fd. Tracciando dai punti 1, 2, A, B le rette concorrenti ai rispettivi punti di fuga è possibile determinare tutti gli spigoli dell'esagono.



Nella figura sottostante si è ampliato il procedimento al fine di ottenere la prospettiva di una pavimentazione a maglia esagonale. Per ottenere ciò è sufficiente continuare a riportare sulla LT la misura del lato dell'esagono per l'estensione voluta.

E' possibile completare il disegno in figura senza determinare ulteriori tracce sulla LT ma unicamente completando il prolungamento dei lati all'infinito.

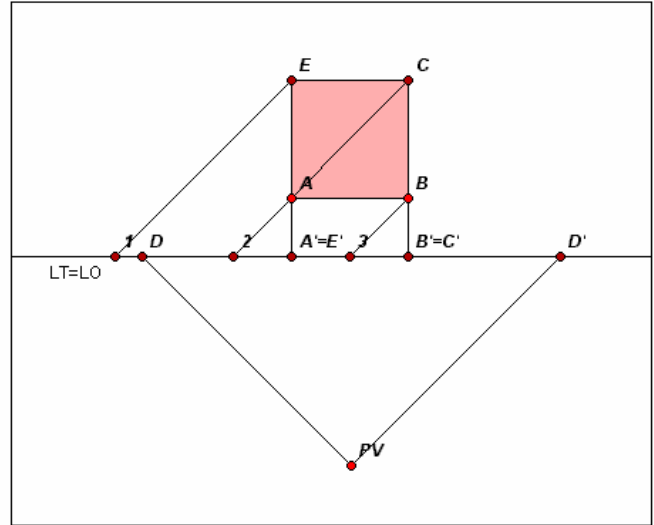


## Il metodo dei punti di distanza

Questo metodo è basato sulla determinazione del cerchio di distanza come luogo geometrico dei punti di fuga delle rette inclinate di  $45^\circ$  rispetto al quadro.

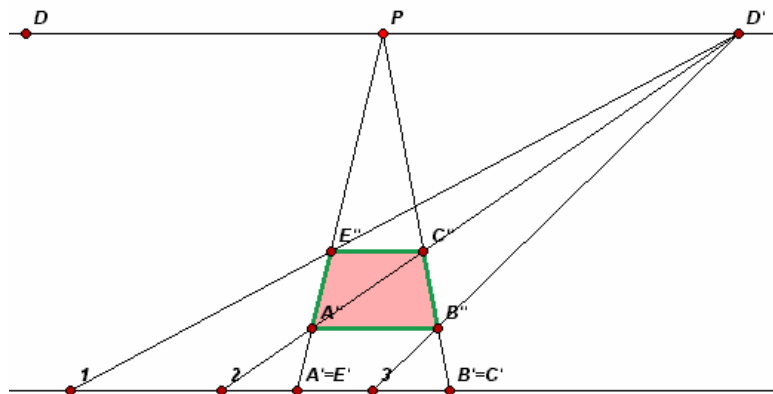
Infatti per individuare il punto di fuga di una retta basta portare da PV una parallela alla retta stessa: se questa è una retta a  $45^\circ$  il suo punto di fuga D disterà dal punto principale P di una misura uguale a PV-P. Viceversa, disegnare sul quadro il cerchio di raggio PD significa determinare il cerchio di distanza e quindi i punti di fuga di tutte le rette a  $45^\circ$ .

Consideriamo quindi la nostra solita visione dall'alto dove l'oggetto da rappresentare in prospettiva è un quadrato e tracciamo da PV le rette inclinate di  $45^\circ$  rispetto alla LO determinando i punti di distanza D e D'. Per ciascun vertice del quadrato conduciamo le parallele ad una di queste rette (ad esempio la retta per D') e quindi proiettiamo A, B, C, E su LT ottenendo i punti A' (=E') e B' (=C').



Consideriamo ora soltanto il quadro e riportiamo sulla LT i punti 1, 2, 3 e A', B' mentre sulla LO i punti D, P, D'. Conguiamo 1, 2, 3 rispettivamente con D' e A', B' con P. Le intersezioni di queste ultime forniscono i vertici del quadrato in prospettiva cercato.

Osserviamo infine che avremmo ottenuto la stessa figura prospettica se avessimo ripetuto lo stesso procedimento considerando le parallele alla retta per D.

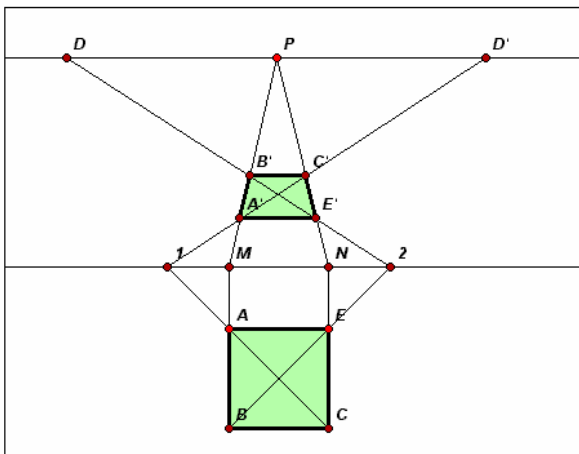
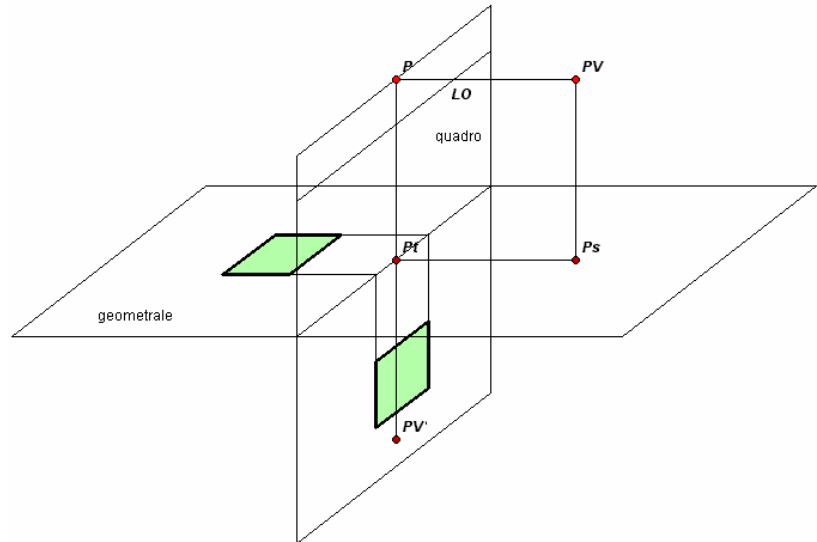


## Il sistema di ribaltamento

Tutti i metodi visti finora presentano, sostanzialmente, una grossa scomodità dovuta al fatto che, anche per determinare l'immagine prospettica di un oggetto molto semplice quale ad esempio un quadrato, bisogna ricorrere alla suddivisione del lavoro in due parti: la figura preparatoria sul PP e, in secondo luogo, la costruzione della figura prospettica sul quadro.

Con il sistema di ribaltamento, per preparare l'esecuzione in prospettiva occorre ribaltare di  $90^\circ$  sia il semipiano su cui giace la figura, sia il semipiano su cui sta il punto di vista in modo che entrambi si trovino sullo stesso semipiano.

In altre parole, con tale procedimento, si riportano l'oggetto iniziale ed il PV sul medesimo semipiano in modo tale che quest'ultimo si possa considerare come il prolungamento del quadro sotto la LT.



Nella fase esecutiva si proiettano sulla LT i punti significativi della figura che, in un secondo tempo, vengono uniti ai relativi punti di fuga mediante le rette proiettanti. L'intersezione delle linee proiettanti forniscono i punti che uniti fra loro determinano l'immagine prospettica dell'oggetto.

Osserviamo che l'oggetto da rappresentare, considerato nel semipiano sottostante al quadro, risulta rovesciato in pianta rispetto alla relativa immagine prospettica e che tali risulteranno essere anche le rette necessarie per determinare i punti di fuga.

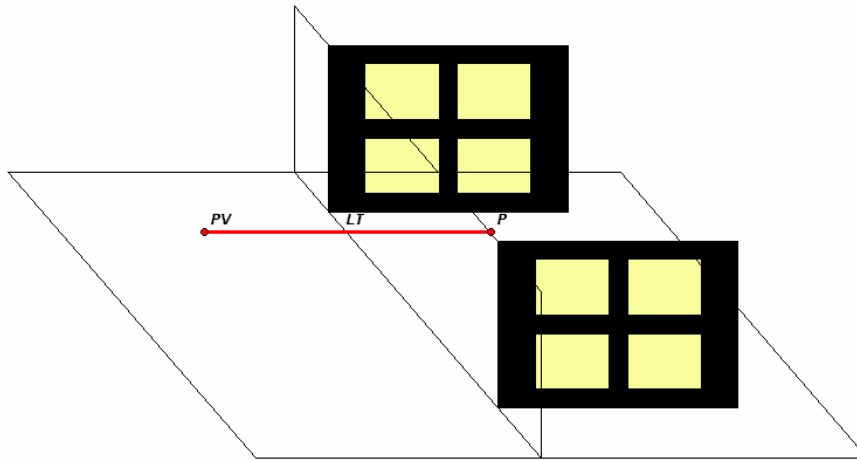
Riassumendo, tre sono le caratteristiche di tale procedimento:

- ci consente di vedere in modo istantaneo il variare dell'immagine prospettica al mutare delle dimensioni dell'oggetto considerato.
- Possiamo vedere su un unico piano l'oggetto iniziale e la sua immagine prospettica (e quindi non abbiamo più la necessità di suddividere il lavoro)
- Permette una notevole rapidità esecutiva.

**Quest'ultimo metodo appena descritto appare pertanto come il più semplice ed allo stesso tempo il più completo nella determinazione delle immagini prospettiche.**

## Esempio 1: Pannelli in prospettiva

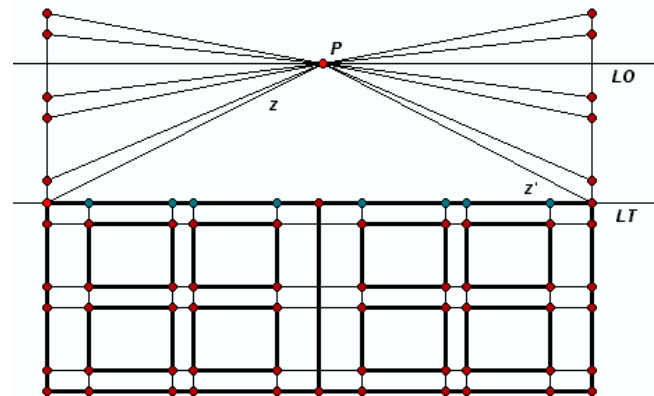
Alla luce di quanto visto ora, determiniamo la prospettiva di due pannelli uguali aventi ciascuno quattro finestre e disposti perpendicolarmente al quadro, come nella figura seguente.



Osserviamo che due sono i particolari salienti che si rilevano subito guardando la figura:

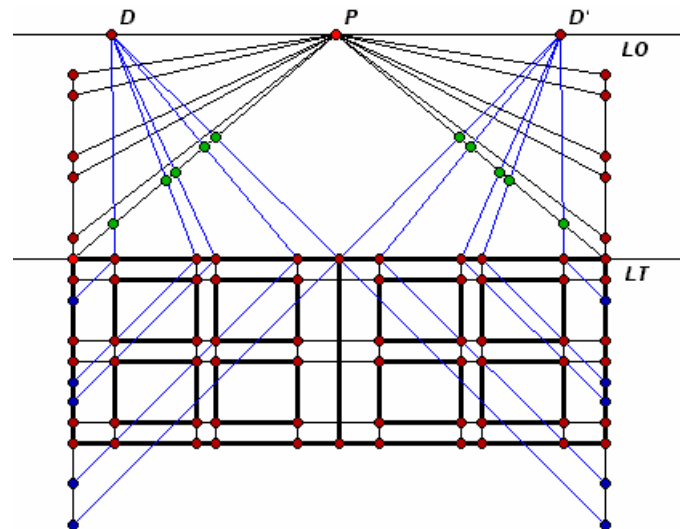
- Le due altezze dei pannelli che appartengono al quadro non muteranno affatto in prospettiva e quindi manterranno le proprie misure poichè coincidenti con i segmenti originari
- Le basi del pannello e tutte le rette parallele ad esse avranno il loro punto di fuga in P in quanto ortogonali al quadro.

Come primo passo, dato il nostro foglio di lavoro, tracciamo su di esso la linea di terra LT e quella di orizzonte LO; consideriamo quindi i nostri pannelli posti nel semipiano inferiore del quadro ed aventi la base superiore appartenente alla LT e proiettiamo ortogonalmente su di essa i punti che delimitano le finestre dei pannelli (punti azzurri). Tracciamo quindi le prime due altezze con le misure originarie e dai punti che delimitano le altezze delle finestre tracciamo le rette convergenti in P.



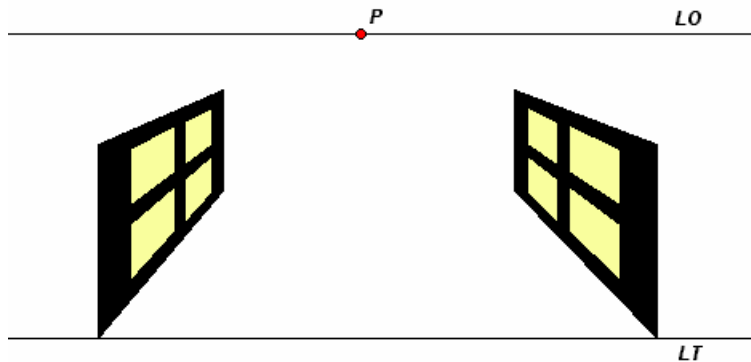
Il secondo passo consiste nel trasferire "prospettivamente" i punti appartenenti alla LT (punti azzurri) sulle perpendicolari prospettiche z, z' rispettivamente.

Per far questo li riportiamo sulla verticale mediante circonferenze (punti blu) e ricaviamo i punti di fuga delle rette congiungenti che corrisponderanno ai punti di distanza in quanto risultano essere inclinate di  $45^\circ$  rispetto al quadro.





Una volta tirate le rette ai rispettivi punti di concorso, consideriamone le intersezioni con  $z$  e  $z'$  rispettivamente. Tali punti rappresentano i corrispondenti dei punti dati. Infine tracciamo da essi le relative perpendicolari al piano. I punti ottenuti come l'intersezione fra tali rette e le rette per  $P$  forniscono gli estremi dei segmenti che delimitano le finestre.



## Esempio 2: Prospettiva di una scala ascendente

Come ultima applicazione di questi metodi, determiniamo la prospettiva di una scala ascendente.

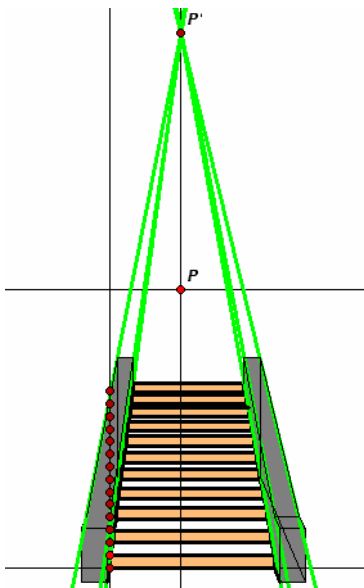
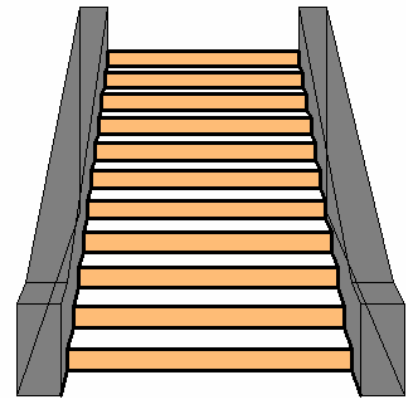
Anche in questo caso il metodo utilizzato è il solito, anche se questa figura si differenzia dalle altre per la presenza di un punto di fuga  $P'$  mai trattato precedentemente.

Fino a questo momento abbiamo trattato esclusivamente rette parallele tra loro ed ortogonali al piano, mentre non ci siamo mai interessati al caso di rette inclinate rispetto al piano orizzontale.

Ebbene i punti di fuga di tali rette si trovano esattamente sulla verticale innalzata dai punti di fuga delle rispettive prime proiezioni, sopra o sotto la  $LO$  a seconda dell'andamento delle rette considerate.

Nella nostra figura, occorre servirsi del punto  $P'$  al quale si ricorre per trovare la posizione prospettica degli scalini e delle linee inclinate (il parapetto e le tangenti agli spigoli dei gradini). Il metodo per individuare la prospettiva degli scalini è sempre lo stesso: si riporta sul quadro la linea delle altezze sulla quale si segnano le altezze degli scalini che concorrono poi in  $P$ .

L'incontro di queste con le concorrenti a  $P'$  forniscono la posizione di ciascuno scalino.



## LA PROSPETTIVA ACCIDENTALE

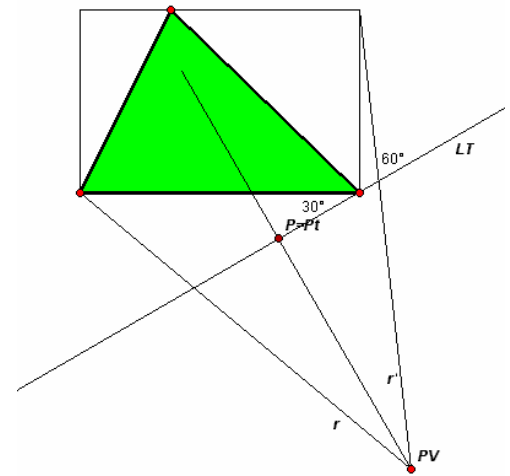
La prospettiva accidentale si differenzia da quella centrale per la diversa disposizione del quadro prospettico. Questo, in genere, non è parallelo ai lati dell'oggetto da rappresentare rispetto ai quali assume inclinazioni varie. Ciò dipende dagli effetti prospettici a cui si vuole giungere.

Una buona prospettiva si ottiene disponendo il quadro nella figura preparatoria con inclinazioni diverse, come ad esempio  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  rispetto ai lati del rettangolo entro il quale è inquadrato l'oggetto, qualora lo stesso non presenti tali caratteristiche.

L'angolo minore è bene riferirlo al lato più importante della costruzione.

La scelta del punto di vista ha una parte predominante per la buona riuscita del disegno prospettico: la posizione è arbitraria ma è consigliabile porlo ad una distanza tale che l'angolo formato tra i raggi visuali  $r$  ed  $r'$ , che dal PV vengono diretti verso gli estremi della figura rappresentata in pianta, sia contenuto attorno ai valori di  $45^\circ$ . In questo modo ci assicuriamo che i raggi visuali stiano all'interno del cono ottico e quindi che l'immagine risultante sia percettivamente corretta evitando così il fenomeno dell'aberrazione ottica.

L'ampiezza di tale angolo dipende sempre dalle dimensioni dell'oggetto da rappresentare in prospettiva. Inoltre è bene che il prolungamento della proiezione del PV sul quadro cada all'interno della pianta.



### I metodi usati in prospettiva accidentale

Come la prospettiva centrale, anche la prospettiva accidentale ha i suoi procedimenti per determinare l'immagine prospettica dell'oggetto considerato. Essi sono:

- Il metodo dei raggi visuali
- Il metodo dei punti di distanza
- Il metodo dei punti di fuga e delle perpendicolari al quadro
- Il metodo dei punti misuratori

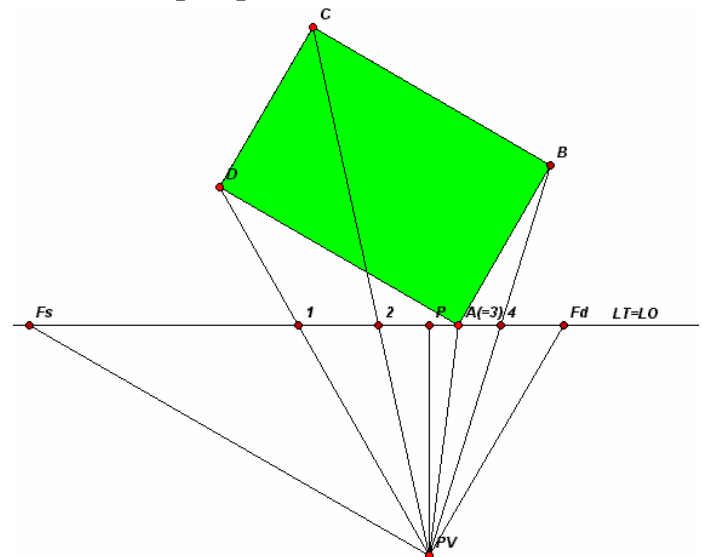
Osserviamo che i primi due metodi si utilizzano anche nella prospettiva centrale.

#### Il metodo dei raggi visuali

Consideriamo dapprima il piano geometrico visto dall'alto e riportiamo la linea di terra LT (coincidente con LO), il punto di vista PV e la sua proiezione su LT Pt (coincidente con P).

Supponiamo di voler determinare l'immagine prospettica di un rettangolo ABCD.

Seguendo le ormai note operazioni preparatorie, si conducono dal PV le parallele ai lati del rettangolo di cui sopra che determinano i punti di fuga  $F_s$  ed  $F_d$ . In essi concorrono rispettivamente tutte le rette parallele alle



semirette che li hanno determinati.

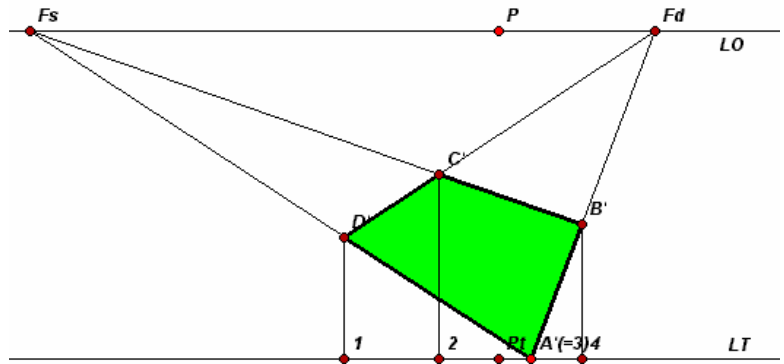
Dal PV si conducono i raggi visuali verso i punti della pianta che intersecano la LT nei punti 1, 2, 3, 4 (si osservi che il punto 3 è coincidente con A).

Per la costruzione della prospettiva consideriamo il solo quadro e tracciamo su di esso la LT e la LO alla distanza che crediamo più opportuna.

Sulla LO riportiamo, nel rapporto stabilito, i punti di fuga e sulla LT i punti 1, 2, 3, 4.

Successivamente da 3 conduciamo le concorrenti ad Fs ed Fd che, intersecate dalle verticali condotte dai punti 1 e 4 riportati sulla LT, forniscono i punti D' e B'. Poiché rette parallele hanno il medesimo punto di fuga, tracciamo da B' la retta per Fs e da D' la retta per Fd.

Queste ultime due rette si incontreranno nel punto C' che dovrà coincidere con la perpendicolare a LT tracciata dal punto 2.



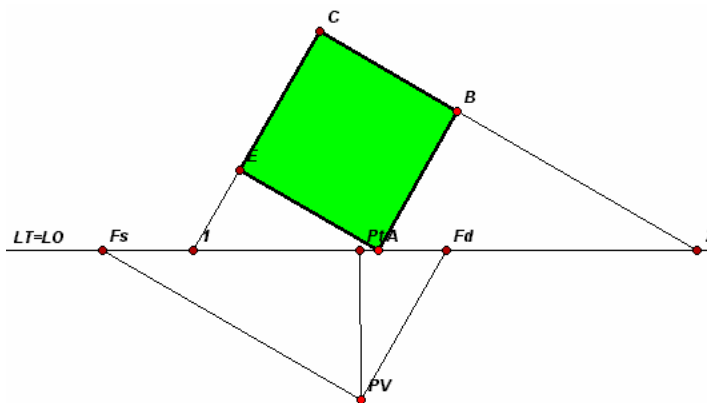
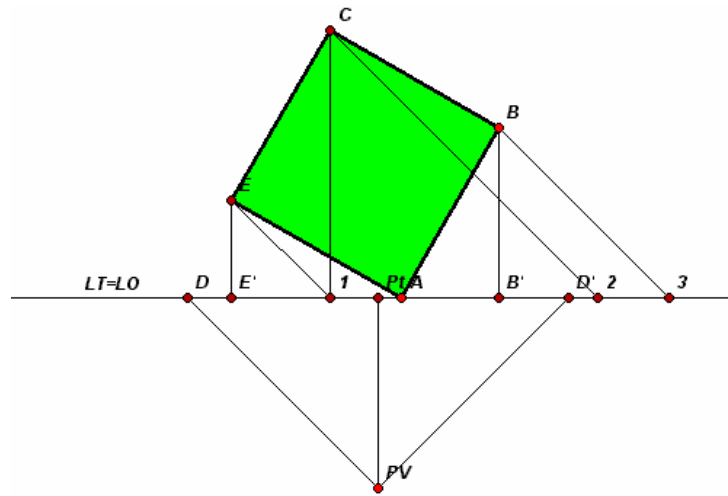
### Il metodo dei punti di distanza

Anche questo metodo ricalca fedelmente la costruzione fatta nel paragrafo precedente.

Consideriamo sempre il nostro piano geometrico visto dall'alto e costruiamo la prospettiva di un quadrato avente uno dei vertici appartenente alla LT.

Una volta scelto il PV, tracciamo sulla LT (coincidente con la LO) il punto Pt e i punti di distanza D e D'. Quindi dai vertici del nostro quadrato conduciamo le parallele alla retta passante per PV e D che intersecheranno la LT nei punti 1, 2, 3 rispettivamente. Tracciamo poi le proiezioni dei vertici B, C, E sulla LT ottenendo i punti B', C' (coincidente con 1), E'.

Abbiamo così ottenuto tutti gli elementi essenziali per determinare la nostra immagine prospettica.



Poniamo ora la nostra attenzione esclusivamente sul quadro.

Riportiamo la LO con i punti P, D, D' e la LT su cui tracciamo i punti appena determinati.

Uniamo le proiezioni dei vertici con il punto principale P e congiungiamo i punti 1, 2, 3 con D.

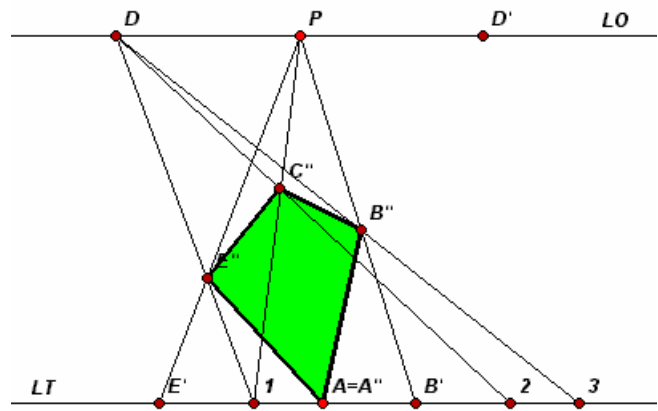
Abbiamo così trovato i vertici B'', C'', E'' dell'immagine prospettica cercata.

## Il metodo dei punti di fuga e delle perpendicolari al quadro

Questo metodo si basa sul principio dell'individuazione di qualsiasi spigolo dell'oggetto attraverso la ricerca del punto di fuga della retta passante per esso.

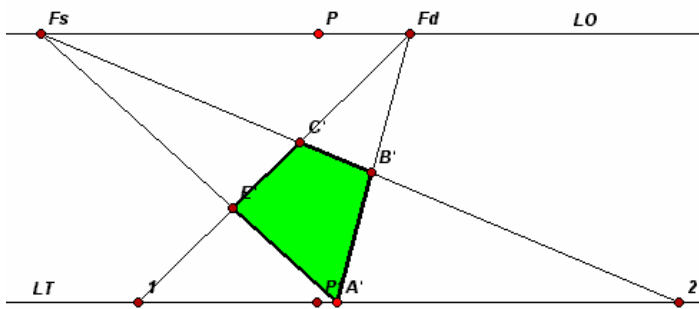
Determiniamo la prospettiva di un quadrato iniziando a determinare i punti necessari alla costruzione sulla pianta. Consideriamo la visione dall'alto del nostro piano geometrico.

Come primo passo determiniamo i punti di fuga  $F_d$ ,  $F_s$  dei lati del quadrato tracciando dal  $PV$  rette parallele ad essi. Quindi prolunghiamo i lati del quadrato in modo da ottenere i punti 1, 2 come intersezione di questi ultimi con la  $LT$ .



Consideriamo ora solo il quadro e riportiamo i punti trovati sulla  $LT$ .

Uniamo  $A'$  (prospettiva di  $A$ ) con  $F_s$  e  $F_d$  ottenendo così la prospettiva dei lati  $AE$  ed  $AB$  rispettivamente. In modo analogo congiungiamo il punto 2 con  $F_s$  ed il punto 1 con  $F_d$  ottenendo così la prospettiva dei lati  $BC$  ed  $EC$  rispettivamente. Per ultimare la figura basterà segnare le intersezioni di queste ultime rette che forniranno i vertici  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $E'$  del quadrato prospettico.



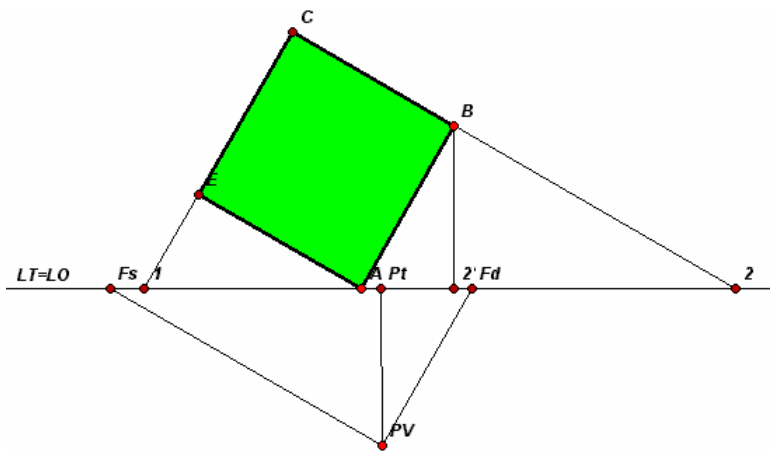
Osserviamo che, qualora uno dei due punti 1 e 2 fosse risultato in pianta troppo lontano dal punto  $Pt$ , avremmo potuto trovare ugualmente la prospettiva della figura ricorrendo almeno ad altri due procedimenti. Il primo ricorre al metodo delle rette perpendicolari al quadro, il secondo si avvale dell'aiuto della geometria proiettiva. Applichiamo entrambi al nostro esempio.

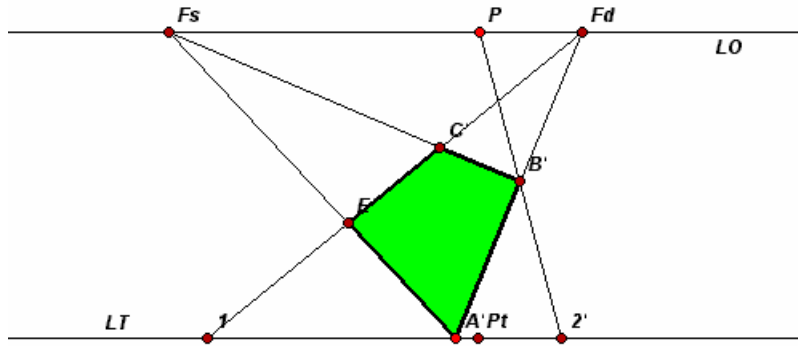
### Metodo delle rette perpendicolari al quadro

Supponiamo che il prolungamento del lato  $CB$  cada sulla  $LT$  troppo lontano e che quindi il punto 2 esca dal nostro piano di lavoro.

Per ovviare il problema consideriamo il vertice di tale lato che si trova più vicino alla  $LT$  ( $B$ ) e proiettiamolo ortogonalmente su di essa. Otteniamo un nuovo punto  $2'$ .

Per la costruzione della figura si procede esattamente come in precedenza: uniamo i punti 1 ed  $A'$  con  $F_d$  e  $2'$  con  $P$ . L'intersezione fra le rette  $A'F_d$  e  $2'P$  fornisce il vertice  $B'$  del quadrato che una volta unito con  $F_s$  darà luogo al vertice  $C'$ .

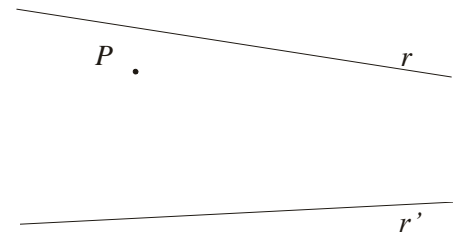




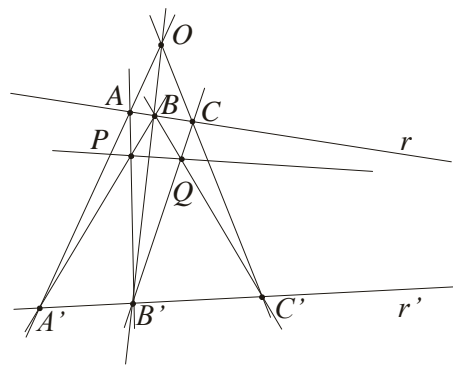
*Ricerca dell'asse di collineazione*

Come è possibile congiungere un punto  $P$  con l'intersezione di due rette che si intersecano fuori del foglio di lavoro?

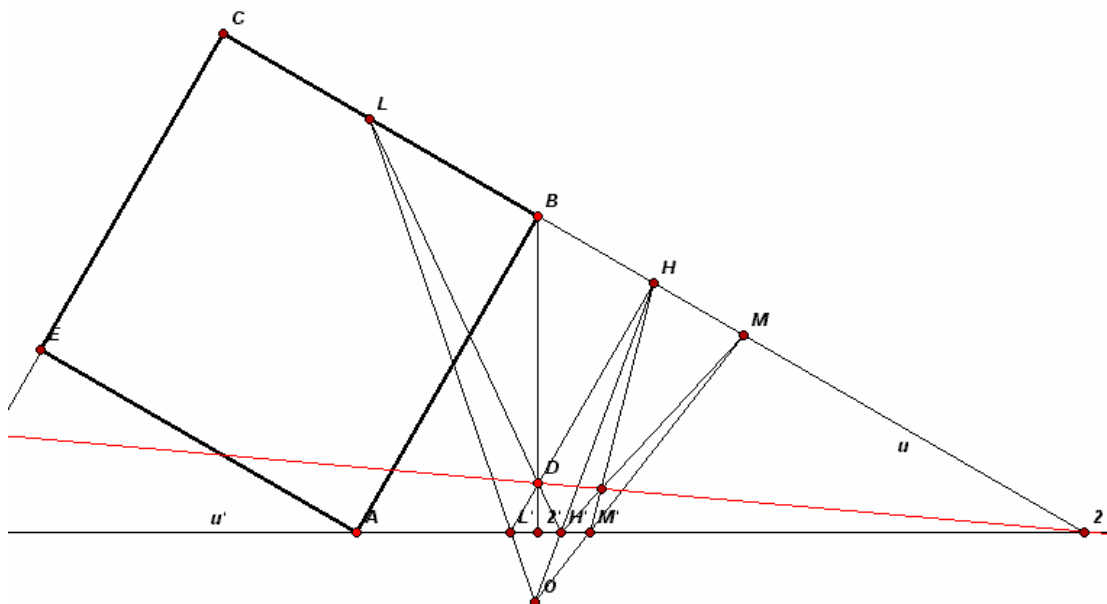
La geometria proiettiva, di cui non parliamo, serve a rispondere al problema. Tracciamo per  $P$  due segmenti che intersecano  $r$  ed  $r'$  in  $A$  e  $B$  e in  $A'$  e  $B'$  rispettivamente, in modo tale che le due rette  $AA'$  e  $BB'$  si intersechino nel foglio, in un punto  $O$ .



Ora tracciamo una ulteriore retta per  $O$ , che intersecherà  $r$  ed  $r'$  in  $C$  e  $C'$  rispettivamente. Intersechiamo i segmenti  $BC'$  e  $B'C$ , otterremo un punto  $Q$ . La retta  $PQ$  passa per il punto comune alle due rette (si chiama asse di collineazione della prospettività di centro  $O$  tra le due rette).



Ecco l'immagine che illustra la costruzione della figura del cubo, se dobbiamo congiungere un punto  $D$  con il punto 2 fuori dal foglio.



## Il metodo dei punti misuratori

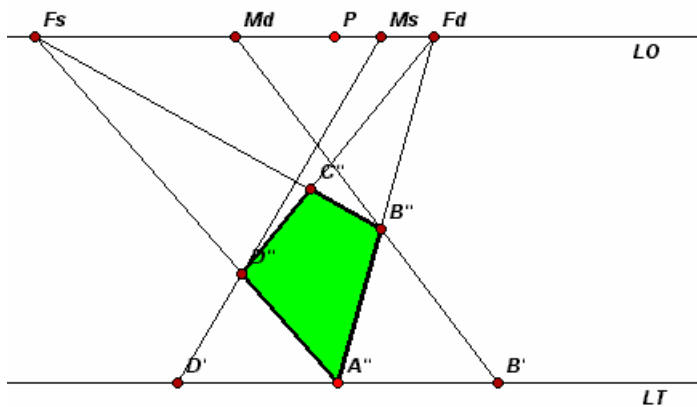
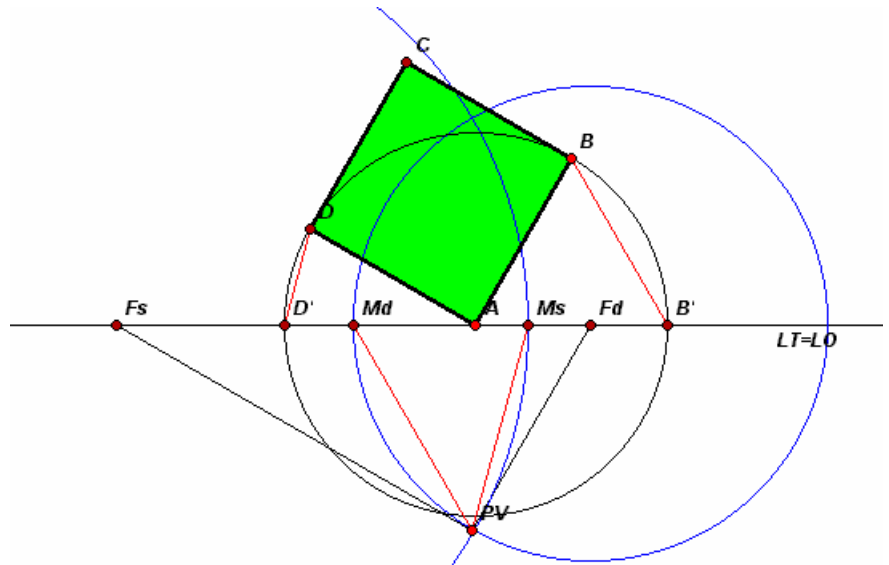
Tutti i metodi finora descritti presentano una certa difficoltà nella riproduzione delle dimensioni reali dell'oggetto nell'immagine prospettica. Infatti le misure degli spigoli vengono sempre proiettate sulla LT con rapporti di riduzione od ingrandimento e mai nelle loro dimensioni effettive. Il metodo dei punti misuratori, che deriva direttamente da quello dei punti di fuga, supera queste difficoltà basandosi sui principi contenuti nel teorema di Talete sui segmenti proporzionali: rette parallele che intersecano due qualsiasi rette appartenenti allo stesso piano determinano su queste ultime segmenti proporzionali. Ne segue che le dimensioni dell'oggetto vengono riportate fedelmente od in modo proporzionale sulla LT.

Costruiamo quindi la figura preparatoria considerando la visione dall'alto del geometricale.

Una volta scelto il PV determiniamo sulla LT i punti di fuga  $F_s$  e  $F_d$  relativi ai lati AD (CB) e AB (DC) rispettivamente.

Centriamo quindi in  $F_s$  ed  $F_d$  e ribaltiamo il PV sulla LT dando luogo ai punti  $M_s$  ed  $M_d$  rispettivamente. Successivamente centriamo in A e ribaltiamo i punti B e D sulla LT dando origine ai punti  $B'$  e  $D'$ .

Poiché il segmento che congiunge B con  $B'$  risulta parallelo al segmento che congiunge il PV con  $M_d$ , quest'ultimo sarà il suo punto di concorso o misuratore. Lo stesso dicasi per  $M_s$  che risulta essere il punto misuratore del segmento  $DD'$  (parallelo al segmento  $PVM_s$ )



Passando all'immagine prospettica, posizionati gli usuali elementi della prospettiva LO, LT, P, ed i punti di fuga  $F_s$  ed  $F_d$  riportiamo sull'orizzonte anche i punti misuratori  $M_s$  ed  $M_d$ .

I punti misuratori sono punti di fuga che esercitano la loro influenza nelle porzioni di spazio in cui si sono eseguiti i ribaltamenti, per cui nel disegno prospettico, una volta determinate le linee principali della prospettiva (ovvero le rette  $AF_s$  ed  $AF_d$ ) dobbiamo percorrere, dalle tracce sulla LT, le

porzioni di spazio comprese fra la LT e le linee principali della prospettiva concorrendo ai propri misuratori situati dal lato opposto; nella restante porzione di spazio, compresa fra le  $AF_s$  ed  $AF_d$ , le rette concorreranno normalmente ai rispettivi punti di fuga.

## **Esempio: Prospettiva accidentale di un edificio**

Per la costruzione del disegno prospettico di un edificio, data la pianta ed i prospetti, si procede per fasi, dalla definizione dell'ingombro massimo dell'edificio, alla successiva definizione dei vuoti e dei pieni all'interno del volume.

- **PRIMA FASE**

**Partendo dalla pianta dell'edificio scegliamo la posizione del PV. Questa scelta è di fondamentale importanza per il risultato finale, in quanto condiziona completamente il tipo di visione ed il suo taglio.**

Una volta determinata la traccia del quadro, scegliamo la posizione del PV, usando gli accorgimenti precedentemente descritti per quanto riguarda la sua posizione rispetto l'oggetto e la sua distanza dal quadro. Definiamo poi il punto Pt e ricerchiamo gli elementi necessari per la prospettiva secondo i metodi illustrati sopra.

- **SECONDA FASE**

**Nel disegno prospettico, definita l'altezza tra la LO e la LT, riportiamo gli elementi trovati e quindi procediamo alla costruzione della pianta utilizzando uno dei metodi appena visti.**

In seguito, una volta riportata l'altezza dallo spigolo coincidente con la LT, definiamo l'ingombro massimo dell'edificio.

- **TERZA FASE**

**E' questa la fase in cui si lavora il volume definito in modo tale da ricavare in esso le rientranze e le partiture che lo caratterizzano e da stabilire il grado di definizione grafica che il lavoro deve assumere ricercando o meno i minimi particolari.**

A titolo d'esempio illustriamo passo a passo le tre fasi costruendo la prospettiva accidentale di un edificio quale il Palazzo di Giustizia di Milano.



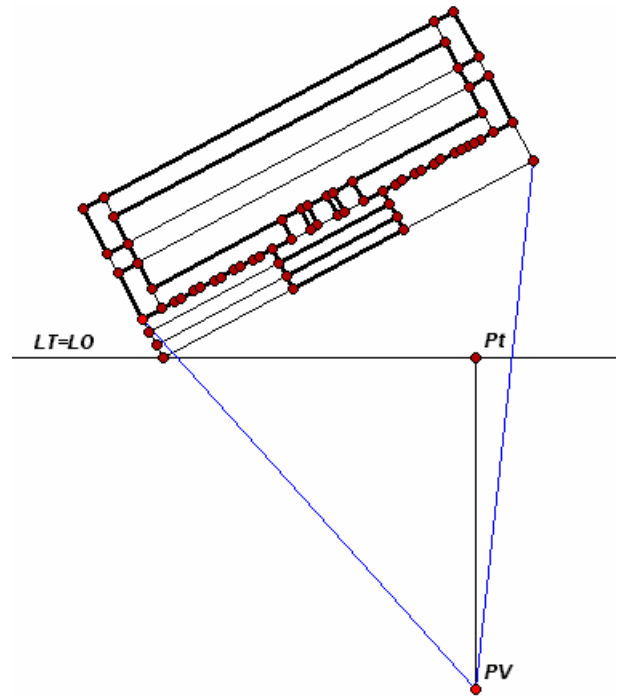
- **PRIMA FASE**

Consideriamo la visione dall'alto del nostro piano e, come prima cosa, tracciamo sul nostro foglio di lavoro la linea  $LT$  coincidente con la  $LO$ .

Disegniamo quindi i tratti essenziali della pianta dell'edificio tracciando su di essa anche i punti che individuano le finestre della facciata.

In seguito scegliamo il  $PV$  in modo tale che:

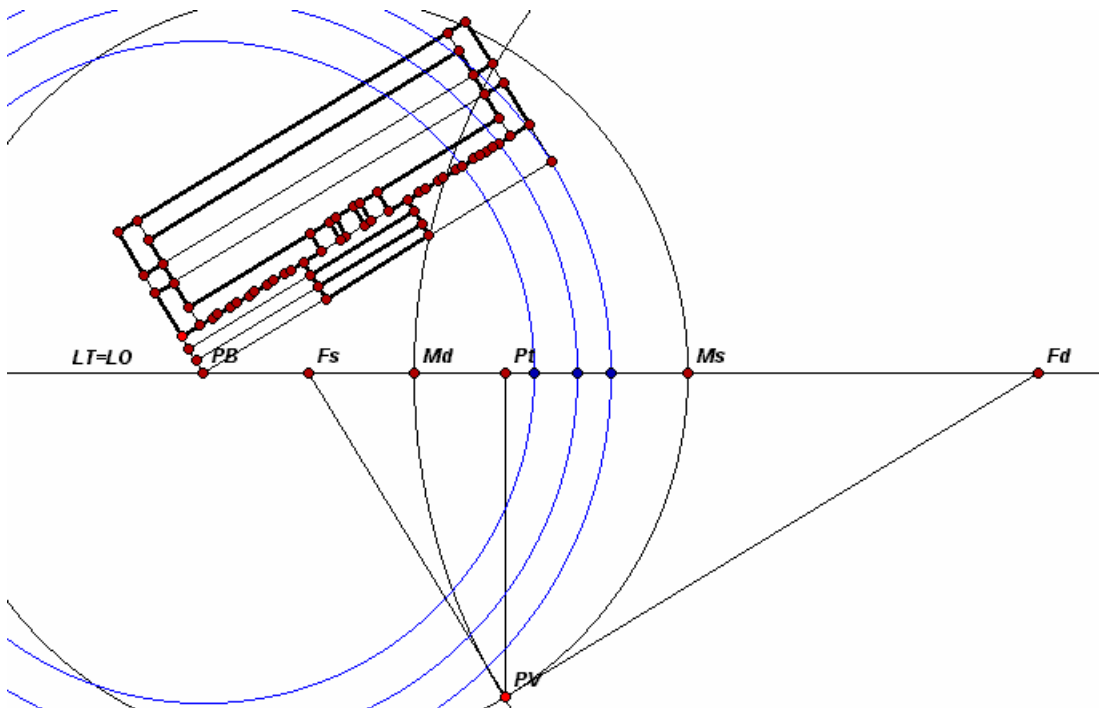
1. l'angolo formato dai raggi visuali condotti dal  $PV$  agli estremi della figura sia di circa  $45^\circ$ .
2. il prolungamento della proiezione del  $PV$  sul quadro cada all'interno della pianta.



Procediamo alla costruzione della figura preparatoria ricorrendo al metodo dei punti misuratori.

Tracciamo da  $PV$  le parallele ai lati dell'edificio individuando i due punti di vista  $F_s$  ed  $F_d$ . Centriamo quindi in  $F_s$  prima ed in  $F_d$  poi e ribaltiamo sulla  $LT$  il  $PV$  ottenendo i punti  $M_s$  ed  $M_d$  rispettivamente.

Successivamente centriamo nel punto di base della pianta  $PB$  e ribaltiamo sulla  $LT$  tutti i punti evidenziati in rosso. Osserviamo che, per non appesantire troppo la figura ne vengono rappresentati solo alcuni (i punti blu).





- SECONDA FASE

Siamo ora pronti per procedere alla costruzione della prospettiva della pianta dell'edificio.

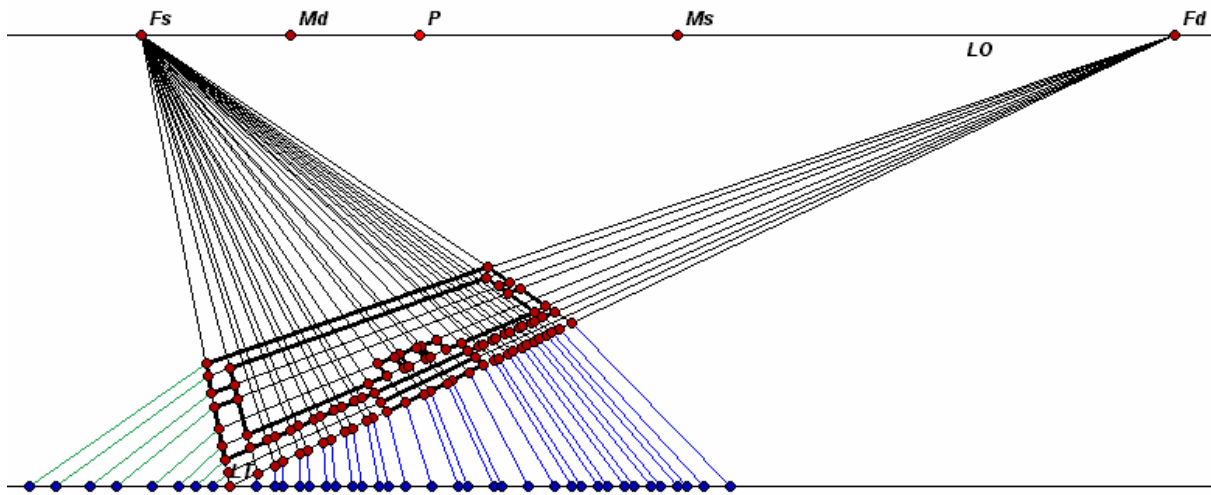
Fissiamo la LT e, a distanza opportuna, la linea d'orizzonte LO. Su quest'ultima riportiamo i punti di fuga  $F_s$ ,  $M_d$ ,  $P$ ,  $M_s$ ,  $F_d$ , mentre sulla LT tutti i punti segnati in blu precedentemente determinati.

Tracciamo dal punto base segnato sulla LT (l'unico punto rosso) le rette per  $F_s$  ed  $F_d$  che rappresenteranno la prospettiva dei due lati dell'edificio; quindi tracciamo da ciascun punto sulla Lt la retta per il proprio punto di concorso.

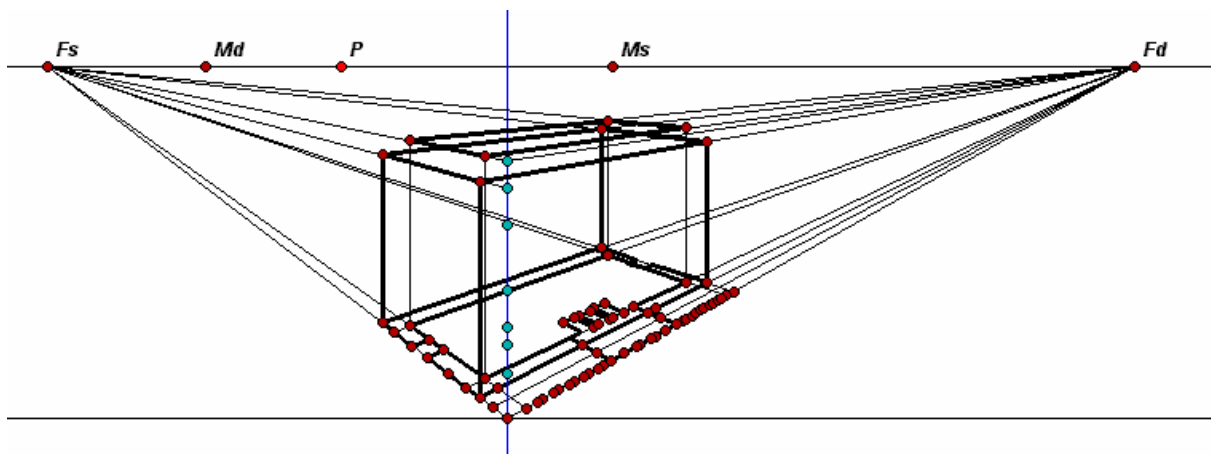
Più precisamente: i punti alla sinistra del punto base concorreranno in  $M_s$  (rette verdi), mentre quelli alla sua sinistra in  $M_d$  (rette blu).

Le loro intersezioni con le due rette per i punti di fuga appena determinate forniscono le tracce delle finestre del palazzo in prospettiva.

Per ultimare la pianta sarà sufficiente unire ciascun punto così trovato con il rispettivo punto di fuga.



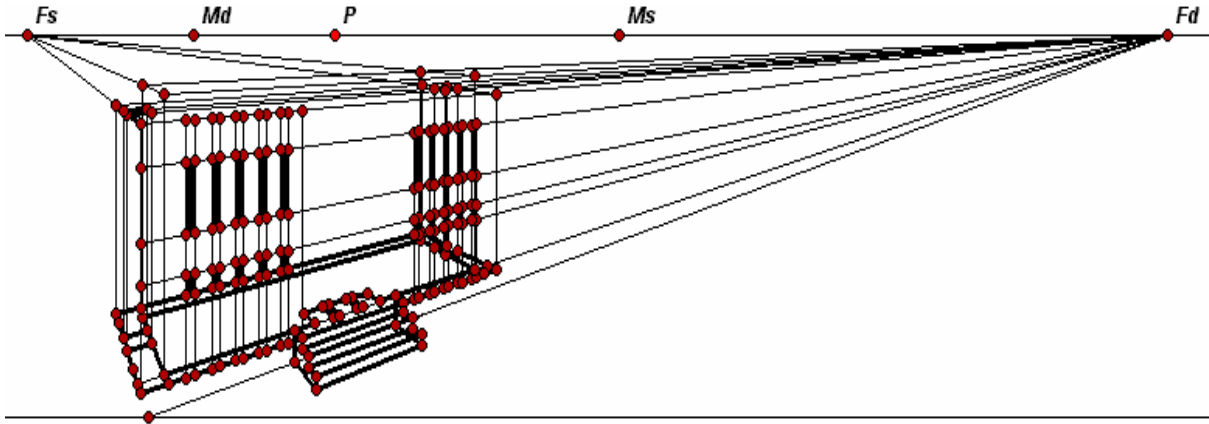
Una volta fissata la prospettiva della pianta scegliamo un'altezza opportuna da associare al nostro edificio e determiniamone il massimo volume occupato unendo gli estremi superiori delle altezze con i rispettivi punti di fuga.



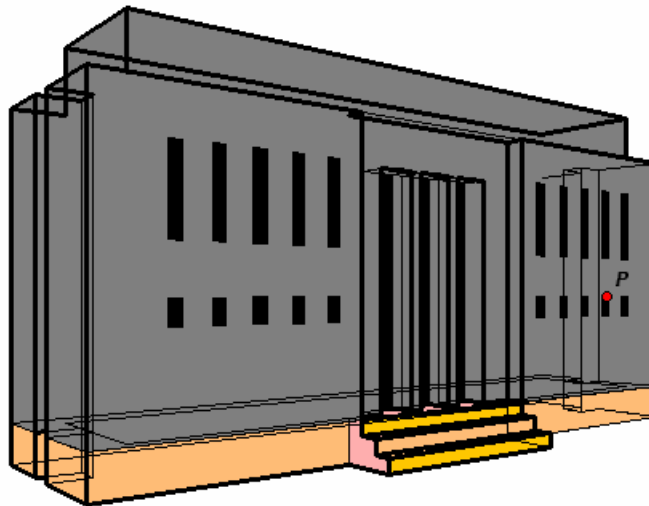
Si osservi che sulla retta disegnata in blu, oltre al punto che caratterizza l'altezza dell'edificio, sono stati segnati anche i punti che delimitano le altezze delle finestre e la distanza fra esse.

- TERZA FASE

Una volta determinate le altezze dell'edificio e riportate su di esse i punti occorrenti per la determinazione delle finestre, arricchire la figura di particolari e quindi completarla risulta molto semplice. Infatti, per ultimare la prospettiva sarà sufficiente condurre da ciascun punto appartenente alla linea delle altezze (linea blu) le due rette per i punti di fuga e quindi tirare le perpendicolari alla LT dai punti in prospettiva sulla pianta. La figura che segue mostra una fase della lavorazione.



Per ultimare la costruzione basterà determinare la prospettiva delle porte di ingresso che si ottengono facilmente una volta fissata la loro altezza. Il procedimento è analogo a quello appena fatto.



Il risultato finale è rappresentato nella seguente figura:

Osserviamo che le proporzioni ottenute non sono del tutto fedeli a quelle reali.

Questo non è dovuto ad un'errata applicazione del metodo bensì è da apportare al fatto che la pianta iniziale dell'edificio è stata dedotta dalla figura stessa e non dalla reale planimetria. Questo ha fatto sì che gli eventuali errori di misurazione commessi inizialmente si manifestassero non solo sulla pianta ma anche a lavoro ultimato.

