Esame di Metodi Numerici per le Equazioni Differenziali Ordinarie
a.a. 2011-2012
(Corso di Laurea in Matematica)
Esercizio

Si risolva numericamente la seguente equazione differenziale

$$y'(t) = \frac{ty(t)}{(t-1)^2},\ t \in [2, T]$$

con la condizione iniziale $y(2) = 1$ per $T = 5$.

La soluzione analitica dell'equazione è

$$y(t) = (t-1)e^{\frac{t-2}{t-1}}.$$

Implementare il metodo di Eulero ed un metodo di Runge-Kutta, entrambi a passo variabile, mediante la tecnica del dimezzamento del passo per la stima dell'errore. Impostare diversi valori dell'errore massimo tollerato. Per ognuno dei casi calcolare il tempo computazionale impiegato τ, il numero di passi temporali e l'errore massimo effettivo E:

$$E := \max_k |\tilde{y}(t_k) - y(t_k)|,$$

dove t_k sono i punti in cui viene calcolata la soluzione approssimata; $y(t_k)$ è la soluzione analitica dell'equazione differenziale valutata nei punti t_k e $\tilde{y}(t_k)$ è la soluzione numerica dell'equazione differenziale negli stessi punti. Confrontare i risultati con il caso in cui la soluzione è ottenuta con una passo fisso scegliendo alcuni valori del passo. Mostrare il grafico delle soluzioni ottenute e dell'errore in funzione di t. Produrre un grafico in scala logaritmica in cui vengono riportate tutte le coppie di punti (τ, E). Commentare i risultati.