

Esame di Matematica Computazionale a.a. 2003-2004
Corso di Laurea in Informatica (Triennale e Quinquennale)
Esercizio N. 2

Calcolare la trasformata discreta wavelet di Haar (filtri $h \equiv (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$, $g \equiv (1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$) del vettore di dati

$$y_i = \cos 6\pi x_i, \quad 0 \leq i < N,$$

dove $x_i = i/N$ e $N = 2^J$, $J = 8, 9, \dots, 20$.

Fare il grafico della trasformata per alcuni valori di N significativi. In base al tempo T_N di esecuzione di tutti i casi, verificare che il costo computazionale dell'algoritmo è dell'ordine di N ; a tale scopo ricavare la migliore retta (nel senso dei minimi quadrati) che approssima le coppie di punti (N, T_N) .

Nota: Se il tempo di esecuzione non è significativo per qualche N (ciò avviene per N piccolo), eseguire in un loop diverse volte la stessa trasformata e stimare il tempo richiesto per una singola trasformata mediando il tempo totale ottenuto.

Considerare poi il caso $N = 2^{14}$. Calcolare la trasformata wavelet ar-standosi al livello L , $L = 13, 12, \dots, 0$ (ricordare che se $N = 2^J$, la trasformata al livello $J - 1$ contiene $N/2$ coefficienti scaling e $N/2$ coefficienti wavelet; al livello $J - 2$, $N/4$ coefficienti scaling e $3N/4$ coefficienti wavelet, e così via, fino al livello $J = 0$ con 1 coefficiente scaling e $N - 1$ coefficienti wavelet). Per ognuno di questi casi porre tutti i coefficienti wavelet pari a 0 e quindi calcolare la trasformata wavelet inversa. Riportare per ogni caso su un grafico i dati di partenza y_i e la trasformata wavelet inversa in funzione dei nodi x_i e discutere i risultati.