Computer Graphics

NotComp
28/4/09

CAGD

esprimere un oggetto come insieme di ~~...~~ minori, lavorare su oggetti svolgendo calcoli semplici, rappresentazione + semplice e vantaggiosa parametrica

- esplicita
- uso la forma vettoriale
- è indip. dal sistema di rif. lavora separatamente le 3 componenti

$P_0 \dots P_n \in R^d$ $d \geq 2$ punti di controllo $t \in [0,1]$

$$B_n(t) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} P_k$$

$$b_{n,k}(t) = \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k}$$

1) $b_{n,k}(t) \geq 0$ 3) smooth, derivabile più volte

2) $\sum b_{n,k}(t) = 1$ 4) $B_n(0) = P_0$, $B_n(1) = P_n$ interpola gli estremi

5) riproduce punti e rette 6) ~~riproduce~~ variation ~~...~~ diminuisce (riduz. oscill.)

7) simmetrica 8) controllo globale! (spostare 1 punto cambia la curva)

9) grado curva è n!, ① e ② garantiscono il convex hull

ALG di De Casteljau

$$b_i^r = (1-t)\, b_i^{r-1} + t\, b_{i+1}^{r-1}$$

$b_0^r = B_r(t)$, $r = 1, \dots, n$ $i = 0, \dots, n-r$

$b_i^0 = P_i$

stabile (piccole variazioni non si amplificano)

ricorsivo

b_0^4

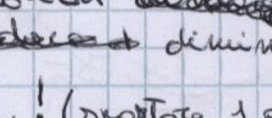
b_0^3 b_1^3

b_0^2 b_1^2 b_2^2

b_0^1 b_1^1 b_2^1 b_3^1

P_0 P_1 P_2 P_3 P_4

Es. $B_3(t)$ $B_3(\frac{1}{2})$



prende sempre la metà del segmento ~~...~~, sempre + piccolo

~~...~~

$B_3(\frac{1}{2}) = *$, punto della curva di Bezier in $\frac{1}{2}$

degree elevation (altro algoritmo)

B_n relativa ad un polinomio di controllo con un numero di vertici $n+2$

$$b_i^{(1)} = \frac{i}{n+1}\, b_{i-1} + \left(1 - \frac{i}{n+1}\right) b_i, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (*)$$

lento!

curva di Bezier di grado $n-1$

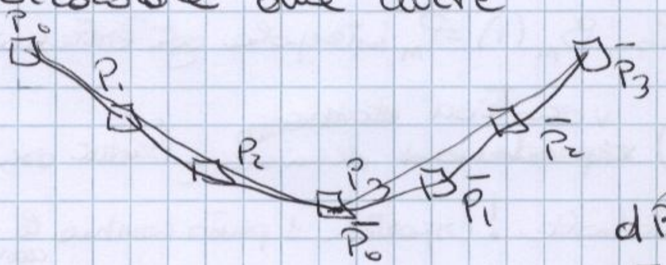
$$DB_n(t) = n \boxed{\sum_{k=0}^{n-1} b_{n-1,k}(t)\, Q_k}, \quad Q_k = P_{k+1} - P_k \quad \text{odografo}$$

derivata — vettore normale

$$DB_n(0) = n(P_1 - P_0), \quad DB_n(1) = n(P_n - P_{n-1})$$

(*) Passo da un poligono di controllo ad un altro con + punti, alla fine converge alla curva ma è lento.

Raccordare due curve



Voglio derivata sin. e dx uguali in direzione in $\bar P_0 = P_3$

$$dB_3(1) = n(P_n - P_{n-1}) = \boxed{3(P_3 - P_2)}$$

$$d\bar B_3(0) = \boxed{3(\bar P_{\cancel{1}} - \bar P_2)}$$