Esercitazione guidata di Abilità Informatiche – Matlab
a.a. 2010-2011
(Corso di Laurea in Matematica)

Si risolva numericamente la seguente equazione differenziale

$$y'(t) + 2y(t) = 2 - \mathrm{e}^{-4t},\ t \in [0, T]$$

con la condizione iniziale $y(0) = 1$ e $T = 5$.

La soluzione analitica dell'equazione è

$$y(t) = 1 + \frac{1}{2}\,\mathrm{e}^{-4t} - \frac{1}{2}\,\mathrm{e}^{-2t}.$$

Per la risoluzione numerica applicare il metodo di Eulero su una griglia di punti t_k equispaziati di passo Δt:

$$y'(t_k) \simeq \frac{y(t_k) - y(t_{k-1})}{\Delta t}.$$

Scegliere più valori del passo temporale Δt (per esempio $\Delta t = 0.5$, 0.1, 0.05, 0.01, 0.005). Produrre

1. grafico della soluzione e della soluzione approssimata dell'equazione differenziale per tutti i valori di Δt;

2. grafico dell'errore in funztion di t per tutti i valori di Δt;

3. grafico dell'errore massimo $E(\Delta t)$ ottenuto per ogni valore di Δt in funzione di Δt in scala logaritmica, dove $E(\Delta t)$ è definito come

$$E(\Delta t) := \max_k |\tilde{y}(t_k) - y(t_k)|,$$

   e dove t_k sono i punti della griglia; $y(t_k)$ è la soluzione dell'equazione differenziale valutata nei punti della griglia e $\tilde{y}(t_k)$ è la soluzione numerica dell'equazione differenziale negli stessi punti ottenuta con il metodo di Eulero

4. Tempo impiegato a risolvere l'equazione differenziale per ogni valore di Δt