

REGOLE DI DERIVAZIONE

Derivata della somma di due o più funzioni. La derivata della somma di due o più funzioni è uguale alla somma delle derivate delle singole funzioni.

$$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$$

Esempio. Calcolare la derivata della funzione $y = x^2 + x + 1$

$$\text{Risulta: } y' = (x^2)' + (x)' + (1)' = 2x + 1 + 0 = 2x + 1$$

Derivata del prodotto di una costante per una funzione. La derivata del prodotto di una costante per una funzione è uguale al prodotto della costante per la derivata della funzione.

$$[k \cdot f(x)]' = k \cdot f'(x)$$

Esempio. Calcolare la derivata della funzione $y = 4x^3$

$$\text{Risulta: } y' = (4x^3)' = 4 \cdot (x^3)' = 4 \cdot (3x^2) = 12x^2$$

Derivata del prodotto di due funzioni. La derivata del prodotto di due funzioni è uguale al prodotto della derivata della prima funzione per la seconda non derivata, più il prodotto della prima funzione per la derivata della seconda funzione.

$$[f \cdot g]' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

Esempio. Calcolare la derivata della funzione $y = x^2 \cdot e^x$

$$\text{Risulta: } y' = (x^2 \cdot e^x)' = (x^2)' \cdot e^x + x^2 \cdot (e^x)' = 2xe^x + x^2 e^x = e^x(2x + x^2)$$

Derivata del quoziente di due funzioni. La derivata del quoziente di due funzioni è uguale ad una frazione avente per numeratore il prodotto della derivata della prima funzione per la seconda non derivata, meno il prodotto della prima funzione per la derivata della seconda funzione, e per denominatore il quadrato della funzione divisore.

$$\left[\frac{f}{g} \right]' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Esempio. Calcolare la derivata della funzione $y = \frac{\sin x}{x^2}$

Risulta:

$$\begin{aligned} y' &= \left(\frac{\sin x}{x^2} \right)' = \frac{(\sin x)' \cdot x^2 - \sin x \cdot (x^2)'}{(x^2)^2} = \frac{\cos x \cdot x^2 - \sin x \cdot 2x}{x^4} = \frac{x^2 \cos x - 2x \sin x}{x^4} = \\ &= \frac{x(x \cos x - 2 \sin x)}{x^4} = \frac{x \cos x - 2 \sin x}{x^3} \end{aligned}$$

Derivata di una funzione composta. La derivata di una funzione composta $f[g(x)]$ è uguale al prodotto della derivata della funzione esterna f per la derivata della funzione interna g .

$$f[g(x)]' = f'[g(x)] \cdot g'(x)$$

Esempio 1. Calcolare la derivata della funzione $y = e^{x^2}$. La funzione esterna è l'esponenziale e^x ; la funzione interna è x^2 .

$$\text{Risulta: } y' = \left(e^{x^2} \right)' = e^{x^2} \cdot (x^2)' = e^{x^2} \cdot (2x) = 2xe^{x^2}$$

Esempio 2. Calcolare la derivata della funzione $y = (\ln x)^2$. La funzione esterna è il quadrato; la funzione interna è $\ln x$.

$$\text{Risulta: } y' = \left((\ln x)^2 \right)' = 2 \ln x \cdot (\ln x)' = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} = \frac{2 \ln x}{x}$$