

FUNZIONI INIETTIVE, SURIETTIVE, BIETTIVE

1. Funzione reale di variabile reale

Una funzione reale di variabile reale è una relazione che associa a ciascun valore della variabile reale x un unico valore della variabile reale y .

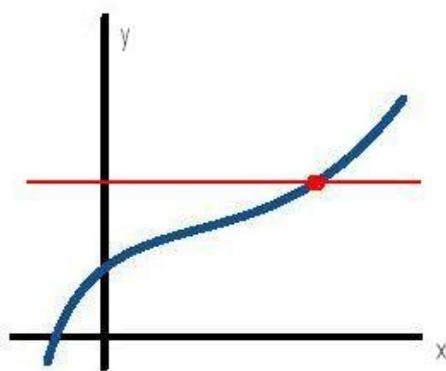
La variabile x è detta *indipendente* nel senso che i suoi valori vengono attribuiti a piacere, mentre la variabile y è detta *dipendente* poiché i suoi valori dipendono da quelli della x .

2. Funzioni iniettive

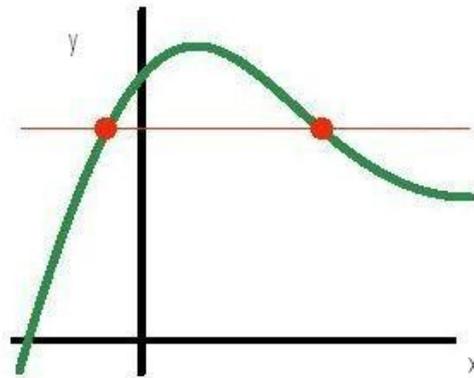
Funzioni iniettive sono quelle per le quali ad x differenti corrispondono y differenti.

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow y_1 \neq y_2$$

Per capire se una funzione è iniettiva dal suo grafico cartesiano, c'è il *test della retta orizzontale*: se una qualunque retta orizzontale incontra il grafico sempre in un solo punto, allora si tratta di una funzione iniettiva; in caso contrario, siamo di fronte ad una funzione non iniettiva.



funzione iniettiva



funzione non iniettiva

Esempi

Sono iniettive le funzioni $y = x - 3$, $y = x^3$

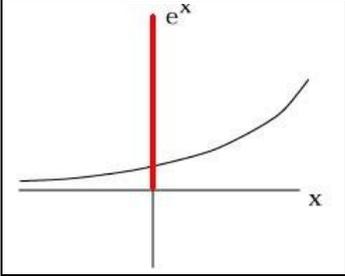
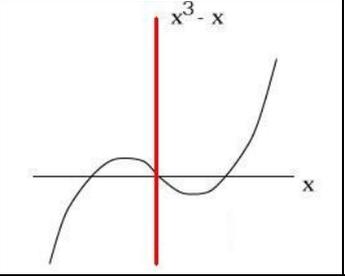
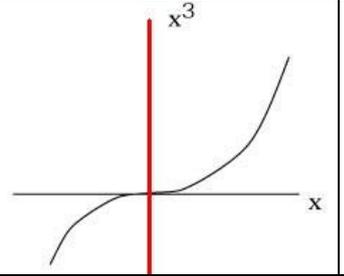
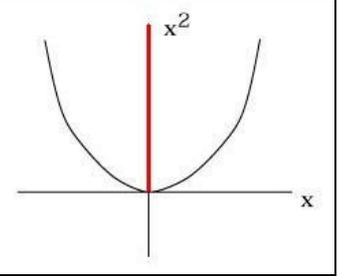
Non sono iniettive le funzioni $y = x^2$

3. Funzioni suriettive

Consideriamo una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$

Diciamo che la f è suriettiva quando la y assume tutti i valori in \mathbf{R} .

Per capire se una funzione è suriettiva dal suo grafico cartesiano, basta proiettare il grafico della funzione sull'asse delle y : se l'"ombra" del grafico copre tutto l'asse y , allora la f è suriettiva; se la proiezione copre parzialmente l'asse delle y , allora la f non sarà suriettiva.

| | | | |
|--|---|--|---|
|  |  |  |  |
| <i>funzione non suriettiva</i> | <i>funzione suriettiva</i> | <i>funzione suriettiva</i> | <i>funzione non suriettiva</i> |

La suriettività non è una proprietà molto stringente, infatti è possibile rendere suriettiva una funzione restringendo l'insieme delle y .

Esempi

La funzione $y = x^2$ non è suriettiva se la intendiamo definita da $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, poiché essa assume solo valori positivi, come si vede dall'ultimo grafico.

Se però intendiamo che la funzione $y = x^2$ sia definita da $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}_0^+$ allora essa è suriettiva perché assume tutti i valori del codominio.

Per \mathbf{R}_0^+ si intende l'insieme delle $y \geq 0$.

4. Funzioni biunivoche o biettive

Una funzione biunivoca o biettiva è contemporaneamente iniettiva e suriettiva.

Per verificare se una funzione è biunivoca, dovendo essere sia iniettiva, sia suriettiva, il suo grafico deve verificare entrambi i test di cui si è parlato prima.

Se una funzione è biunivoca essa è invertibile e la sua inversa si indica con l'espressione:

$$x = f^{-1}(y)$$

che si ottiene risolvendo l'espressione $y = f(x)$ considerando la variabile y come incognita.

Esempio

Si assegna la funzione $y = 2x - 3$.

Per trovare la funzione inversa risolvo rispetto alla x :

$$y = 2x - 3 \quad \text{trasporto la } x \text{ a primo membro e la } y \text{ a secondo}$$

$$-2x = -y - 3 \quad \text{cambio tutti i segni}$$

$$2x = y + 3 \quad \text{divido tutti i termini per 2}$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{y}{2} + \frac{3}{2} \quad \text{semplifico}$$

$$x = \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}$$