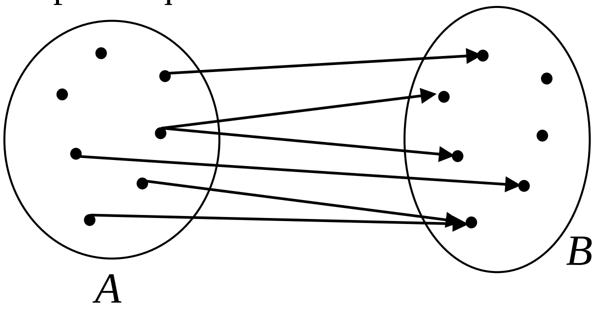
FUNZIONI – DEFINIZIONI INSIEMISTICHE

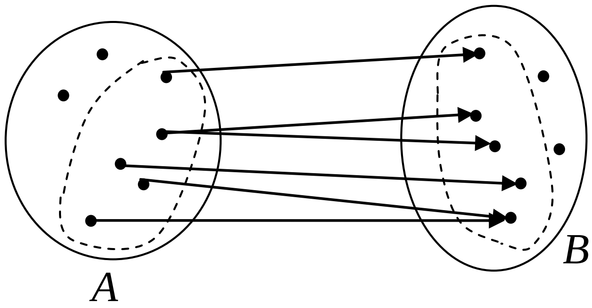
Relazione tra due Insiemi

Dati due insiemi A e B, per relazione tra A e B si intende una corrispondenza tale che a qualche elemento di A corrisponde qualche elemento di B secondo un dato criterio.



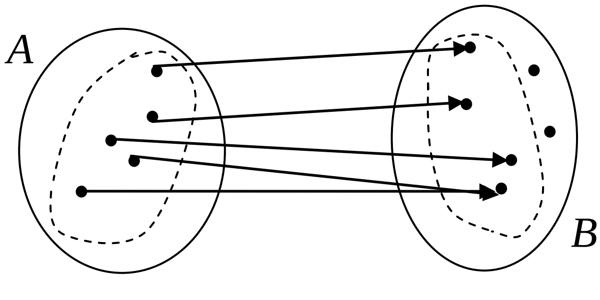
Dominio e Codominio di una relazione

Per ***dominio*** di una relazione tra due insiemi A e B si intende il sottoinsieme di A costituito dagli elementi di A che sono in relazione con qualche elemento di B. Per ***codominio*** si intende invece il sottoinsieme di B costituito dagli elementi di B che sono in relazione con qualche elemento di A.



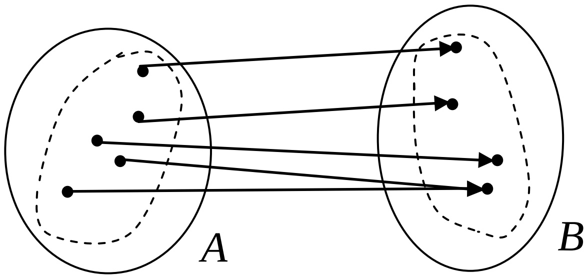
Funzione tra due insiemi

Una funzione tra due insiemi A e B è una particolare relazione tra i due insiemi, tale che <u>ad ogni elemento di A corrisponde un unico elemento di B</u>. Non esistono quindi elementi di A che non abbiano qualche corrispondente in B; pertanto il dominio di una funzione coincide con tutto l'insieme A.



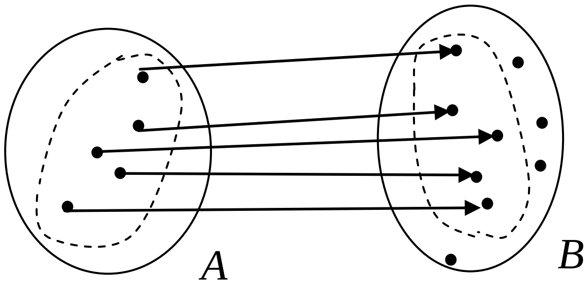
Funzione suriettiva

Una funzione si dice ***suriettiva*** quando ogni elemento di B è immagine di qualche elemento di A, cioè quando non ci sono elementi di B esclusi dalla relazione. In una funzione suriettiva il codominio coincide con tutto l'insieme B.



Funzione iniettiva

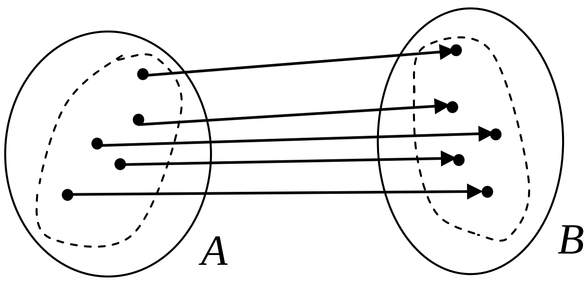
Una funzione si dice ***iniettiva*** quando ad elementi diversi dell'insieme A corrispondono elementi diversi dell'insieme B.



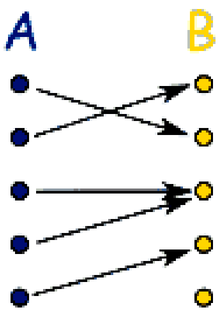
Osserviamo che iniettività e suriettività sono proprietà indipendenti tra loro, nel senso che possiamo avere funzioni né iniettive né suriettive, iniettive ma non suriettive, suriettive ma non iniettive, oppure contemporaneamente iniettive e suriettive: queste ultime in particolare verranno dette anche *biettive*

Funzione biunivoca o biettiva

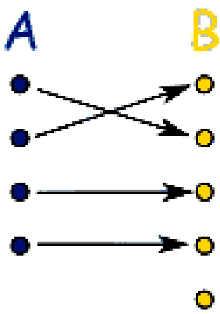
Una funzione è *biunivoca* o *biettiva* quando essa è contemporaneamente suriettiva e iniettiva; in tal caso ogni elemento di B è il corrispondente di un unico elemento di A.
<u>Una funzione biunivoca è una corrispondenza uno ad uno</u>.



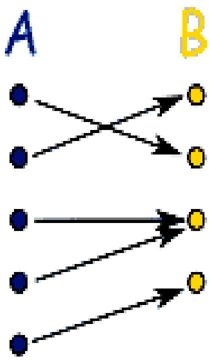
Riepilogo



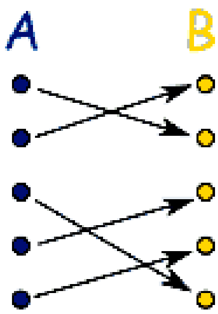
funzione
non iniettiva né suriettiva



funzione
iniettiva non suriettiva



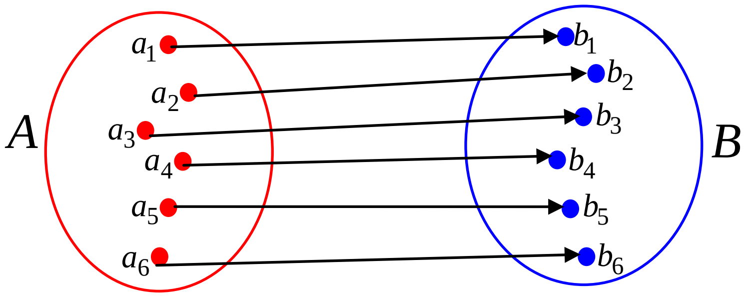
funzione
suriettiva non iniettiva



funzione biunivoca
(suriettiva ed iniettiva)

Funzione inversa

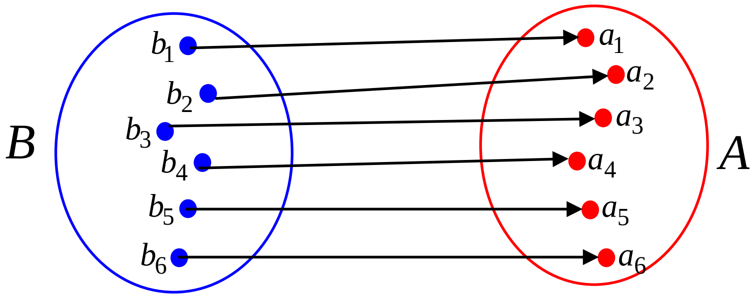
Consideriamo una funzione biunivoca:



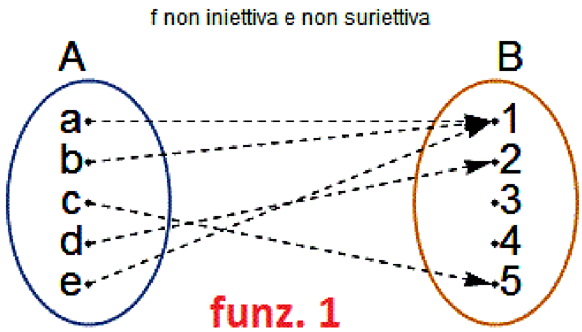
È chiaro da quanto detto precedentemente che ad ogni elemento di A corrisponde un solo elemento di B e contemporaneamente, ogni elemento di B è corrispondente di un solo elemento di A.

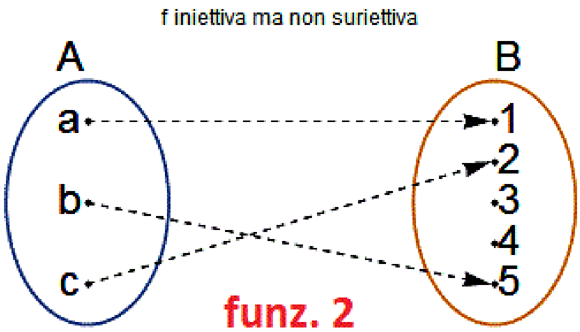
Data una qualsiasi relazione tra due insiemi A e B, si può definire la *relazione inversa* come quelle relazione che associa a elementi dell'insieme B elementi dell'insieme A.

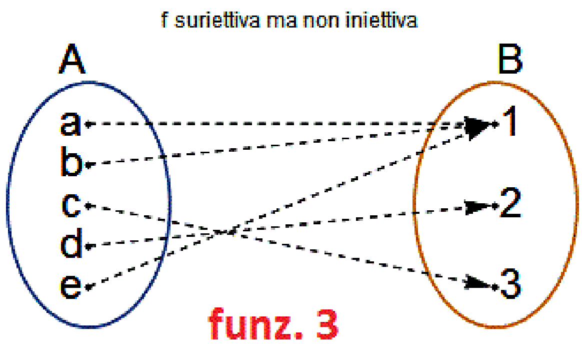
Ora la relazione inversa di una funzione biunivoca è anch'essa una funzione, perché tutti gli elementi di B sono coinvolti (grazie alla suriettività) e ad ogni elemento di B corrisponde un unico elemento di A (grazie all'iniettività)

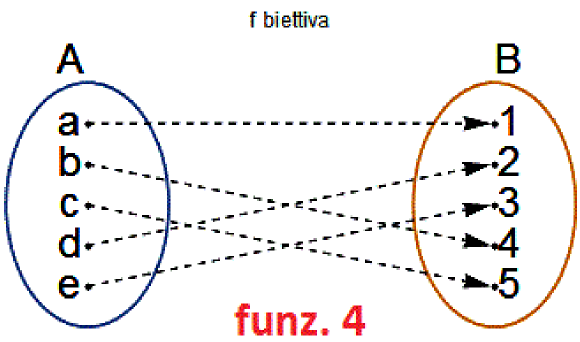


La funzione da B ad A è chiamata ***funzione inversa***. Se una funzione è solo iniettiva o è solo suriettiva, la relazione inversa non è una funzione, quindi non è invertibile.

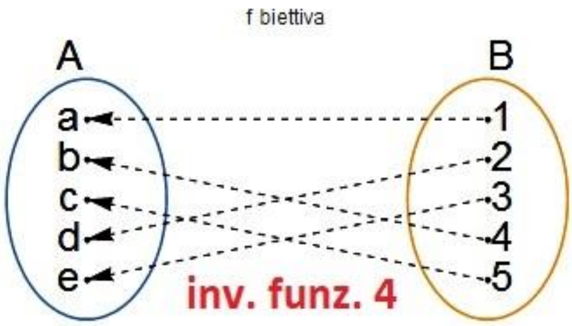








Osserviamo cosa succede ribaltando tutte le frecce in modo che si dirigano da B ad A.

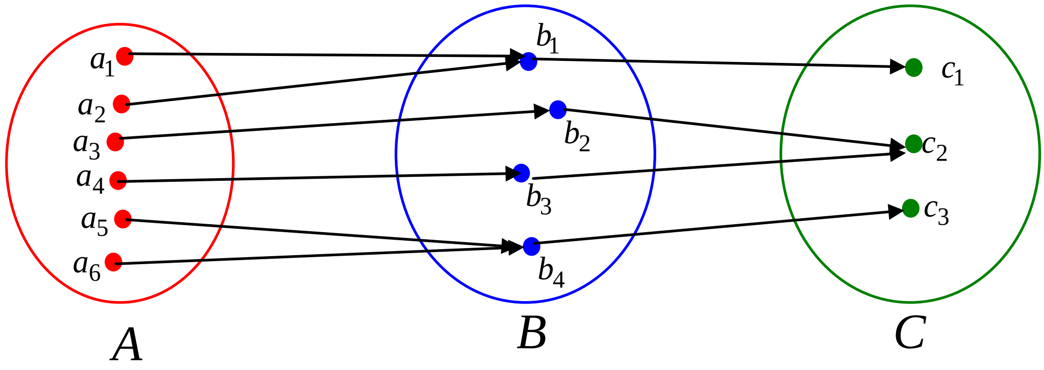


- l'inversa della funzione 1 non è una funzione in quanto da 3 e da 4 non partono elementi verso A e ad 1 corrispondono 3 elementi in A;
- l'inversa della funzione 2 non è una funzione in quanto da 3 e da 4 non partono elementi verso A;
- l'inversa della funzione 3 non è una funzione in quanto ad 1 corrispondono 3 elementi in A;
- l'inversa della funzione 4 è una funzione in quanto ad ogni elemento di B corrisponde un unico elemento di A.

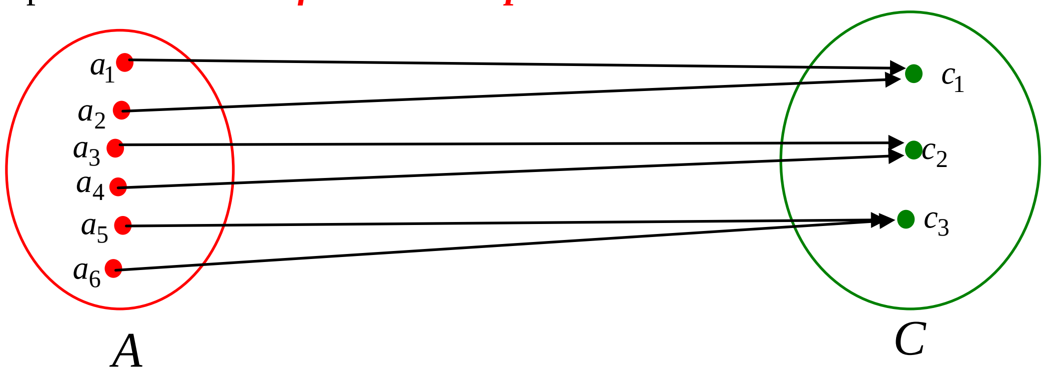
In conclusione possiamo dire che **una funzione biunivoca è sempre invertibile.**

Funzione Composta

Consideriamo una funzione che associa elementi dell'insieme B ad elementi dell'insieme A, come indicato nella figura; successivamente, consideriamo di seguito una funzione che associa ad elementi dell'insieme B elementi dell'insieme C:



La relazione che associa direttamente agli elementi di A elementi di C è anch'essa una funzione e prende il nome di ***funzione composta***:



Come si calcola il codominio

È fondamentale comprendere che il codominio *non si calcola*, né *si determina*, è già dato nell'intestazione della funzione e, parlando *papale papale*, tutti gli esercizi del tipo "determinare il codominio di una funzione, calcolare il codominio di una funzione" sono fuorvianti.

Quello che si può determinare è in realtà l'**immagine di una funzione**. Esiste una sostanziale differenza tra i due e in generale possiamo dire che **l'immagine di una funzione è contenuta nel codominio**. Se i due insiemi coincidono allora la funzione è suriettiva. Per approfondire vi rimandiamo alla lettura della lezione dedicata all'immagine.

Nota importante: ci sono alcuni insegnanti che volutamente non fanno distinzioni tra codominio e immagine (a torto!). Se ciò fosse vero allora tutte le funzioni sarebbero suriettive e non è così. Sarà vostra premura chiedere direttamente al prof cosa intende per codominio!

La lezione finisce qui, se i vostri dubbi persistono potrete aprire una discussione nel forum, anzi, prima utilizzate la barra di ricerca, abbiamo più volte parlato di questo argomento :)

A presto
Salvatore Zungri