

Esercizio. Risolvere le seguenti equazioni frazionarie effettuando la discussione preliminare sulle condizioni di esistenza.

1) $\frac{4}{x} = \frac{2}{x-4}$	2) $\frac{6}{x+1} = \frac{4}{x-5}$
3) $\frac{2}{3x} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{6x}$	4) $\frac{2}{x} - \frac{8}{x^2+6x+9} = \frac{2}{x+3}$
5) $\frac{x}{x+4} - \frac{x^2}{x^2-16} = \frac{1}{x-4}$	6) $\frac{5}{4x-3} - \frac{6x}{16x^2-9} = \frac{2x-1}{8x^2+6x} + \frac{5x+6}{8x^2-6x}$

Correzione completa.

Esercizio 1

$$\frac{4}{x} = \frac{2}{x-4}$$

si tratta di un'equazione frazionaria, porto tutto a I membro

$$\frac{4}{x} - \frac{2}{x-4} = 0$$

ricavo il m.c.m. = $x \cdot (x-4)$ e eseguo la discussione sul C. E.

$$x \cdot (x-4) \neq 0 \begin{cases} x \neq 0; \\ x-4 \neq 0; \quad x \neq 4. \end{cases}$$

$$\frac{4 \cdot (x-4) - 2x}{x \cdot (x-4)} = 0$$

moltiplico la parentesi al numeratore

$$\frac{4x - 16 - 2x}{x \cdot (x-4)} = 0$$

riduco i termini simili al numeratore

$$\frac{2x - 16}{x \cdot (x-4)} = 0$$

ho una sola frazione algebrica: **EQUAZIONE IN FORMA NORMALE**

elimino il denominatore

$$2x - 16 = 0$$

trasporto

$$2x = 16$$

divido per 2

$$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}; \quad x = 8 \text{ la soluzione è accettabile poiché diversa da 0 e da 4.}$$

Esercizio 2

$$\frac{6}{x+1} = \frac{4}{x-5}$$

porto tutto a I membro

$$\frac{6}{x+1} - \frac{4}{x-5} = 0$$

ricavo il m.c.m. = $(x+1) \cdot (x-5)$ e eseguo la discussione sul C. E.

$$(x+1) \cdot (x-5) \neq 0 \begin{cases} x+1 \neq 0; & x \neq -1 \\ x-5 \neq 0; & x \neq 5. \end{cases}$$

$$\frac{6 \cdot (x-5) - 4 \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot (x-5)} = 0$$

moltiplico le parentesi al numeratore

$$\frac{6x - 30 - 4x - 4}{(x+1) \cdot (x-5)} = 0$$

riduco i termini simili al numeratore

$$\frac{2x - 34}{(x+1) \cdot (x-5)} = 0$$

ho una sola frazione algebrica: EQUAZIONE IN FORMA NORMALE

elimino il denominatore

$$2x - 34 = 0$$

trasporto

$$2x = 34$$

divido per 2

$$\frac{2x}{2} = \frac{34}{2}; \quad x = 17.$$

la soluzione è accettabile poiché diversa da -1 e da 5.

Esercizio 3

$$\frac{2}{3x} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{6x} \quad \text{porto tutto a I membro}$$

$$\frac{2}{3x} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{6x} = 0$$

ricavo il m.c.m. = $6x \cdot (x-2)$ e eseguo la discussione sul C. E.

$$6x \cdot (x-2) \neq 0 \begin{cases} x \neq 0; \\ x-2 \neq 0; \quad x \neq 2. \end{cases}$$

$$\frac{4 \cdot (x-2) + 6x - (x-2)}{6x \cdot (x-2)} = 0 \quad \text{moltiplico le parentesi al numeratore}$$

$$\frac{4x - 8 + 6x - x + 2}{6x \cdot (x-2)} = 0 \quad \text{riduco i termini simili al numeratore}$$

$$\frac{9x - 6}{6x \cdot (x-2)} = 0 \quad \text{ho una sola frazione algebrica: EQUAZIONE IN FORMA NORMALE}$$

elimino il denominatore

$$9x - 6 = 0 \quad \text{addiziono}$$

$$9x = 6 \quad \text{divido per 9}$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{6}{9}; \quad x = \frac{2}{3}. \quad \text{la soluzione è accettabile poiché diversa da 0 e da 2.}$$

Esercizio 4

$$\frac{2}{x} - \frac{8}{x^2 + 6x + 9} = \frac{2}{x+3} \quad \text{porto tutto a I membro}$$

$$\frac{2}{x} - \frac{8}{x^2 + 6x + 9} - \frac{2}{x+3} = 0 \quad \text{scompongo il secondo denominatore in fattori}$$

$$\frac{2}{x} - \frac{8}{(x+3)^2} - \frac{2}{x+3} = 0$$

ricavo il m.c.m. = $x \cdot (x-3)^2$ e eseguo la discussione sul C. E.

$$x \cdot (x-3)^2 \neq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x \neq 0; \\ x-3 \neq 0; \quad x \neq 3. \end{array} \right.$$

$$\frac{2 \cdot (x+3)^2 - 8x - 2x \cdot (x+3)}{x \cdot (x+3)^2} = 0 \quad \text{elevo la potenza}$$

$$\frac{2 \cdot (x^2 + 6x + 9) - 8x - 2x \cdot (x+3)}{x \cdot (x+3)^2} = 0 \quad \text{multiplico}$$

$$\frac{2x^2 + 12x + 18 - 8x - 2x^2 - 6x}{x \cdot (x+3)^2} = 0 \quad \text{riduco i termini simili al numeratore}$$

$$\frac{-2x + 18}{x \cdot (x+3)^2} = 0 \quad \text{ho una sola frazione algebrica: EQUAZIONE IN FORMA NORMALE}$$

elimino il denominatore

$$-2x + 18 = 0$$

trasporto

$$-2x = -18$$

cambio i segni

$$2x = 18$$

divido per 2

$$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}; \quad x = 9.$$

la soluzione è accettabile poiché diversa da 0 e da 3.

Esercizio 5

$$\frac{x}{x+4} - \frac{x^2}{x^2-16} = \frac{1}{x-4}$$

porto tutto a I membro

$$\frac{x}{x+4} - \frac{x^2}{x^2-16} - \frac{1}{x-4} = 0$$

scompongo il secondo denominatore in fattori

$$\frac{x}{x+4} - \frac{x^2}{(x-4) \cdot (x+4)} - \frac{1}{x-4} = 0$$

ricavo il m.c.m. = $(x-4) \cdot (x+4)$ e eseguo la discussione sul C. E.

$$(x-4) \cdot (x+4) \neq 0 \begin{cases} x-4 \neq 0; & x \neq 4. \\ x+4 \neq 0; & x \neq -4. \end{cases}$$

$$\frac{x \cdot (x-4) - x^2 - (x+4)}{(x-4) \cdot (x+4)} = 0$$

moltiplico

$$\frac{x^2 - 4x - x^2 - x - 4}{(x-4) \cdot (x+4)} = 0$$

riduco i termini simili

$$\frac{-5x - 4}{(x-4) \cdot (x+4)} = 0$$

*ho una sola frazione algebrica: EQUAZIONE IN FORMA NORMALE**elimino il denominatore*

$$-5x - 4 = 0$$

trasporti

$$-5x = 4$$

cambio i segni

$$5x = -4$$

divido per 5

$$\frac{5x}{5} = -\frac{4}{5}; \quad x = -\frac{4}{5}$$

la soluzione è accettabile poiché diversa da -4 e da 4.

Esercizio 6

$$\frac{5}{4x-3} - \frac{6x}{16x^2-9} = \frac{2x-1}{8x^2+6x} + \frac{5x+6}{8x^2-6x} \quad \text{trasporto a I membro}$$

$$\frac{5}{4x-3} - \frac{6x}{16x^2-9} - \frac{2x-1}{8x^2+6x} - \frac{5x+6}{8x^2-6x} = 0 \quad \text{scompongo i denominatori in fattori}$$

$$\frac{5}{4x-3} - \frac{6x}{(4x-3)(4x+3)} - \frac{2x-1}{2x(4x+3)} - \frac{5x+6}{2x(4x-3)} = 0$$

ricavo il m.c.m. = $2x(4x-3) \cdot (4x+3)$ e eseguo la discussione sul C. E.

$$2x(4x-3) \cdot (4x+3) \neq 0 \begin{cases} x \neq 0 \\ 4x-3 \neq 0; \quad 4x \neq 3; \quad x \neq \frac{3}{4} \\ 4x+3 \neq 0; \quad 4x \neq -3; \quad x \neq -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\frac{10x(4x+3) - 12x^2 - (4x-3)(2x-1) - (5x+6)(4x+3)}{2x(4x-3)(4x+3)} = 0 \quad \text{multiplico al numeratore}$$

$$\frac{40x^2 + 30x - 12x^2 - (8x^2 - 4x - 6x + 3) - (20x^2 + 15x + 24x + 18)}{2x(4x-3)(4x+3)} = 0 \quad \text{tolgo le parentesi}$$

$$\frac{40x^2 + 30x - 12x^2 - 8x^2 + 4x + 6x - 3 - 20x^2 - 15x - 24x - 18}{2x(4x-3)(4x+3)} = 0 \quad \text{riduco al numeratore}$$

$$\frac{x-21}{2x(4x-3)(4x+3)} = 0 \quad \text{ho una sola frazione algebrica: EQUAZIONE IN FORMA NORMALE}$$

elimino il denominatore

$$x-21=0$$

$$x=21$$

la soluzione è accettabile

poiché diversa da 0, 3/4 e -3/4.