

Le forze

Il concetto ordinario di forza è legato allo sforzo muscolare. Quando spingiamo, tiriamo o solleviamo un oggetto, esercitiamo una forza con i nostri muscoli. Ma ci sono forze che non dipendono dai muscoli. La Terra esercita un'attrazione diretta verso il suo centro verso su tutti i corpi posti nelle sue vicinanze; una calamita attira a sé pezzi di ferro, esercitando su questi una forza; una molla spinta e compressa verso il basso da un oggetto esercita su questo una forza diretta verso l'alto.

Quando ci troviamo di fronte ad una forza, dobbiamo sempre distinguere tra quale corpo esercita la forza e quale corpo la subisce: la Terra esercita la forza di gravità, noi la subiamo; la calamita esercita la forza magnetica e il pezzetto di ferro la subisce; il vento esercita la forza e la vela della barca la subisce.

Le forze possono essere classificate in **forze di contatto** e **forze a distanza**. Le forze di contatto sono quelle che per agire necessitano di un contatto fisico diretto tra il corpo che esercita la forza e quello che la subisce: il vento agisce sulla vela venendo a contatto con essa; in un sistema cavallo-carrozza la forza muscolare del cavallo agisce solo se il cavallo è attaccato alla carrozza. Le forze a distanza agiscono invece anche se non c'è un contatto fisico diretto tra il corpo che esercita la forza e quello che la subisce: la Terra attira a sé la Luna anche se non è a contatto con essa (per fortuna); la calamita attira i pezzetti di ferro anche se non li tocca direttamente.

Effetti delle forze.

A livello pratico le forze applicate ad un dato corpo possono avere due diversi tipi di effetti:

- a) effetti dinamici: può indurre variazioni nella velocità, se il corpo è libero di muoversi;
- b) effetti statici: può indurre deformazioni elastiche (transitorie) o anelastiche (permanenti), se il corpo è vincolato ad altri corpi e non si può muovere.

Effetti dinamici. Le forze hanno effetti sul moto dei corpi: esse possono far cambiare la velocità di un corpo. Se lasciamo un oggetto fermo a mezz'aria, la forza di gravità della Terra lo fa cadere verso il basso, imprimendogli una velocità, che è crescente con il passare del tempo. Se siamo in bici ad una certa velocità e applichiamo una forza alle ruote (pedalando di più), aumentiamo la velocità. Se il portiere para il goal, provocherà l'arresto del pallone, portandolo in pochissimo tempo da una forte velocità allo stato di quiete.

Le forze sono quindi le cause del moto dei corpi, possono quindi mettere in moto un corpo che si trovava precedentemente in stato di quiete, modificare il movimento di un corpo già precedentemente in moto, o riportare il corpo in stato di quiete.

Bisogna però tenere presente che un corpo in stato di quiete è comunque sempre soggetto all'azione delle forze. Quindi quando un corpo è fermo significa che tutte le forze che agiscono su di esso si controbilanciano, e non già che sul corpo non agiscono forze.

Effetti statici. Se le forze agiscono su corpi macroscopici (non approssimabili a punti materiali) che non possono muoversi, esse non potranno farne cambiare la velocità, ma avranno altri effetti: se un sasso cade su un'autovettura ferma da una buona altezza, potrà deformare la carrozzeria o anche rompere i vetri. Se diamo un pugno nel muro, di sicuro ci procuriamo del male.

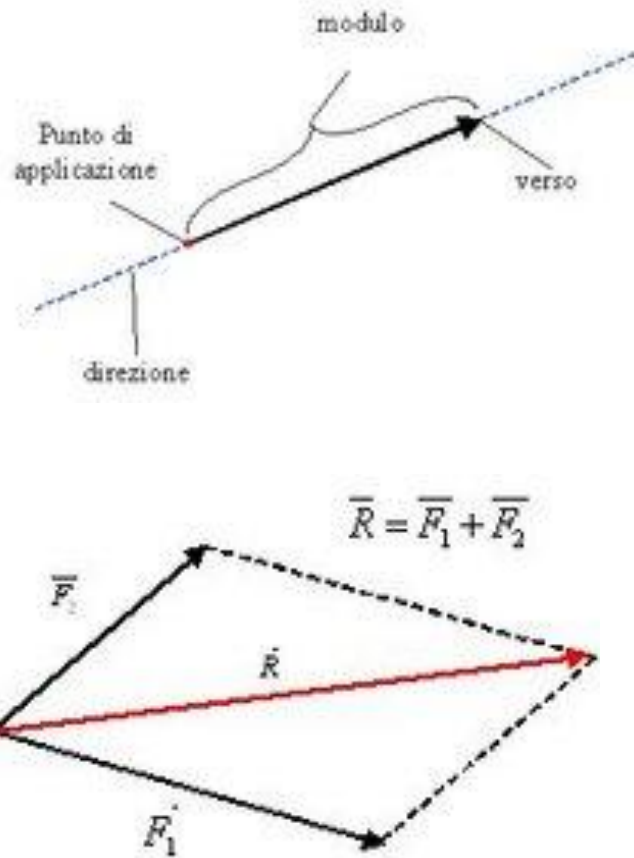
Unità di misura

Nel Sistema Internazionale, l'unità di misura della forza è il **newton** (simbolo N) e risulta:
 $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$.

Carattere vettoriale della forza

La forza è una grandezza vettoriale, ovvero è descritta da un punto di vista matematico da un vettore (vedi immagine a fianco). Ciò significa che la misura di una forza, ovvero la sua intensità misurata in newton, rappresenta solo il **modulo** della forza, che per essere definita necessita anche della specificazione di un **punto di applicazione** (il punto del corpo dove la forza agisce), di una **direzione** (nord-sud, est-ovest, alto-basso) e di un **verso** (tirare o spingere).

Il carattere vettoriale della forza si manifesta anche nel modo in cui è possibile sommare le forze. Come è possibile verificare sperimentalmente, due forze \vec{F}_1 e \vec{F}_2 con lo stesso punto di applicazione, ma direzioni diverse si sommano con la regola del parallelogramma (vedi figura a fianco). Ciò significa che se ad un corpo vengono contemporaneamente applicate le forze \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , esso si muoverà lungo la direzione della diagonale del parallelogramma, come se ad esso fosse applicata solo la forza \vec{R} , detta, appunto somma o **risultante**.



Dinamometro

Il dinamometro è lo strumento utilizzato per la misura dell'intensità delle forze. Nella sua forma più semplice, è costituito da una molla che si distende in maniera proporzionale alla forza applicata e visualizza l'intensità della forza su una scala graduata in Newton.

Forze fondamentali della natura

In natura sono state individuate quattro **forze fondamentali**, o **interazioni fondamentali**, che sono alla base degli scambi di energia tra le particelle e che sono responsabili della struttura dell'Universo. Queste sono:

- l'**interazione elettromagnetica** (forza elettromagnetica), descritto dall'elettrodinamica quantistica;
- l'**interazione forte** (forza nucleare forte), descritta dalla cromodinamica quantistica;
- l'**interazione debole** (forza nucleare debole), descritta dalla teoria elettrodebole;
- l'**interazione gravitazionale** (forza di gravità), descritta dalla teoria della relatività generale.



Dal 1998, i dati sulle supernovae tipo Ia indicano che l'Universo sta espandendosi sempre più velocemente. Ciò viene imputato ad una quinta forza fondamentale, che agisce come costante cosmologica.

Unificazione delle forze

In passato le forze fondamentali erano in realtà sei:

l'interazione elettrica - l'interazione magnetica - l'interazione forte - l'interazione debole - l'interazione inerziale - l'interazione gravitazionale.

Nel 1875 Maxwell unificò l'interazione elettrica e quella magnetica, mentre nel 1900 sono state unite quella gravitazionale e inerziale.

Allo stato attuale delle ricerche i tentativi unificare queste quattro interazioni in una sola teoria non hanno ancora dato risultati soddisfacenti. Una delle difficoltà maggiori è stata quella di integrare l'interazione gravitazionale con le altre anche perché la particella mediatrice, il gravitone, è stata finora ipotizzata ma non rilevata da nessun esperimento.

La teoria di unificazione che attualmente è in fase di studio è detta *Modello Standard* e descrive le interazioni tra le particelle fondamentali come uno scambio di una o più particelle mediatrici di forza che sono chiamate *bosoni* intermedi o *quanti* del campo di interazione. Queste particelle, trasportatrici dell'energia dell'interazione, vengono emesse e riassorbite dalle particelle interagenti.

Le quattro particelle mediatrici sono:

- interazione elettromagnetica - *fotone*
- interazione forte - *gluone*
- interazione debole - *bosoni W e Z*
- interazione gravitazionale - *gravitone*

Comunque fra gli anni 60 e 70 il Modello Standard delle interazioni fra particelle subatomiche ha consentito di ipotizzare che le interazioni forti e le interazioni deboli fossero dello stesso tipo dell'interazione elettromagnetica, cosa provata sperimentalmente per l'interazione debole. Si parla ora di *interazione elettrodebole*.

La nuova generazione di macchine acceleratrici dovrebbe consentire di validare il Modello Standard anche per le interazioni forti.

Descrizione dell'interazione

Per descrivere un'interazione è importante definire due quantità: il **raggio d'azione** e l'**intensità**.

Il raggio d'azione di un'interazione è la distanza massima alla quale essa è influente. Ad esempio l'interazione gravitazionale ha un raggio d'azione infinito; per questo motivo il Sole esercita la sua forza anche su planeti lontanissimi come Plutone. Anche l'interazione elettromagnetica ha raggio d'azione infinito mentre interazione forte ed interazione debole hanno raggi d'azione estremamente ridotti. L'intensità fornisce una misura dei rapporti di forza tra le interazioni di diversa natura.

I principi della Dinamica

Le forze modificano il movimento dei corpi. Ad esempio, una pallina da tennis rallenta fino a fermarsi, a causa della forza che subisce mentre è a contatto con la racchetta; una mela, che si stacca da un albero, aumenta via via la sua velocità a causa della forza di gravità che continua ad agire durante la caduta.

La dinamica è la parte della fisica che studia come si muovono i corpi per effetto delle forze che agiscono su di essi.

Sulla Luna agiscono essenzialmente le forze gravitazionali della Terra e del Sole. La dinamica è in grado di prevedere in ogni istante la traiettoria del nostro satellite e, con grande precisione, la data e l'ora delle eclissi solari, che avvengono quando Sole, Luna e Terra sono perfettamente allineati.

La dinamica è fondata su tre principi, che sono il risultato di numerose osservazioni sperimentali:

- il primo principio, o *principio di inerzia*;
- il secondo principio, o *legge fondamentale della dinamica*;
- il terzo principio, o *principio di azione e reazione*.

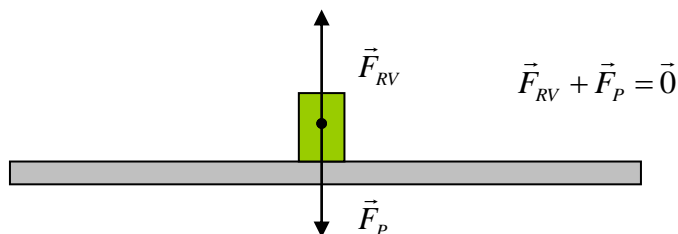
La meccanica, basata tutta su questi tre principi, consente non solo di prevedere i movimenti della Terra e degli altri corpi celesti, ma anche di progettare diversi dispositivi, come le biciclette, gli aerei, i razzi, ecc.

Tali principi non sono però applicabili a corpi microscopici (come gli atomi) e a oggetti che si muovono a velocità molto elevate, prossime a quella della luce. Per esempio essi non permettono di prevedere il movimento degli elettroni intorno al nucleo dell'atomo.

Il 1° Principio della dinamica

Il 1° principio della dinamica afferma che se la somma delle forze agenti su un corpo è zero, esso rimane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme. L'ipotesi di questo principio è che sul corpo agisce complessivamente una forza nulla; tale fatto può verificarsi sia se sul corpo non agisce proprio nessuna forza, sia se agiscono più forze, ma disposte in modo tale che la loro somma è zero. In tale ipotesi, se il corpo è inizialmente fermo, resterà fermo indefinitamente; se è in moto rettilineo uniforme, esso permarrà in tale condizione.

Se poniamo un oggetto su un tavolo orizzontale, esso resta fermo, verificando il 1° principio; sul corpo agiscono due forze, quella di gravità, esercitata dalla Terra e diretta verso il basso e la forza di reazione vincolare, esercitata dal tavolo e diretta verso l'alto. Tali forze sono uguali ed opposte, per cui la loro somma è zero.



Le sonde spaziali Pioneer e Voyager, lanciate dalla Nasa nei decenni scorsi all'esplorazione dei pianeti, sono uscite definitivamente dal Sistema Solare e, in assenza di forze esterne, continuano a muoversi a velocità costante, in una corsa verso l'infinito.

Il 1° principio della dinamica fu enunciato per primo da Galileo Galilei nel XVII secolo e fu successivamente formulato da Isaac Newton 50 anni dopo nella forma che conosciamo attualmente. Prima di Galileo si riteneva che tutti i corpi avessero una proprietà naturale a rallentare, poiché si osservava che un qualunque corpo, lanciato con una certa velocità iniziale, tende prima o poi a fer-

marsi. L'errore che si commetteva prima di Galileo era di attribuire il rallentamento dei corpi ad una qualche proprietà naturale dei corpi stessi e non alla forza di attrito.

Inerzia e sistemi inerziali

L'*inerzia* è la tendenza di un corpo a mantenere invariato il suo stato di moto. L'inerzia è una proprietà intrinseca di tutti i corpi ed è tanto maggiore quanto più grande è la massa del corpo. **Il 1° principio della dinamica viene chiamato anche principio di inerzia** poiché esso afferma che, in assenza di forze, un corpo tende a mantenere invariato il suo stato di moto; il 1° principio manifesta appunto l'esistenza dell'inerzia dei corpi materiali.

Un sistema di riferimento si dice inerziale quando in esso vale il 1° principio della dinamica. Esistono innumerevoli sistemi inerziali. Se un sistema è inerziale ed un altro si muove di moto rettilineo uniforme rispetto al primo, allora anche il secondo è inerziale. Non tutti i sistemi di riferimento sono inerziali. Una piattaforma rotante, ad esempio, non è un sistema inerziale, poiché su di essa non vale il principio di inerzia: se poggiassimo un oggetto su tale piattaforma, esso non resterebbe fermo, ma verrebbe spinto con forza verso l'esterno. Anche la Terra ruota intorno a sé stessa (oltre a ruotare intorno al Sole), e in linea di principio non sarebbe un sistema inerziale, ma le sue grandi dimensioni fanno sì che essa si possa ritenere con buona approssimazione un sistema di riferimento inerziale. Un treno in moto rettilineo, e velocità costante, è un sistema inerziale. Ma lo stesso treno, in accelerazione o in decelerazione, smette di essere inerziale: infatti se si verifica una frenata improvvisa, gli oggetti non bloccati, da fermi si muovono in avanti.

Il 2° Principio della dinamica

Il 2° principio della dinamica afferma che la somma delle forze applicate a un corpo è uguale al prodotto della massa del corpo per l'accelerazione che esso acquista. In formula:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

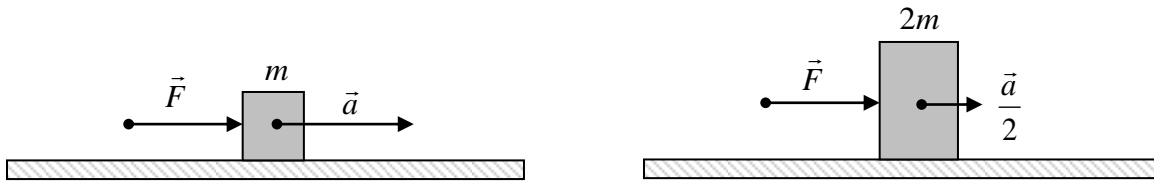
Da tale formula emerge che la causa del moto sono le forze. Infatti se su un corpo c'è una forza, si determina su questo un'accelerazione, che ne varia la situazione iniziale.

Il 2° principio identifica la relazione matematica esistente tra massa, forza e accelerazione. In particolare:

- a) se si mantiene costante la massa, l'accelerazione e la forza sono direttamente proporzionali; l'accelerazione acquistata da un corpo aumenta all'aumentare della forza che la determina e diminuisce al diminuire della forza. Ad esempio, dando un colpo ad un oggetto su un tavolo, lo si farà muovere facendogli percorrere un certo tragitto; se il colpo diviene più intenso, il corpo subirà un'accelerazione maggiore, percorrendo uno spazio superiore a quello precedente.



- b) se si mantiene costante la forza, l'accelerazione e la massa sono inversamente proporzionali; l'accelerazione acquistata da un corpo diminuisce all'aumentare della massa di questo e aumenta se il corpo è più leggero. Ad esempio, una stessa persona, applicando una certa forza ad un mobiletto, riesce a spostarlo; applicando la stessa forza ad un pesante armadio, non riesce a smuoverlo.



Il 2° principio della dinamica è una relazione vettoriale poiché nella sua formulazione compaiono la forza e l'accelerazione, che sono due grandezze fisiche vettoriali. L'accelerazione acquistata da un corpo è così un vettore avente la stessa direzione e lo stesso verso del vettore forza che l'ha determinata. Se un corpo subisce una forza diretta lungo la direzione Nord→Sud, esso riceverà sicuramente un'accelerazione lungo la stessa direzione.

Il 2° principio della dinamica è più generale del 1° poiché lo contiene come caso particolare. Vediamo dunque come è possibile dedurre il 1° principio dal 2°. Se nella relazione del 2° principio la forza è nulla, si ha conseguentemente un'accelerazione pure nulla; perciò la velocità del corpo resta costante: se il corpo è inizialmente fermo, rimane fermo, se inizialmente è in moto rettilineo uniforme, rimane in moto rettilineo uniforme. E questo è proprio l'enunciato del 1° principio della dinamica. In formule si ha:

$$\vec{F} = m\vec{a};$$

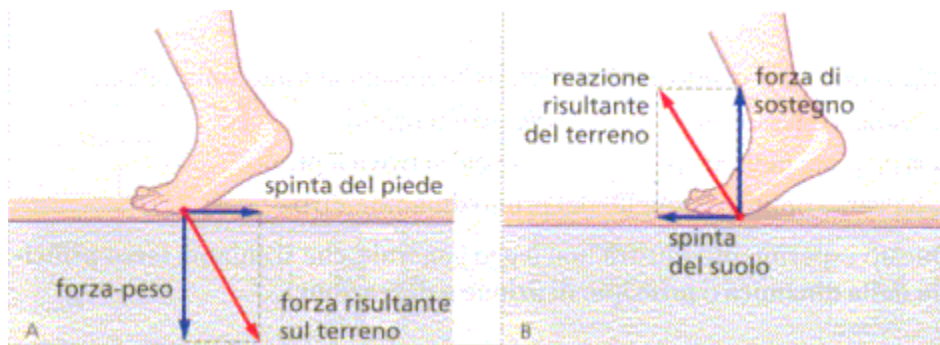
$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \text{costante}$$

Il 3° principio della dinamica

Il 3° principio della dinamica afferma che la quando un corpo A esercita una forza su un corpo B, il corpo B esercita contemporaneamente su A una forza uguale (in modulo e direzione) e opposta (in verso). Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria. Il terzo principio della dinamica è anche detto principio delle azioni reciproche e vale tra corpi fermi o in movimento, tra corpi a contatto o distanti, purché interagenti.

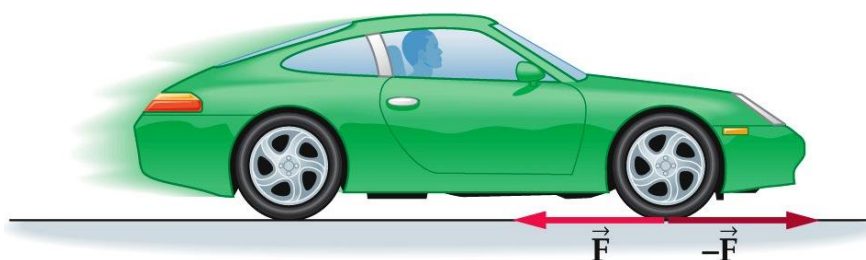
Il 3° principio della dinamica è per esempio alla base della *locomozione*. Quando camminiamo, spingiamo indietro il suolo, esercitando su questo una forza. Il suolo, per il 3° principio, reagisce esercitando una forza in avanti uguale e contraria applicata ai nostri piedi.



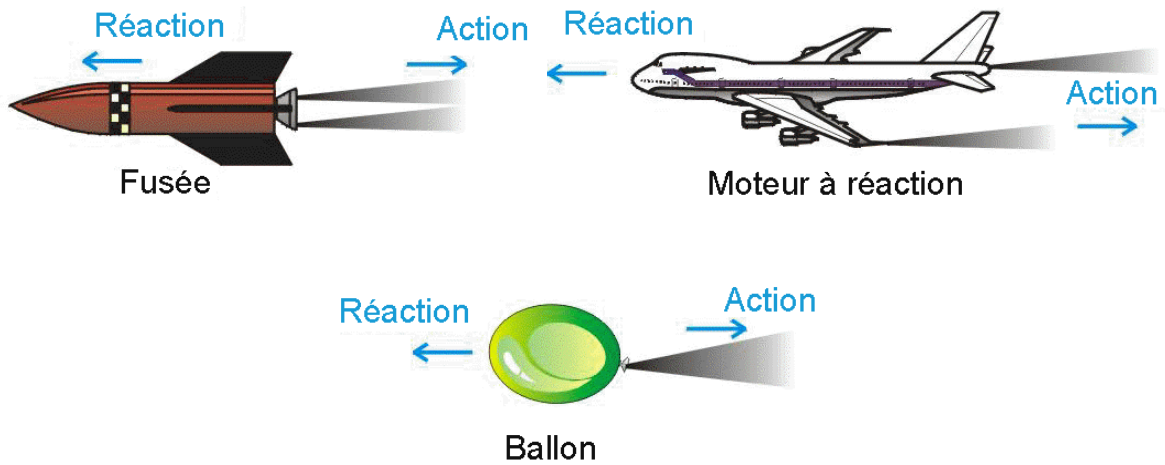
Il 3° principio della dinamica è anche alla base della *autotrazione*.

Mentre una motocicletta o un'automobile si muove, la ruota esercita una forza all'indietro sull'asfalto e per il 3° principio, l'asfalto esercita una reazione uguale e contraria sulla ruota, spingendola in avanti.

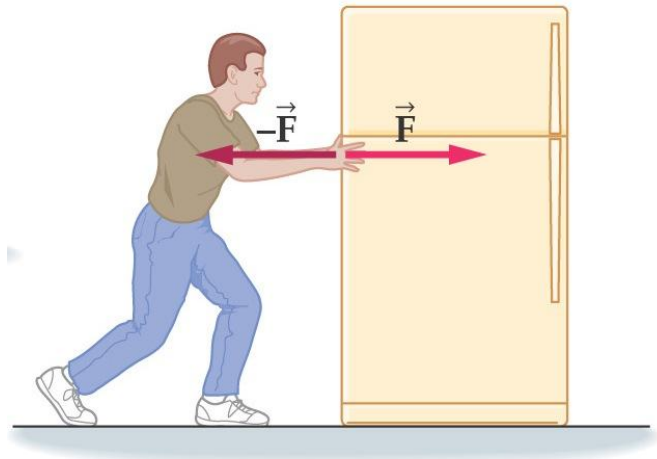
Ancora, nell'aereo a reazione il motore del jet spinge all'indietro un gas e ri-



ceve una spinta dal gas in avanti.



Per concludere, un altro caso in cui interviene il 3° principio è nelle armi da fuoco: quando il fucile spara un colpo, esso imprime al proiettile una forza in avanti e questo, per reazione, esercita sul fucile una forza uguale ed opposta (*contraccolpo* o *rinculo*).

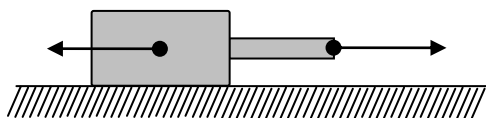


Forze di attrito

1. Attrito statico

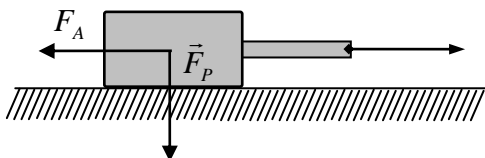
In generale l'attrito è una forza che si oppone al movimento. L'attrito statico è quella forza che si genera quando si cerca di mettere in movimento un corpo fermo su una superficie. Per notare la presenza dell'attrito statico basta cercare di muovere un armadio; quasi sicuramente non riusciremo a spostarlo, perché l'attrito si oppone alla forza che applichiamo.

Se cerchiamo di tirare o spingere un blocchetto posto su una superficie non molto liscia applicando una forza piccola, probabilmente esso non si muoverà; ciò significa che la forza applicata da noi è controbilanciata dalla forza di attrito che viene esercitata dalla superficie; aumentando in modo graduale la forza applicata, possiamo determinare il valore della più piccola forza che fa muovere il corpo. Tale forza viene definita forza di primo distacco ed è proprio la *forza di attrito statico*.



Coefficiente di attrito statico

Il coefficiente di attrito statico k_S è uguale al rapporto tra il modulo della forza di attrito statico F_A e il modulo della forza premente F_P .



$$\text{Coefficiente di attrito statico} = \frac{\text{forza di attrito statico}}{\text{forza premente}} \quad k_s = \frac{F_A}{F_P}$$

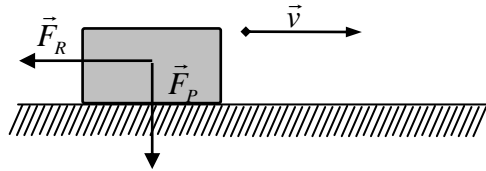
L'entità dell'attrito statico dipende dalla natura e dalle condizioni delle due superfici a contatto ma non dalle loro dimensioni. L'attrito varia ad esempio a seconda di se le superfici sono lisce o scabrose, asciutte o umide, lubrificate o secche, ecc.

2. Attrito radente o attrito dinamico

Quando spingiamo con forza un blocchetto su un pavimento, osserviamo che esso si mette in moto con velocità sostenuta, ma dopo breve tempo la velocità inizierà a diminuire, finché non si fermerà del tutto. In questo caso è intervenuta una forza di attrito durante il movimento dell'oggetto. Si parla così di attrito dinamico o radente, intendendo quella forza che si genera quando un corpo in movimento striscia su una superficie solida mantenendosi a contatto con essa. Come la forza di attrito statico, anche la forza di attrito dinamico ostacola il movimento.

Coefficiente di attrito dinamico

Il coefficiente di attrito dinamico k_R è uguale al rapporto tra il modulo della forza di attrito dinamico F_R e il modulo della forza premente F_P .



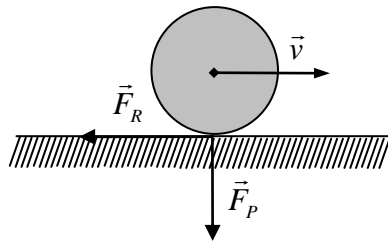
$$\text{coefficiente di attrito dinamico} = \frac{\text{forza di attrito dinamico}}{\text{forza premente}} \quad k_R = \frac{F_R}{F_P}$$

L'entità dell'attrito radente o dinamico dipende, come l'attrito statico, dalla natura e dalle condizioni delle due superfici ma non dalle loro dimensioni.

Si si vuole effettuare un confronto tra l'attrito statico e l'attrito dinamico, a parità di superfici a contatto risulta superiore la forza di attrito statico.

3. Attrito volvente o di rotolamento

Quando una pallina viene lanciata su un pavimento essa comincia a rotolare ma dopo un po' di tempo si fermerà, anche se non incontrasse ostacoli sulla sua traiettoria. Si è manifestata una forza contraria al movimento: l'attrito volvente. L'attrito volvente o di rotolamento è quella forza che si genera quando un corpo rotola su una superficie senza slittare.



A differenza dell'attrito statico e dinamico, l'entità dell'attrito volvente dipende non soltanto dalla natura e dalle condizioni delle due superfici a contatto ma anche dalle loro dimensioni.

Volendo effettuare un confronto tra l'attrito volvente e quello dinamico, a parità di superfici a contatto risulta inferiore la forza di attrito volvente. È per questo semplice motivo che è stata inventata la ruota: il trasporto su ruote (che presenta attrito volvente) risulta molto più vantaggioso del trasporto su slitta (che presenta attrito radente).

4. Attrito del mezzo

Si parla di attrito del mezzo quando un corpo si muove in un fluido (aria, acqua, olio, ecc.) che ne ostacola il movimento. L'aria, ad esempio, esercita attrito su un paracadute, rallentandone la caduta; l'acqua esercita attrito su un sommergibile, rallentandone la navigazione.

La forza di attrito del mezzo dipende dal fatto che il corpo urta contro le molecole del fluido e viene rallentato. Più ampia è la superficie del corpo, maggiore è il numero di molecole che esso incontra e maggiore è l'attrito. Pertanto l'entità dell'attrito del mezzo dipende dalla forma e dalla velocità del corpo che si muove e dalle caratteristiche del mezzo.

Espressione matematica dell'attrito del mezzo

Se un corpo si muove lentamente dentro un fluido, la forza di attrito è direttamente proporzionale alla velocità:

$$F_A = k \cdot v$$

dove k è una costante di proporzionalità che dipende dal mezzo, dalle dimensioni del corpo, dalla sua forma, ecc.

5. Vantaggi e svantaggio dell'attrito

L'attrito è, in generale, un fenomeno che ostacola il funzionamento delle macchine e dei motori; in molte parti di macchine l'attrito è da evitare perché causa usura e produce calore, con conseguente maggiore spreco di energia. Si cerca, perciò, di ridurlo al minimo mediante la lubrificazione dei pezzi destinati a venire in contatto, oppure sostituendo l'attrito volvente a quello radente, come avviene, per esempio, nei cuscinetti a sfere.

In certi casi, invece, l'attrito è utile e viene sfruttato: ad esempio, nel funzionamento degli innesti, della frizione, delle cinghie di trasmissione, delle pulegge; l'attrito viene sfruttato anche quando si collegano due corpi fra di loro mediante viti o chiavette; rende inoltre irreversibili certi meccanismi, ecc. L'attrito dinamico è alla base del funzionamento dei freni di moto, auto, bici, ecc. L'attrito è essenziale perfino per camminare: ad esempio è la quasi mancanza di attrito che rende difficile camminare sul ghiaccio. L'esistenza dell'attrito dell'aria rende possibile il lancio dei paracadutisti.

Forza peso

Definizione

Il peso di un corpo è la forza gravitazionale che la Terra esercita su di esso e, come tale, è una grandezza vettoriale.

L'espressione matematica della forza peso è data dalla formula seguente:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

nella quale \vec{P} è la forza peso, m è la massa del corpo, \vec{g} è un'accelerazione, denominata *accelerazione di gravità*. La forza peso con cui un corpo qualunque è attratto dalla Terra è data dunque dal prodotto della sua massa per l'accelerazione di gravità.

Sperimentalmente si può vedere che l'accelerazione di gravità \vec{g} è un vettore che ha:

- per direzione la verticale,
- per verso quello dall'alto al basso;
- per modulo il valore, ricavato sperimentalmente $g = 9,8 \frac{m}{s^2}$.

Moto dei corpi sottoposti alla forza peso (caduta libera)

Accelerazione

Per calcolare l'accelerazione, applichiamo il II principio della Dinamica $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, sostituendo alla forza \vec{F} l'espressione $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$:

$$\begin{aligned} m \cdot \vec{a} &= \vec{F} \\ m \cdot \vec{a} &= \vec{F} = \vec{P} = m \cdot \vec{g} \end{aligned}$$

Considerando solo il primo e l'ultimo termine dell'uguaglianza si ottiene così:

$$\begin{aligned} m \cdot \vec{g} &= m \cdot \vec{a} \\ \text{e, semplificando la massa,} \\ \vec{a} &= \vec{g} \quad (1) \end{aligned}$$

Si trova così che un corpo sottoposto all'azione della forza peso in prossimità della superficie terrestre avrà un'accelerazione costante pari proprio a \vec{g} , indipendente dalla massa del corpo stesso.

Infatti si può verificare sperimentalmente che se si lasciano cadere dalla stessa altezza due oggetti di uguale forma e dimensione ma di masse anche molto diverse (ad esempio ferro e polistirolo), i due oggetti scendono contemporaneamente: ciò è la riprova che essi sono soggetti alla stessa accelerazione e, in generale, allo stesso moto.

Velocità

È facile verificare che un si lascia cadere un corpo da una piccola altezza, esso giungerà al suolo con una velocità piccola; se si lascia cadere il corpo da un'altezza via via crescente, la velocità dell'impatto sarà sempre più elevata. Si verifica cioè sperimentalmente che la velocità dei corpi in caduta libera non è costante ma aumenta con il passare del tempo.

Dall'analisi matematica si può ricavare l'equazione matematica della velocità:

$$v = g \cdot t + v_0 \quad (2)$$

dove g è l'accelerazione di gravità e v_0 è la velocità iniziale, cioè la velocità che il corpo aveva all'inizio del moto.

Dall'esame della relazione (2) e del grafico relativo, riportato sotto, si può vedere che la velocità e il tempo risultano *linearmente correlati*.

Se poi il corpo partisse da fermo avremmo $v_0 = 0$ e la relazione (2) si semplificherebbe così:

$$v = g \cdot t \quad (3)$$

In questo caso la velocità e il tempo risultano *direttamente proporzionali*, come appare chiaro dal grafico sottostante.

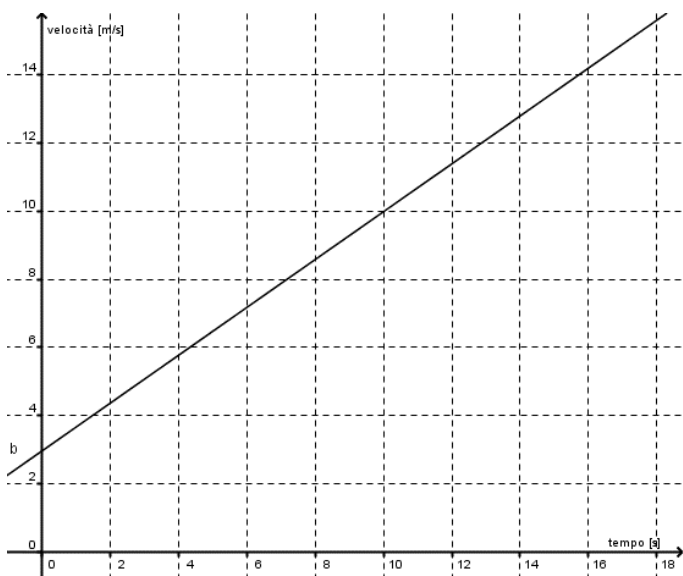


grafico di $v = g \cdot t + v_0$

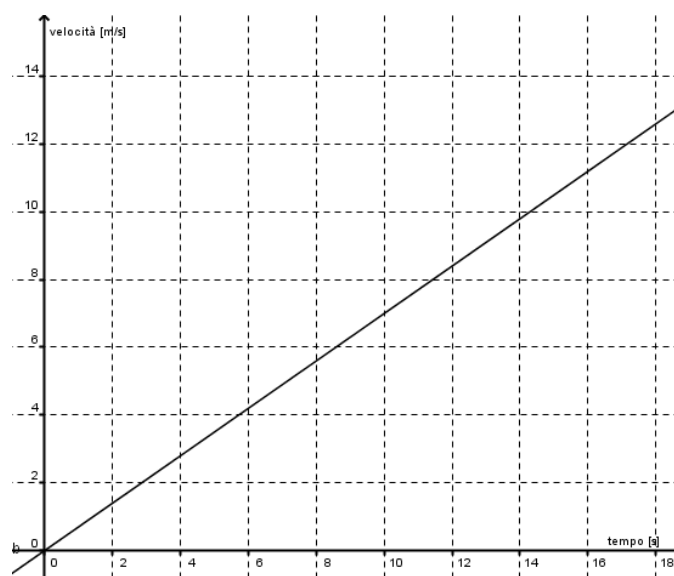


grafico di $v = g \cdot t$

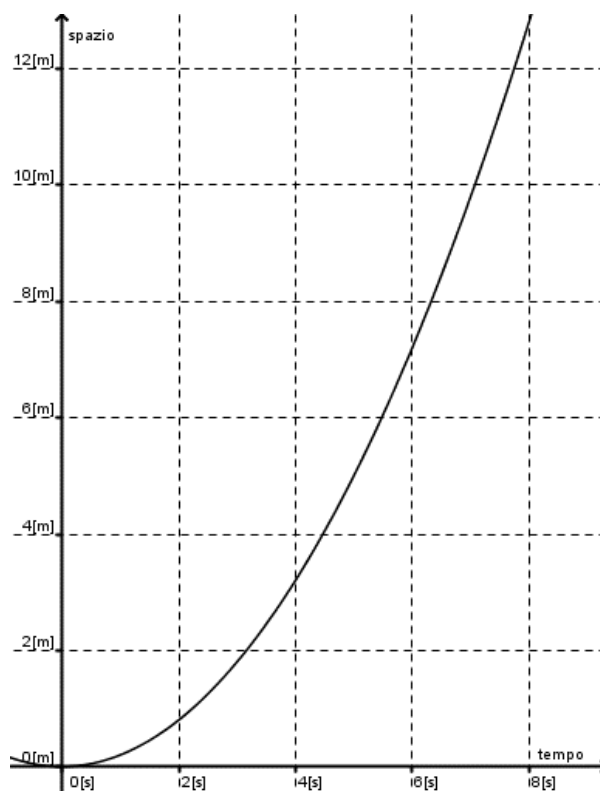
Equazione oraria

Si ricava infine l'equazione oraria nel caso in cui il corpo sottoposto alla forza peso parte da fermo:

$$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Lo spazio percorso da un corpo sottoposto alla gravità aumenta con il quadrato del tempo: se il tempo di osservazione raddoppia, lo spazio percorso aumenta di quattro volte; se il tempo aumenta di 10 volte, lo spazio percorso aumenta di ben 100 volte.

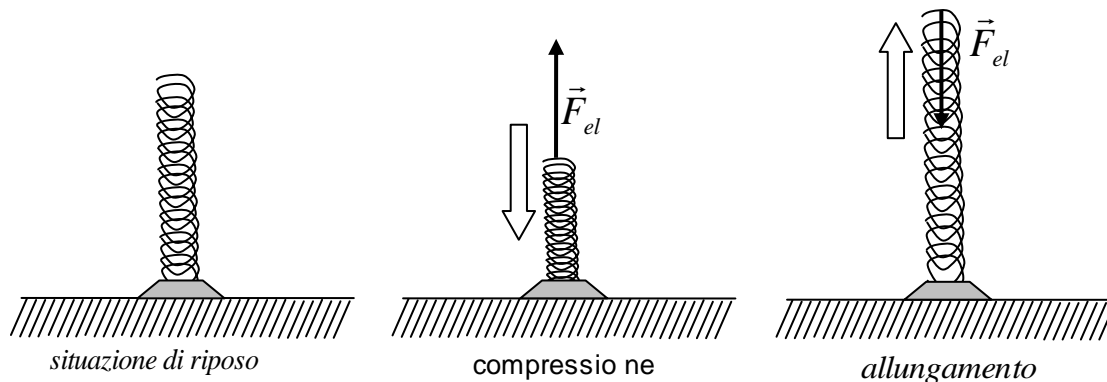
Ciò si può anche esprimere dicendo che lo spazio e la velocità risultano *correlati quadraticamente*.



Forza elastica e sistemi oscillanti

1. Forza elastica

La forza elastica è una forza variabile, che si sviluppa ad esempio quando una molla è sottoposta a compressione o ad allungamento. Immaginiamo che una molla sia fissata rigidamente su un piano, in verticale. Se la molla viene compressa in basso, essa eserciterà una forza verso l'alto; se viceversa la molla viene allungata verso l'alto, essa eserciterà una forza di richiamo verso il basso. Inoltre la forza esercitata dalla molla è tanto più intensa quanto più esteso è lo spostamento a cui essa viene sottoposta.



Espressione matematica della forza elastica

L'espressione matematica della forza elastica è:

$$\vec{F} = -k_{el} \cdot \vec{s} \quad \text{dove: } F \text{ è la forza;}$$

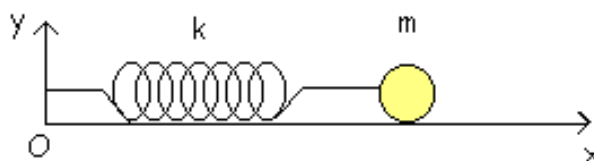
k_{el} è la costante elastica, dipendente dalle caratteristiche della molla;
 s è lo spostamento.

Tale relazione è di carattere vettoriale, poiché sia la forza, sia lo spostamento, sono entrambe grandezze vettoriali. I due vettori hanno la stessa direzione; il segno (-) sta ad indicare che hanno però verso opposto: se la molla si sposta in basso, la forza è verso l'alto, se la molla si sposta in alto, la forza è verso il basso.

Tale relazione viene anche detta legge di *Hooke*.

2. Sistema Massa – Molla

Il sistema massa-molla è costituito da una molla di costante elastica k , in cui un estremo è fissato ad una parete, mentre l'altro, libero, è legato ad una pallina di massa m . Inizialmente supporremo il sistema ideale, cioè con attriti nulli.



L'unica forza che governa il moto del sistema massa-molla è allora la forza elastica. Applichiamo il II principio della Dinamica $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, sostituendo alla forza l'espressione $\vec{F} = -k \cdot \vec{s}$:

$$-k \cdot \vec{s} = \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Si ottiene così:

$$m \cdot \vec{a} + k_{el} \cdot \vec{s} = \vec{0}$$

Con le conoscenze matematiche attualmente in nostro possesso non possiamo risolvere questa equazione.

Tuttavia è possibile mostrare che in assenza di attrito il moto di un sistema massa-molla è un moto di tipo periodico.

Un moto si definisce periodico quando il punto materiale ritorna, ad intervalli di tempo costanti, nella stessa posizione con identiche velocità ed accelerazione.

*In un moto periodico il **periodo** è l'intervallo di tempo dopo cui il moto si ripete con le stesse caratteristiche. Il periodo si indica con il simbolo T . Essendo un intervallo di tempo, il periodo si misura in secondi.*

*Si definisce poi la **frequenza**, che rappresenta il numero di volte che in un secondo il moto si ripete con le stesse caratteristiche. La frequenza si indica con il simbolo f . La frequenza si misura in periodi al secondo o cicli al secondo, unità di misura che prende il nome di Hertz [Hz]. Multipli dell'Hertz sono il KiloHz (1000 cicli al secondo), il MegaHz (un milione di cicli al secondo), il GigaHz (un miliardo di cicli al secondo).*

Tra periodo e frequenza c'è una precisa relazione matematica: il periodo è il reciproco della frequenza e viceversa, la frequenza è il reciproco del periodo:

$$f = \frac{1}{T} \quad T = \frac{1}{f}$$

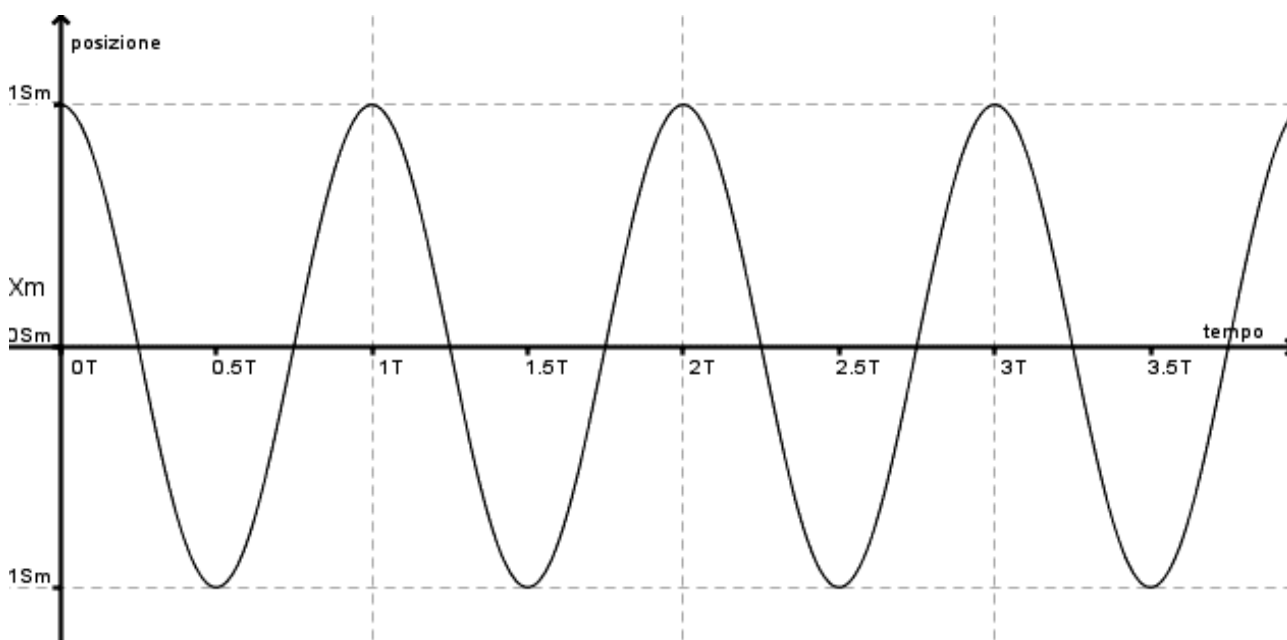
Moto oscillatorio armonico

Ritornando al nostro sistema massa-molla, si può allora vedere che se si sposta la pallina dalla sua posizione di riposo e la si lascia libera, essa inizia ad muoversi descrivendo un moto periodico oscillatorio detto *armonico*, con un periodo T dato da:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1)$$

dove m è la massa della pallina e k è la costante elastica della molla.

Il grafico del moto (*curva oraria*) è il seguente:



Sull'asse delle ascisse troviamo il tempo t ; sull'asse delle ordinate è visualizzata la posizione s della massa; come si può vedere, la posizione oscilla indefinitamente tra la posizione S_M e la posizione opposta $-S_M$.

Dalla relazione (1) è evidente che:

- se si aumenta la massa m del corpo, il periodo T aumenta e il moto risulta più lento, viceversa, se la massa diminuisce T e l'oscillazione diviene più veloce;
- se si aumenta la costante k di elasticità della molla, il periodo diminuisce e il moto diviene più rapido, viceversa, se la molla è meno elastica, il periodo è più lungo e il moto più lento.

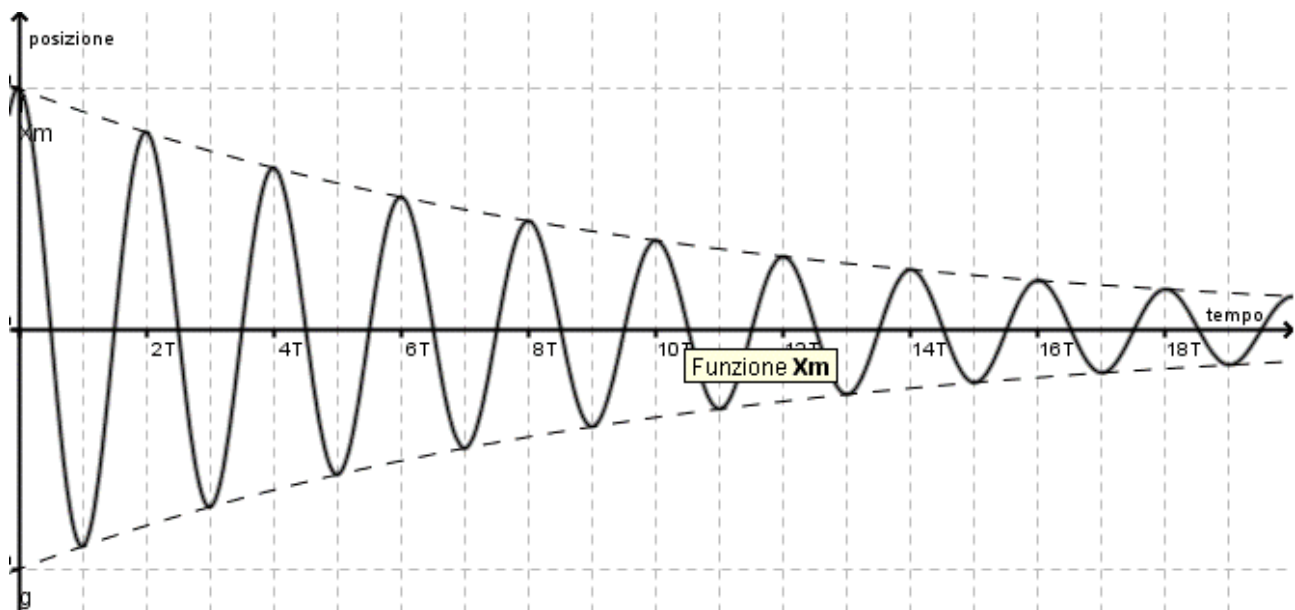
Moto oscillatorio smorzato

Bisogna sottolineare però che il moto di un sistema massa-molla risulta oscillatorio armonico solo in condizioni ideali, cioè in completa assenza di forze di attrito.

In condizioni reali, l'attrito è presente ed è dovuto in primo luogo alla molla stessa; inoltre si genera attrito nel contatto tra la pallina ed il piano di appoggio, ed infine tra tutto il sistema e l'aria circostante. Per questo motivo il moto effettivo di un sistema massa-molla non è mai armonico ma di altro tipo.

Nell'ipotesi in cui l'attrito sia di piccola entità il moto del sistema massa-molla è *oscillatorio smorzato*.

Vediamo nella figura seguente la curva oraria del moto oscillatorio smorzato.



Come si può osservare, mentre nel moto armonico l'ampiezza delle oscillazioni è sempre costante, nel moto oscillatorio smorzato l'ampiezza delle oscillazioni va via via diminuendo fino all'annullamento.

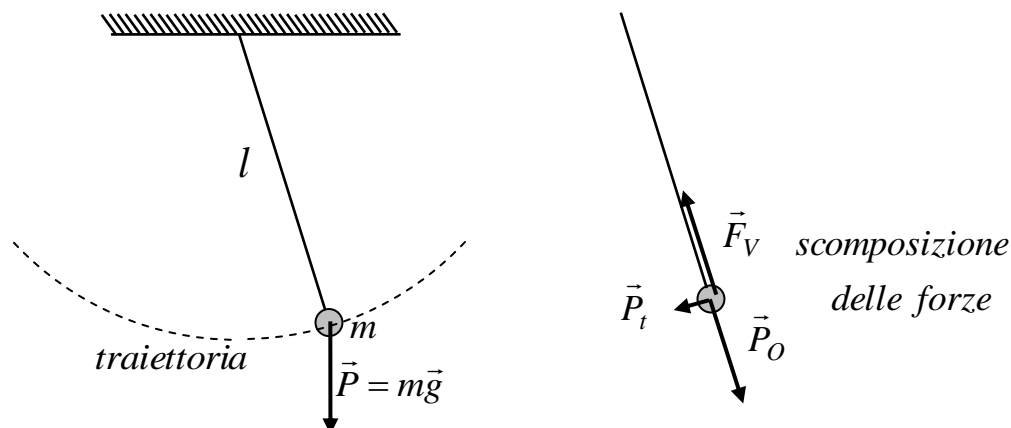
Il moto oscillatorio smorzato sicuramente non è periodico, poiché, riducendosi a mano a mano l'ampiezza delle oscillazioni, il punto non può ritornare mai sulle stesse posizioni.

Nel caso in cui l'attrito sia grande non ci sono oscillazioni e il punto ritorna velocemente alla posizione di riposo.

3. Pendolo semplice

Il pendolo semplice è costituito da un filo inestensibile (non allungabile) di lunghezza l con un estremo fissato ad una parete e con l'altro, libero di oscillare, legato ad una pallina di massa m . La traiettoria percorsa dalla pallina nel suo movimento è un arco di circonferenza di raggio l .

La forza che causa il moto del pendolo semplice è la forza di gravità \vec{P} agente sulla pallina (il filo si suppone di massa trascurabile). Tale forza si può scomporre in due componenti: la prima, indicata con \vec{P}_O , è ortogonale alla traiettoria e viene controbilanciata dalla forza uguale ed opposta \vec{F}_V esercitata dal filo; la seconda, indicata con \vec{P}_t , è tangente alla traiettoria ed è la sola responsabile del movimento.



La forza di gravità, o meglio, la sua componente tangenziale al movimento \vec{P}_t agisce sulla pallina come la forza elastica, poiché:

a) se la pallina viene allontanata a destra dalla posizione di riposo, la forza \vec{P}_t tende a riportarla a sinistra, e viceversa; la forza presenta la stessa direzione dello spostamento, ma verso opposto;

b) quanto più la pallina viene allontanata dalla posizione di riposo, tanto più la forza \vec{P}_t tende a riportarla nella posizione di riposo; la forza è proporzionale allo spostamento.

Per questi motivi, la forza di gravità agente sulla pallina assume le stesse caratteristiche della forza elastica. Poiché abbiamo visto che un corpo, sottoposto a forza elastica, si muove di moto armonico, è facile comprendere che in assenza di attrito anche il moto di un pendolo semplice, se si suppongono le oscillazioni piccole, è un moto oscillatorio armonico.

Durata e isocronismo delle oscillazioni

Si può dimostrare attraverso i principi della dinamica che in assenza di attrito, il pendolo semplice oscilla con un periodo di durata:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

dove l è la lunghezza del filo, g è l'accelerazione di gravità.

Come si può notare, la durata delle oscillazioni non dipende dalla massa dell'oggetto sospeso. Inoltre le oscillazioni di un pendolo semplice, se sono piccole, hanno tutte la stessa durata, pari a T . Tale fenomeno, scoperto da Galileo Galilei, prende il nome di *isocronismo* (*iso* = stesso; *cronos* = tempo) ed è alla base del funzionamento dell'orologio a pendolo e di tutti gli orologi meccanici.

Anche in questo caso bisogna sottolineare che il moto risulta armonico solo in condizioni ideali, cioè in assenza di forze di attrito. In condizioni reali, l'attrito è presente ed è dovuto essenzialmente al contatto del sistema con l'aria. Per tale motivo, il moto effettivo di un pendolo semplice non è armonico, ma anch'esso *oscillatorio smorzato*.

Calcolo dell'accelerazione di gravità \bar{g} attraverso il pendolo semplice

La formula del periodo di oscillazione del pendolo semplice può essere considerata come un'equazione nell'incognita g e quindi risolta rispetto a questa variabile; dopo pochi passaggi si ottiene:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot l$$

Misurando accuratamente la lunghezza del filo e il periodo di oscillazione si può risalire al valore di g .

La forza centripeta

Moto circolare uniforme.

Un moto si definisce circolare quando esso si svolge in un piano lungo una circonferenza, cioè se la sua traiettoria è una circonferenza. Un moto si definisce poi circolare uniforme quando esso è circolare e avviene con il modulo della velocità costante. Possiamo anche dire che un punto si muove di moto circolare uniforme se esso percorre su una circonferenza archi uguali in intervalli di tempo uguali.

Si muovono di moto circolare uniforme le lancette dell'orologio, la giostra dei cavallucci, l'albero del motore di un'auto quando il numero di giri è costante. Il moto della Luna attorno alla Terra è approssimativamente circolare uniforme (l'orbita è in realtà lievemente ellittica).

Il moto circolare uniforme è chiaramente di tipo periodico.

Velocità lineare

Nel moto circolare la velocità è il rapporto tra l'arco percorso e l'intervallo di tempo impiegato a percorrerlo. Considerando che in un intervallo di tempo pari al periodo T il punto materiale percorre tutta la circonferenza $2 \cdot \pi \cdot r$, l'espressione della velocità è allora:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Considerando poi che la frequenza è l'inverso del periodo si ha:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot \frac{1}{T} = 2\pi r f$$

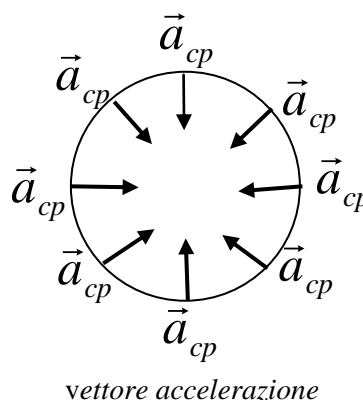
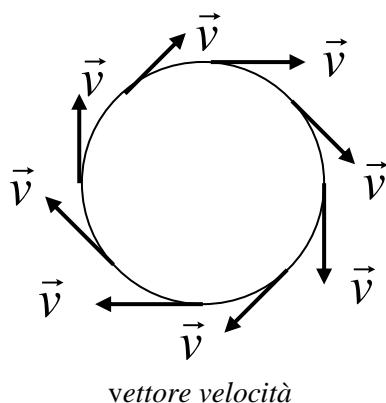
Velocità angolare

In un moto circolare, la velocità angolare è il rapporto tra l'angolo descritto dal raggio e l'intervallo di tempo impiegato a descriverlo. La velocità angolare è indicata con il simbolo ω . □□Essa si ottiene dividendo la velocità lineare v per il raggio r .

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2\pi r}{Tr} = \frac{2\pi}{T}$$

Accelerazione centripeta

Sembrerebbe che il moto circolare uniforme non sia accelerato, data la costanza del modulo della velocità. In realtà la velocità è costante solo nel modulo, ma non nella direzione, dovendo il vettore essere in ogni istante tangente alla traiettoria. Quindi il moto circolare uniforme è sicuramente accelerato, e l'accelerazione presenta la componente *centripeta* (diretta verso il centro della circonferenza).



Si può vedere che il valore dell'accelerazione centripeta è pari a:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Sostituendo ad ω l'espressione relativa si ha:

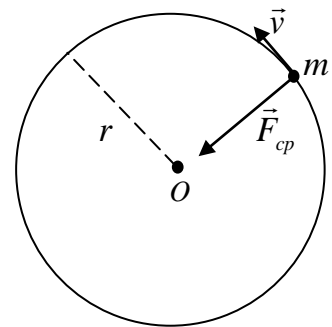
$$a_{cp} = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Forza centripeta

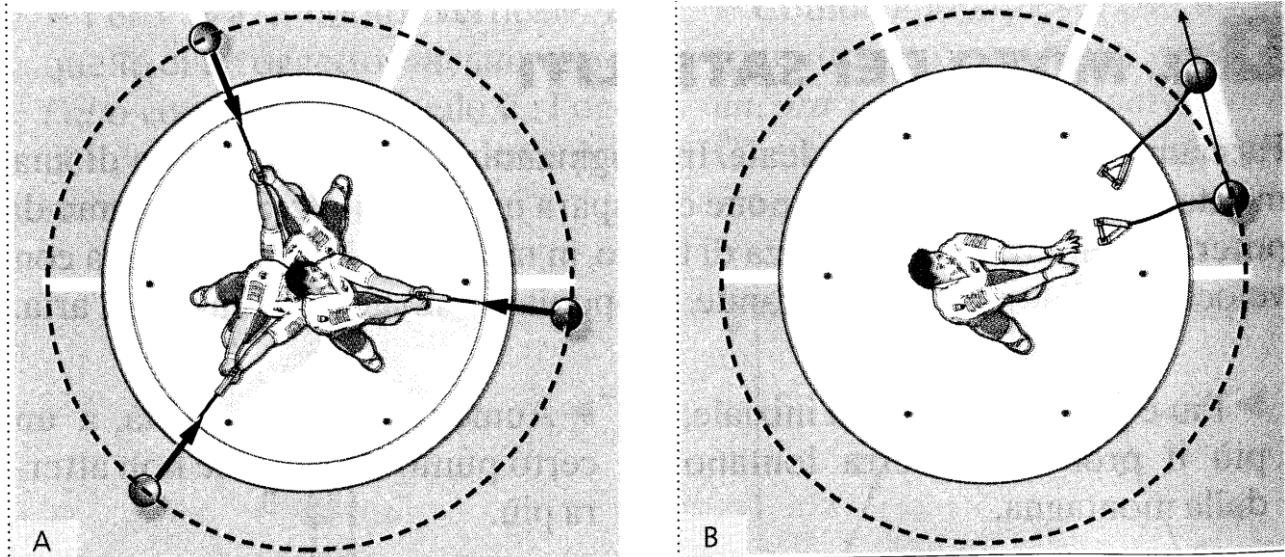
A questo punto, ricordando il secondo principio della dinamica (che dice che la forza è data dal prodotto della massa per l'accelerazione), è facile trovare l'espressione della *forza centripeta* moltiplicando la massa m_c del corpo che si muove di moto circolare uniforme con l'accelerazione centripeta a_c :

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

Il secondo principio della dinamica è una relazione vettoriale, cioè la forza e l'accelerazione hanno la stessa direzione e lo stesso verso: pertanto la forza centripeta, come l'accelerazione centripeta, è diretta verso il centro della circonferenza.



Come esempio di forza centripeta vediamo il lancio del martello:



In figura A vediamo come durante la rotazione, l'atleta tira verso di sé il martello con una forza che è diretta, in ogni istante, verso il centro. La sfera tende per il 1° principio della dinamica a muoversi in linea retta lungo la tangente, ma l'atleta la tira verso di sé, obbligandola continuamente a modificare la direzione della velocità. La forza verso il centro serve per mantenere la palla su un'orbita circolare, impedendo che sfugga lungo la tangente. La forza esercitata dall'atleta è proprio la *forza centripeta*: essa cambia la direzione del vettore velocità, non il suo valore.

In figura B, quando l'atleta lascia la maniglia, non esercita più la forza e la sfera si allontana lungo la tangente alla circonferenza, seguendo un moto rettilineo uniforme, in base al 1° principio della dinamica.