

INTEGRAZIONE NUMERICA

e

Valutazione dell'errore

<p><u>Metodo dei rettangoli</u></p>	<p><i>Formula</i></p> $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} [f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1})]$ <p><i>Errore (e)</i></p> $e \leq \frac{(b-a)^2}{2n} \cdot M \text{ con } f'(x) \leq M$ <p>Esempio</p> <p>Con $n=4$</p> $\int_0^1 f(x)dx \approx \frac{1-0}{4} [1 + 0,8 + 0,666667 + 0,571429] = 0,759524$ $e \leq \frac{(1-0)^2}{2 \cdot 4} \cdot 1 = 0,125 \quad \left[\left f'(x) = \frac{2}{(1+x)^2} \right \leq 1; 0 \leq x \leq 1 \right]$
<p><u>Metodo dei trapezi</u></p>	<p><i>Formula</i></p> $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2n} [f(x_0) + f(x_n) + 2 \cdot [f(x_1) + \dots + f(x_{n-1})]]$ <p><i>Errore (e)</i></p> $e \leq \frac{(b-a)^3}{12n^2} \cdot M \text{ con } f''(x) \leq M$ <p>Esempio</p> <p>Con $n=4$</p> $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx \approx \frac{1-0}{2 \cdot 4} [1 + 0,5 + 2 \cdot (0,8 + 0,666667 + 0,571429)] = 0,697024$ $e \leq \frac{(1-0)^3}{12 \cdot 4^2} \cdot 2 = 0,3 \cdot 10^{-2} \quad \left[\left f''(x) = \frac{2}{(1+x)^3} \right \leq 2; 0 \leq x \leq 1 \right]$
<p><u>Metodo di Cavalieri Simpson</u> o delle parabole</p>	<p><i>Formula</i></p> $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{3n} [f(x_0) + f(x_n) + 4 \cdot [f(x_1) + f(x_3) + \dots] + 2 \cdot [f(x_2) + f(x_4) + \dots]]$ <p><i>Errore (e)</i></p> $e \leq \frac{(b-a)^5}{180n^4} \cdot M \text{ con } f^{IV}(x) \leq M$ <p>Esempio</p> <p>Con $n=4$</p> $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx \approx \frac{1-0}{3 \cdot 4} [1 + 0,5 + 4 \cdot (0,8 + 0,571429) + 2 \cdot 0,666667] = 0,693254$ $e \leq \frac{(1-0)^5}{180 \cdot 4^4} \cdot 24 = 0,5 \cdot 10^{-4} \quad \left[\left f^{IV}(x) = \frac{24}{(1+x)^5} \right \leq 24; 0 \leq x \leq 1 \right]$