**GRANDEZZE DIRETTAMENTE PROPORZIONALI**

In classe abbiamo definito quando due grandezze si dicono **direttamente proporzionali**:

Due grandezze sono **direttamente proporzionali** se al raddoppiare dell’una raddoppia anche l’altra

(1° Definizione Geometrica)

Facciamo un esempio di due grandezze direttamente proporzionali: disegniamo un cerchio di raggio R=1 e calcoliamo la sua circonferenza C (Figura1): vediamo che se disegniamo un cerchio di raggio doppio anche la misura di C raddoppia e perciò **il raggio e la circonferenza di un cerchio sono 2 grandezze** **direttamente proporzional**i.

Figura1: al raddoppiare del raggio R anche la circonferenza C raddoppia

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Raggio R | Circonferenza C | C/R |
| 1 | 6,28 | 6,28 |
| 2 | 12,56 | 6,28 |
| 3 | 18,84 | 6,28 |
| 5 | 31,40 | 6,28 |
| 10 | 62,80 | 6,28 |

Ma le grandezze direttamente proporzionali hanno altre proprietà. Scriviamo una Tabella con il Raggio R in una colonna e la circonferenza C nella colonna accanto. Osserva la Tabella 1: quando R triplica anche C triplica; se R aumenta di 10 volte anche C aumenta di 10 volte; se R diminuisce di 5 volte anche C diminuisce di 5 volte. In pratica: se una grandezza aumenta/decresce di un certo fattore anche l’altra aumenta/decresce del medesimo fattore. Perciò posso dire che:

Tabella 1

Due grandezze sono **direttamente proporzionali** se al cambiare dell’una cambia anche l’altra con la stessa proporzione

(2° Definizione Geometrica)

Ma non è ancora finita! Scriviamo nella Tabella 1 una terza colonna con il rapporto C/R. Cosa noti? Il rapporto è sempre 6,28 , non cambia mai! Perciò posso dare una terza definizione di grandezze direttamente proporzionali:

Due grandezze sono direttamente proporzionali se il loro rapporto è costante

(Definizione Matematica)

Il valore del rapporto fra due grandezze proporzionali si chiama **costante di proporzionalità diretta**. Nel nostro caso: il rapporto C/R = 6,28 e perciò il valore 6,28 è la costante di proporzionalità diretta fra C e R.

Infine, un’ultima proprietà: se disegniamo il grafico fra C e R vediamo che esso è una retta passante per l’origine (Figura2). Perciò possiamo affermare che:

Due grandezze sono **direttamente proporzionali** se il loro grafico è una retta passante per l’origine (Definizione Grafica)

Figura 2

**GRANDEZZE INVERSAMENTE PROPORZIONALI**

In classe abbiamo definito quando due grandezze si dicono **inversamente proporzionali**:

Due grandezze sono **inversamente proporzionali** se al raddoppiare dell’una l’altra dimezza

(1° Definizione Geometrica)

Facciamo un esempio di due grandezze inversamente proporzionali: considera un quadrato di area 100 di lati A = 10 e B = 10 (Figura 3: quadrato azzurro). Voglio disegnare un rettangolo che ha la stessa area del quadrato: se A dimezza allora B raddoppia (Figura 3: rettangolo nero). **Perciò i lati di quadrati e rettangoli che hanno la stessa area sono inversamente proporzionali**.

Figura3: un quadrato ed un rettangolo con la stessa area: se un lato raddoppia l’altro dimezza.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Lato A** | **Lato B** | **A·B** | **1/(Lato B)** |
| 100 | 1 | 100 | 1/1 = 1 |
| 50 | 2 | 100 | 1/2 = 0,5 |
| 10 | 10 | 100 | 1/10 = 0,1 |
| 2 | 50 | 100 | 1/50 = 0,02 |
| 1 | 100 | 100 | 1/100 = 0,01 |

Possiamo scoprire altre proprietà delle grandezze inversamente proporzionali scrivendo una Tabella di lati di rettangoli cambiando i valori dei lati A e B in modo che l’area rimanga sempre 100 (Tabella2). Vediamo che quando la misura di A diventa 10 volte più piccola la misura di B diventa 10 volte più grande, quando la misura di A diventa 5 volte più piccola quella di B diventa 5 volte più grande, quando la misura di A diventa 50 volte più grande quella di B diventa 50 volte più piccola, ecc. Possiamo perciò dire che:

Tabella 2

Due grandezze sono **inversamente proporzionali** se all’aumentare di una l’altra diminuisce con la stessa proporzione o, all’opposto, se al diminuire dell’una l’altra aumenta con la stessa proporzione.

(2° Definizione Geometrica)

Adesso scopriamo una terza proprietà. Nella terza colonna scriviamo il prodotto A·B: cosa noti? Il prodotto A·B = 100 sempre, non cambia mai! Perciò posso dare una terza definizione di grandezze inversamente proporzionali:

Due grandezze sono **inversamente proporzionali** se il loro prodotto è costante

(Definizione Matematica)

Il valore del prodotto fra due grandezze inversamente proporzionali si chiama **costante di proporzionalità inversa**. Nel nostro caso: il prodotto A·B = 100 e perciò il valore 100 è la costante di proporzionalità inversa fra A e B.



Infine: se disegniamo il grafico fra A e B vediamo che esso è un ramo di iperbole (Figura4). Perciò possiamo affermare che:

Due grandezze sono **inversamente proporzionali** se il loro grafico è un ramo di iperbole (1° Definizione Grafica)

Figura 4

**Grandezze inversamente proporzionale ed il grafico del reciproco**

Il problema del grafico di due grandezze inversamente proporzionali è che non è facile capire con una semplice occhiata se la curva mostrata è un ramo di iperbole o un altro tipo di grafico. Per risolvere questo problema riprendiamo l’esempio del rettangolo di lati A e B e calcoliamo nella Tabella2 il **reciproco** di uno dei due lati, nel nostro caso il reciproco di B (cioè: 1/B). Cosa noti? Se confronti la colonna “Lato A” e la colonna “1/(Lato B)” della Tabella2 vedi che i valori sono fra loro direttamente proporzionali!

Figura 5

Fatto questo, disegniamo il grafico che ha sull’asse Y il lato A e sull’asse X il valore 1/B (il reciproco di B). In questo caso, se A e B sono inversamente proporzionali, il loro grafico è una retta che passa per l’origine (vedi Figura5). Possiamo dire perciò:

Due grandezze A e B sono **inversamente proporzionali** se il grafico di A vs. 1/B (il reciproco di B) è una retta passante per l’origine (2° Definizione Grafica)

*Testo parzialmente ripreso ed adattato dal sito:*

[*https://redooc.com/it/medie/matematica-algebra/proporzioni-rapporti/proporzionalita-diretta-inversa*](https://redooc.com/it/medie/matematica-algebra/proporzioni-rapporti/proporzionalita-diretta-inversa)

SEMPLICI PROBLEMI

|  |
| --- |
| **10N = K·L** |
| **K (N/cm)** | **L (cm)** | **1/L (1/cm)** |
| **2** | **5** | **1/5 = 0,2** |
|  | **2,5** |  |
| **5** |  |  |
|  | **1** |  |
|  |  | **2** |

Le molle: Supponi di applicare la medesima forza di **10,0N** ad alcune molle, ognuna con la propria costante **K**. In Tabella3 è riportata il valore della costante **K** della molla (I colonna) ed il suo allungamento **L** (II colonna). La III colonna riporta il reciproco dell’allungamento, cioè **1/****L**. Solo la prima riga è stata completata: completa tu gli spazi rimanenti!

Disegna poi il grafico con **K** sull’asse **Y** e **L** sull’asse **X** in Graph1 e con **K** sull’asse **Y** e **1/L** sull’asse **X** in Graph2.

Tabella 3

Graph1

Graph2



|  |
| --- |
| **1000N = Pr·Area** |
| **Pr (Pa)** | **Area (m2)** | **1/Area (1/m2)** |
| **1000** |  |  |
| **500** | **2** | **1/2 = 0,5** |
| **250** |  |  |
|  | **5** |  |
|  |  | **0,1** |

La pressione: considera di avere una forza **F0=1000N** che agisce su di una superficie: calcoliamo la **Pressione** esercitata dalla forza **F0** al cambiare dell’**Area** della superficie. Nella Tabella4 è indicata la **Pressione** (I colonna) e l’**Area** (II colonna). La III colonna riporta il reciproco dell’**Area**, **1/Area**. Solo la 2° riga è completa: riempi tu gli spazi vuoti!

Disegna poi il grafico con la pressione **Pr** sull’asse **Y** e **Area** sull’asse **X** in Graph3 e con **Pr** sull’asse **Y** e **1/Area** sull’asse **X** in Graph4.

Tabella 4

Graph4

Graph3